Número:

Tened en cuenta que al resolver un problema, el resultado es tan importante como el proceso que hayáis seguido para llegar a él. Por ello, os pedimos que al final deis la solución que hayáis encontrado y también que expliquéis cuáles fueron las ideas más importantes que os llevaron hasta ella.

1.- ADIVINA EL NÚMERO

Vas de excursión a un país lejano y te encuentras un genio que te dice que te enseñara el lugar mas hermoso del país si eres capaz de adivinarle un número. El genio piensa en un número, lo duplica y le resta 1 unidad, al número resultante lo duplica y le resta 1 unidad y así 100 veces. El genio te dice que después de repetir este proceso 100 veces el número obtenido es (2^{105} +1) ¿Cuál es el número inicial pensado por el genio?

1.- ADIVINA EL NÚMERO

Solución

El número es x.

1.- $2x-1$ 2.- $2(2x-1)-1 = 4x-(4-1)$ 3.- $2(4x-3)-1 = 8x-(8-1)$……… Al final $x=33$

XII OLIMPIADA PROVINCIAL DE MATEMÁTICAS
Vinuesa, 13 y 14 de mayo de 2006
4º E.S.O.

Número:

Tened en cuenta que al resolver un problema, el resultado es tan importante como el proceso que hayáis seguido para llegar a él. Por ello, os pedimos que al final deis la solución que hayáis encontrado y también que expliquéis cuáles fueron las ideas más importantes que os llevaron hasta ella.

2.- CARRERA CICLISTA

"Hoy gran etapa: Concarneau-Chateaulin, en la costa Ménez-Kerveyen, tenemos seis hombres a la cabeza. Son.........."

El cronista se confunde y mezcla corredores, números, marcas y nacionalidades. Ayudarlo a terminar la noticia. Sabemos que:

- Este grupo comprende seis hombres, todos de nacionalidades diferentes: alemán, inglés, belga, español, italiano y francés.
- Tres marcas patrocinan a los corredores, cada una de ellas a dos: Clas, Banesto y Festina.

Se tiene la siguiente información:

a. El número **1** y el **alemán** son dos corredores que llevan los colores de la marca **Clas**.

b. El número **5** y el **belga** llevan los dos los de la marca **Banesto**.

c. El **español** y el número **3** llevan los dos los de la marca **Festina**.

d. Los corredores números **2** y **6** sacaron ventaja a la entrada del circuito de l'Aulne, mientra que el **español** se quedó.

e. El **italiano** y el **francés** se adelantaron 30 segundos al número **3** en la tercera vuelta de este circuito.

f. El número **2** y el **alemán** debieron abandonar, ambos, después de una caída.

g. Finalmente, el número **1** ganó el sprint final frente al **italiano**.

2.- CARRERA CICLISTA

Solución

La información a), b) y c) se puede resumir:

- Clas: corredores número 1 y alemán.
- Banesto: corredores número 5 y belga.
- Festina: corredores número 3 y español.

Y una deducción clara es que tanto el alemán como el belga como el español han de tener números pares, además como consecuencia de esto los números impares corresponden a italiano, inglés y francés. La información (d) nos dice que, al entrar en el circuito de l'Aulne, los números 2 y 6 aventajaron al español, podemos deducir entonces que el español ha de tener necesariamente el número 4, puesto que debía de tener un número par. También se deduce que los números 2 y 6 han de distribuirse entre alemán y belga.

La información de e) nos dice que el italiano y el francés adelantan al número 3 en la tercera vuelta, luego como ambos, italiano y francés, son números impares, el número 3 corresponde al otro corredor de número impar que es el inglés. También se deduce, por tanto, que los números 1 y 5 han de distribuirse entre italiano y francés.

La información f) dice que el alemán y el número 2 sufren una caída, luego, como sabemos que el alemán sólo puede ser el 2 ó 6, necesariamente se tiene que el alemán es el número 6 y entonces el belga será el numero 2.

La información g) dice que el sprint final lo disputan el número 1 y el italiano, así como éste sólo puede ser el 1 ó el 5, necesariamente será el 5, y por tanto el número 1 será el francés, con lo que queda resuelto el enigma.

Un esquema del procedimiento que acabamos de realizar es el siguiente:

Información	Deducciones
a) Clas: nº1 y alemán b) Banesto: nº5 y belga c) Festina: nº3 y español	nºs pares: alemán, belga y español nºs impares: italiano, inglés y francés
d) nº 2 y nº 6 adelantan español	**nº 4 español** nºs 2 y 6: alemán y belga
e) italiano y francés adelantan al nº 3	**nº 3 inglés** nºs 1 y 5: italiano y francés

f) nº 2 y alemán caen	**nº 6 alemán nº 2 belga**
g) nº 1 e italiano sprint	**nº 5 italiano nº 1 francés**

Número:

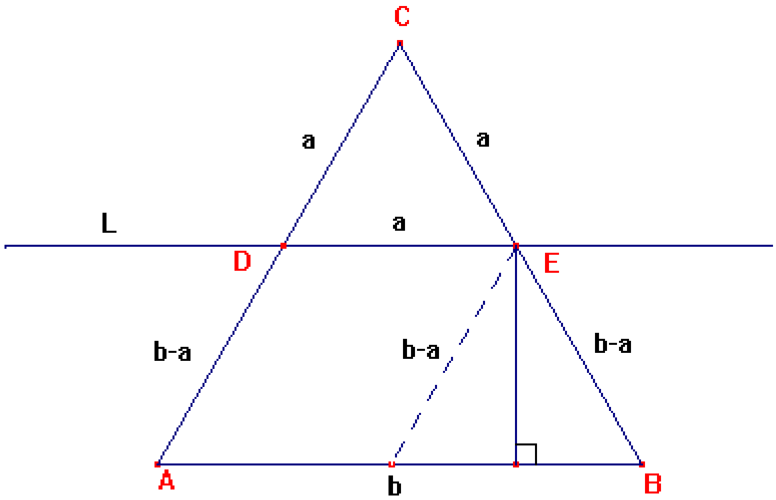
Tened en cuenta que al resolver un problema, el resultado es tan importante como el proceso que hayáis seguido para llegar a él. Por ello, os pedimos que al final deis la solución que hayáis encontrado y también que expliquéis cuáles fueron las ideas más importantes que os llevaron hasta ella.

3.- TRIÁNGULO

Una línea intersecta (corta) a dos lados de un triángulo equilátero y es paralela al tercer lado. Si esta línea divide al triángulo dado, en un triángulo pequeño y en un trapecio de modo que estos tengan el mismo perímetro. ¿Cuál es la razón (cociente) de las áreas del triángulo pequeño y el trapecio?

3.- TRIÁNGULO

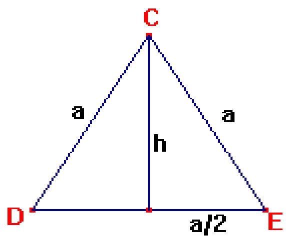
Solución



Es claro que si L es paralela a AB el triángulo DCE es equilátero.
Si el lado de DCE es a y el lado de ABC es b, igualando los perímetros del triángulo DCE y el trapecio DEBA tenemos:

$$3a = 2(b - a) + a + b \Rightarrow 4a = 3b \Rightarrow a = \frac{3}{4}b$$

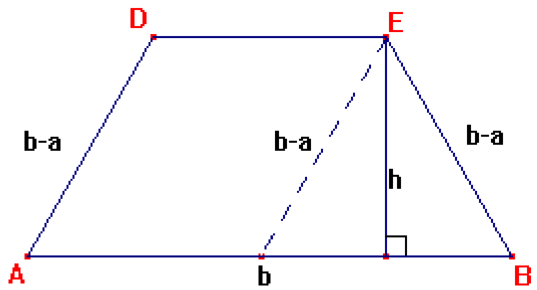
Calculo el área del triángulo pequeño DCE:



Aplicando el teorema de Pitágoras $h = \frac{\sqrt{3}\,a}{2}$

Área del triángulo CDE= $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Calculo el área del trapecio:



De la misma manera que en el triángulo $h = \frac{\sqrt{3}(b-a)}{2}$

Área del trapecio DEBA= $\frac{(b^2-a^2)\sqrt{3}}{4}$

Encuentro ahora la razón de las áreas del triángulo pequeño y el trapecio la llamo R:

$$R = \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{3}(b^2-a^2)}{4}} = \frac{a^2}{b^2-a^2}$$

Sustituyendo $a = \frac{3}{4}b$ se obtiene:

$$R = \frac{\left(\frac{3}{4}b\right)^2}{b^2-\left(\frac{3}{4}b\right)^2} = \frac{9}{7}$$

Luego la razón de las áreas es $R = \frac{9}{7}$

Número:

Tened en cuenta que al resolver un problema, el resultado es tan importante como el proceso que hayáis seguido para llegar a él. Por ello, os pedimos que al final deis la solución que hayáis encontrado y también que expliquéis cuáles fueron las ideas más importantes que os llevaron hasta ella.

4.- PAN Y QUESO

En el juego de "PAN Y QUESO" dos chicos dicen PAN, QUESO, alternativamente, y van uno al encuentro del otro por la línea pintada, poniendo cada vez un pie ***pegadito*** al otro.

Al decir PAN, el primer jugador adelanta un pie; al decir QUESO, lo hace el segundo. Gana el que pisa primero al otro.
En el recreo formaron dos equipos, de tres chicos cada uno, para jugar.
En el equipo de Epi, los tres calzan 40 (40cm).
En el equipo de Blas, uno calza 33 (33cm), otro calza 34 (34cm) y el tercero calza 35 (35cm).
La línea pintada mide 775 cm. **Cada equipo elige un chico para jugar**.

a) Si inicia el juego el equipo de Epi, ¿a quién de los 3 de su equipo elige Blas para ganar?
b) Si inicia el juego el equipo de Blas, ¿a quién de los 3 de su equipo elige Blas para ganar?

4.- PAN Y QUESO

Solución

<u>Caso que empiece el equipo de Epi:</u>

Si Blas elige al que calza 33 (puede ser él mismo); dividimos 775 entre (33+40) y sale de cociente 10 y de resto 45. Lo que quiere decir que después de pisar alternativamente 10 veces cada jugador quedarían 45 cm, por lo que en el paso siguiente le tocaría al jugador del equipo de Epi que diría Pan y no pisa al jugador contrario pues su pie sólo mide 40 cm; pero después el otro jugador pisaría, al decir queso, el pie del **equipo de Epi que perdería. Gana el equipo de Blas**

Si Blas elige al que calza 34 (puede ser él mismo); dividimos 775 entre (34+40) y sale de cociente 10 y de resto 35. Lo que quiere decir que después de pisar alternativamente 10 veces cada jugador quedarían 35 cm, por lo que en el paso siguiente le tocaría al jugador del equipo de Epi que diría Pan y pisa al jugador contrario pues su pie mide 40 cm y sólo quedan 35cm; por lo que **ganaría el equipo de Epi.**

Si Blas elige al que calza 35 (puede ser él mismo); dividimos 775 entre (35+40) y sale de cociente 10 y de resto 25. Lo que quiere decir que después de pisar alternativamente 10 veces cada jugador quedarían 25 cm, por lo que en el paso siguiente le tocaría al jugador del equipo de Epi que diría Pan y pisa al jugador contrario pues su pie mide 40 cm y sólo quedan 25cm; por lo que **ganaría el equipo de Epi.**

<u>Caso que empiece el equipo de Blas:</u>

La discusión es la misma, sólo que ahora empieza otro equipo. Al dividir 775 entre 73, ó 74, ó 75 sale de cociente 10 y de resto 45, 35, ó 25 cm respectivamente, pero después de pisar alternativamente 10 veces cada jugador le toca al del equipo de Blas (no como en el caso anterior que seguía el de Epi) Por lo que **Blas debe elegir al que calza 35 cm** y de esta forma pisa en la undécima jugada al del equipo contrario, pues sólo quedan 25 cm de línea. Si elige al de 33 quedarían 45 cm y ganaría el de Epi y si elige al de 34 quedarían 35 cm y también ganaría el de Epi.

XII OLIMPIADA PROVINCIAL DE MATEMÁTICAS
Vinuesa, 13 y 14 de mayo de 2006
4º E.S.O.