



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

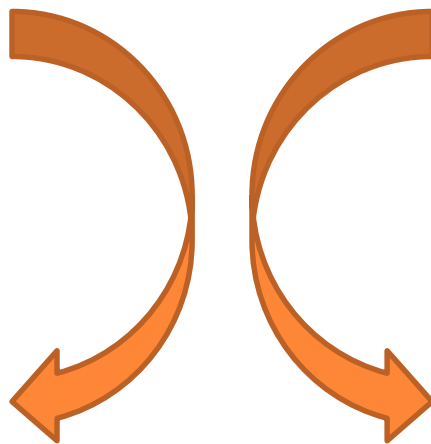


ESTRATEGIAS DE
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Laura Hernández Hernández
Luis Sánchez San Cayetano

AL ENSEÑAR MATEMÁTICAS, ¿QUÉ ES MÁS IMPORTANTE?

¿Que den con
la solución
exacta?



¿El razonamiento
que han seguido
para resolver la
situación
problemática?






“Resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, todo ello utilizando los medios adecuados cuando no se consigue de forma inmediata”.

G. Pólya



EL ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS PUEDE
APRENDERSE,
AUNQUE MUCHAS VECES SE HACE INCONSCIENTEMENTE

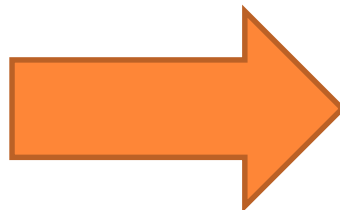
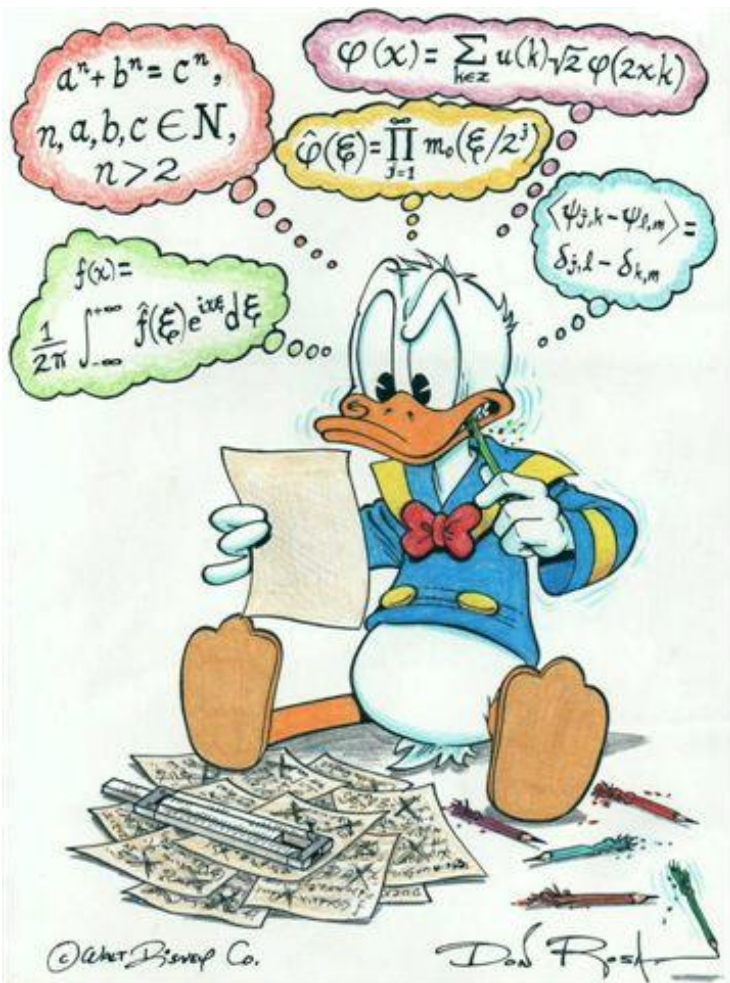




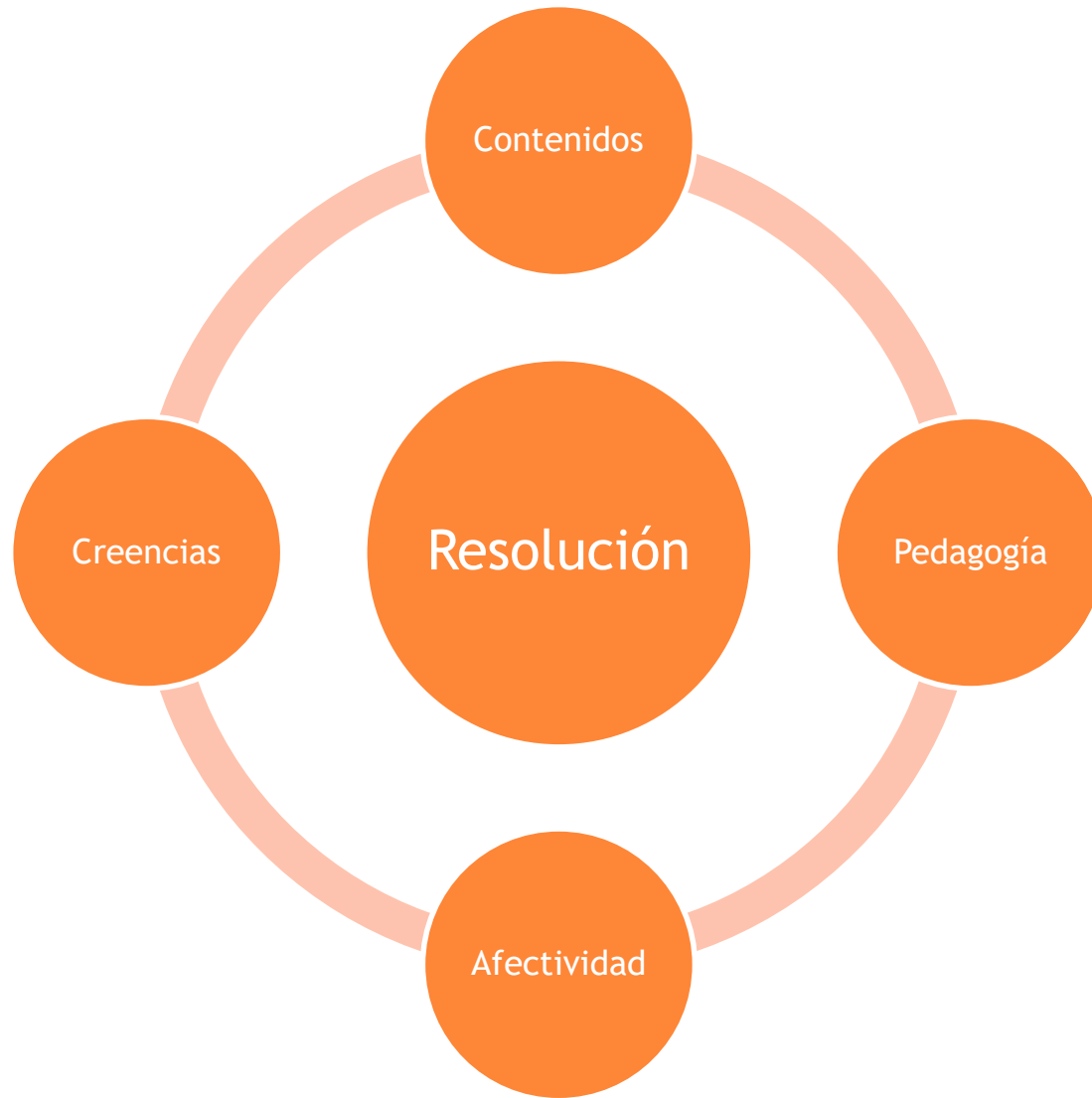
**Enseñemos a nuestr@s
alumn@s algunos pasos a
seguir para resolver los
problemas.**

“HACER MATEMÁTICAS ES RESOLVER PROBLEMAS”

POLYA



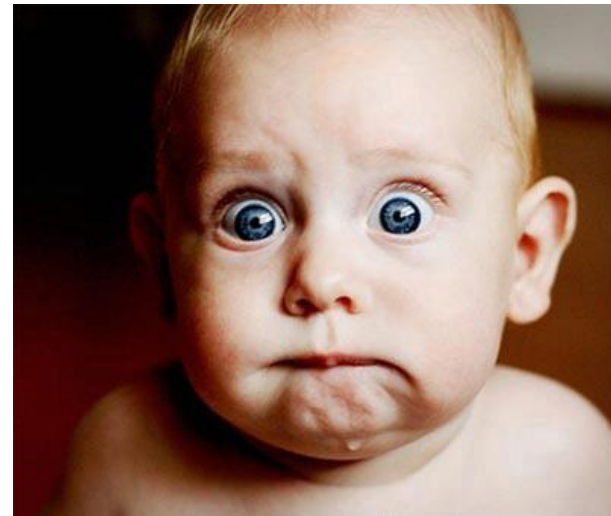
CONOCIMIENTO DEL PROFESOR PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS





La tendencia común es a rehuir aquellos problemas que no sabemos resolver fácilmente

“Conmigo que no cuenten”
Escapar mentalmente



las reacciones de carácter negativo pueden impedirnos la exploración de nuevos campos.



MATEMÁTICAS Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Matemáticas para la resolución de problemas

- Los estudiantes aplican el conocimiento aprendido para resolver problemas

Matemáticas a través de la resolución de problemas

- Los conocimientos matemáticos se introducen durante la resolución de problemas.

Matemáticas sobre la resolución de problemas

- Enseñar estrategias y procesos de resolución de problemas

¿QUÉ ES UN PROBLEMA?

Un problema es una tarea o situación en la que aparece la existencia de un interés, la no existencia de una solución inmediata, la presencia de diversos caminos para llegar a la solución y la atención de una o varias personas por llegar a la solución.

Suponer un reto adecuado a las capacidades del resolutor

Atraer por sí mismo, aunque no tenga utilidad.

No ha de presentar un bloqueo inicial.

Proporcionar satisfacción al intentar resolverlo.

Hacer nacer el deseo, en quien intenta resolverlo, de proponerlo a los demás.

Ejercicio

Para ejercitarse en las destrezas matemáticas.



Actividad

Para afianzar los conocimientos de cada unidad.



Problema

Para profundizar en los conocimientos adquiridos y afianzarlos.



ACTIVIDAD

PROBLEMA

Tarea que se puede resolver aplicando una fórmula o algoritmo conocido por nosotros.



Situación que plantea la dificultad de transformar el texto que se nos presenta en un lenguaje matemático, y a la resolución del mismo se puede llegar a través de distintos caminos.



Lo que para una persona puede ser un problema, para otra es un simple ejercicio

- En una carnicería han hecho trescientos veinte ocho kilos de chorizo y les han sobrado solamente veinticinco kilos. ¿Cuántos kilos de chorizo han vendido?

- En una heladería han preparado leche merengada con dos mil quinientos litros de leche. Si quedan cuarenta y cinco litros, ¿cuántos litros de leche merengada han vendido?

- En una tienda había mil camisas. Si quedan trescientas once. ¿Cuántas han vendido?

- Un televisor que costaba ochocientos treinta y cinco euros, en las rebajas puede comprarse por seiscientos noventa y nueve euros. ¿Cuánto dinero lo han rebajado?



PROBLEMAS QUE DEJAN DE SER PROBLEMAS

Problemas
rutinarios

Problemas no
rutinarios



FASES DE RESOLUCIÓN PROBLEMAS RUTINARIOS

Ignora el contexto



Extrae los datos del texto



Realiza un cálculo siguiendo un determinado procedimiento visto en clase

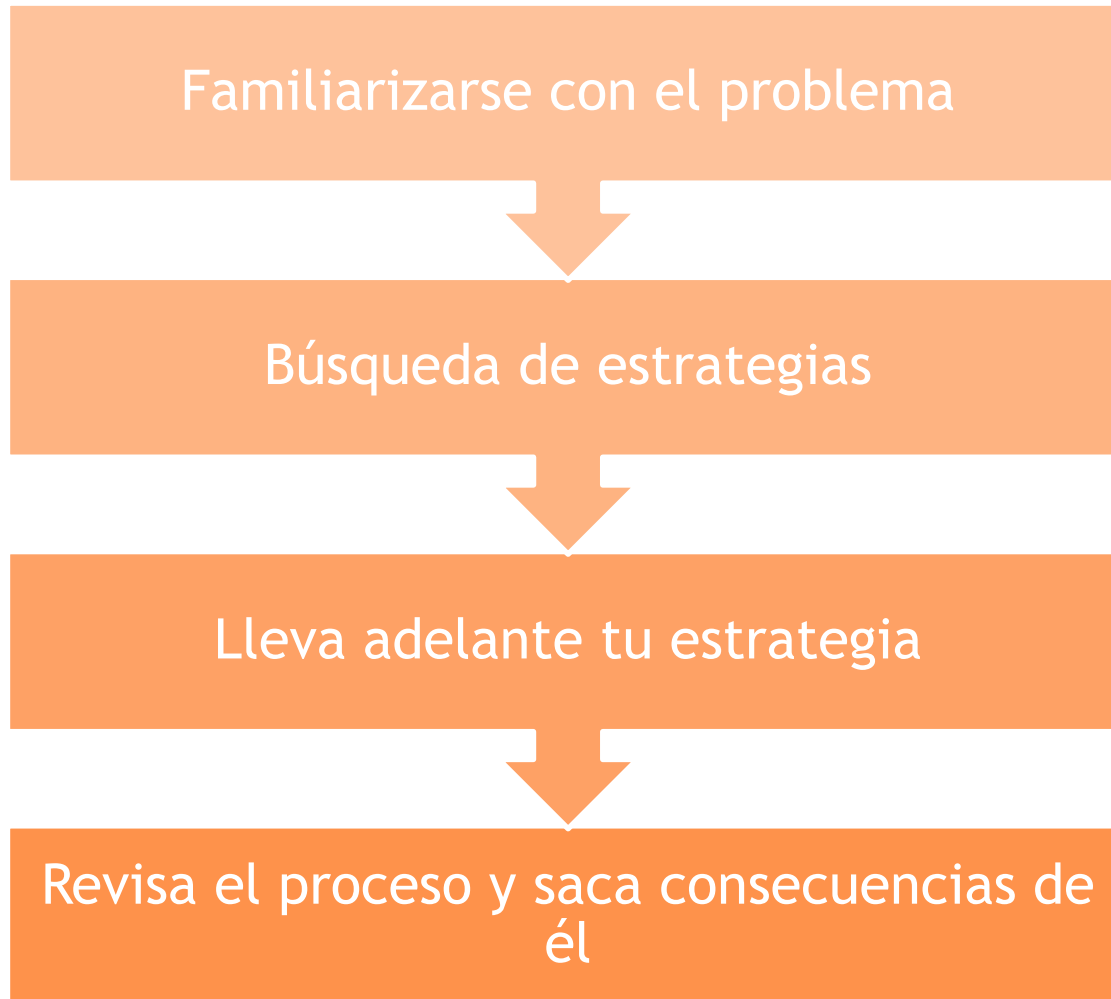
Pérdida de sentido

Potente herramienta con propiedades mágicas.

Pérdida de aprendizaje comprensivo.

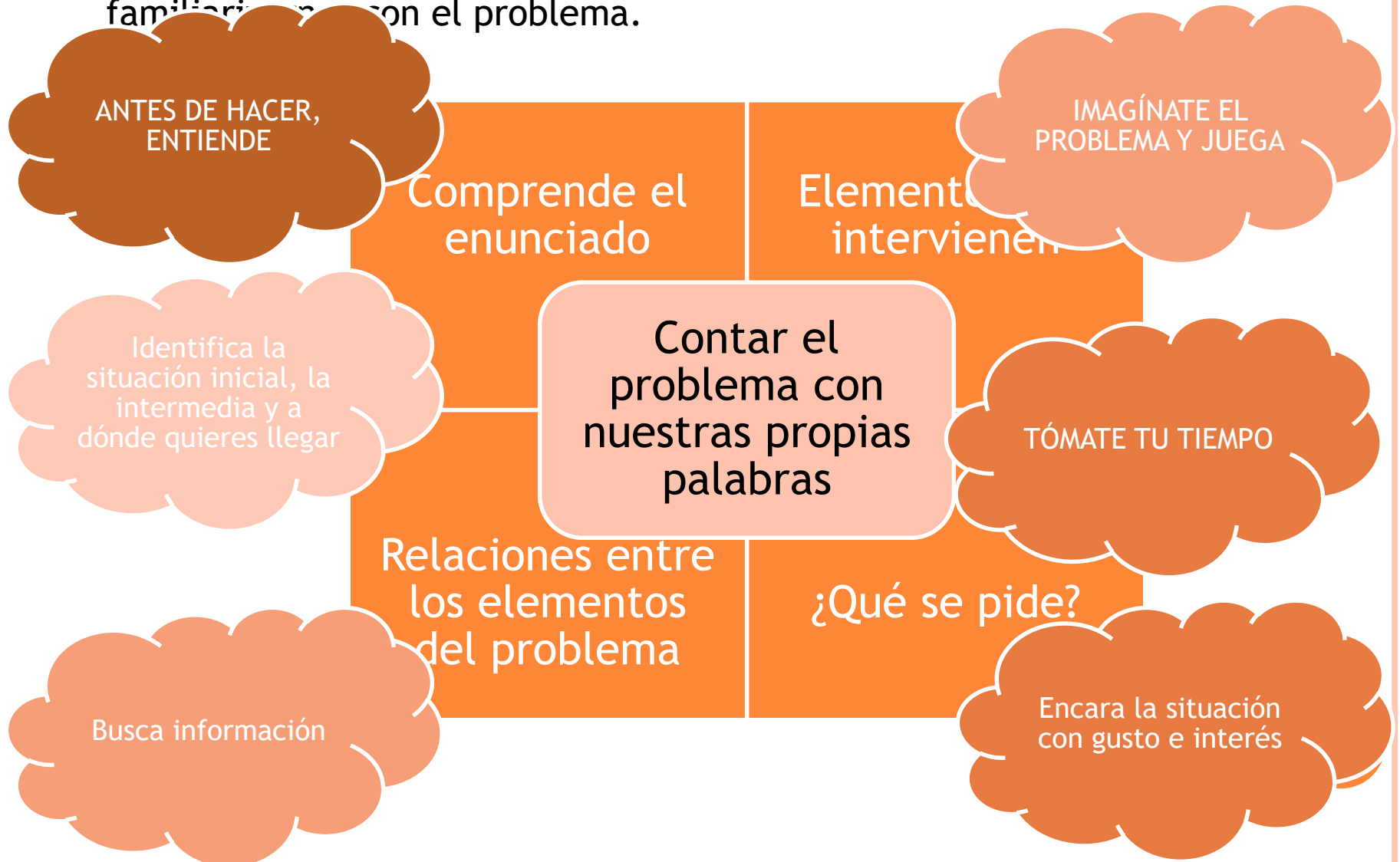


FASES DE RESOLUCIÓN PROBLEMAS NO RUTINARIOS



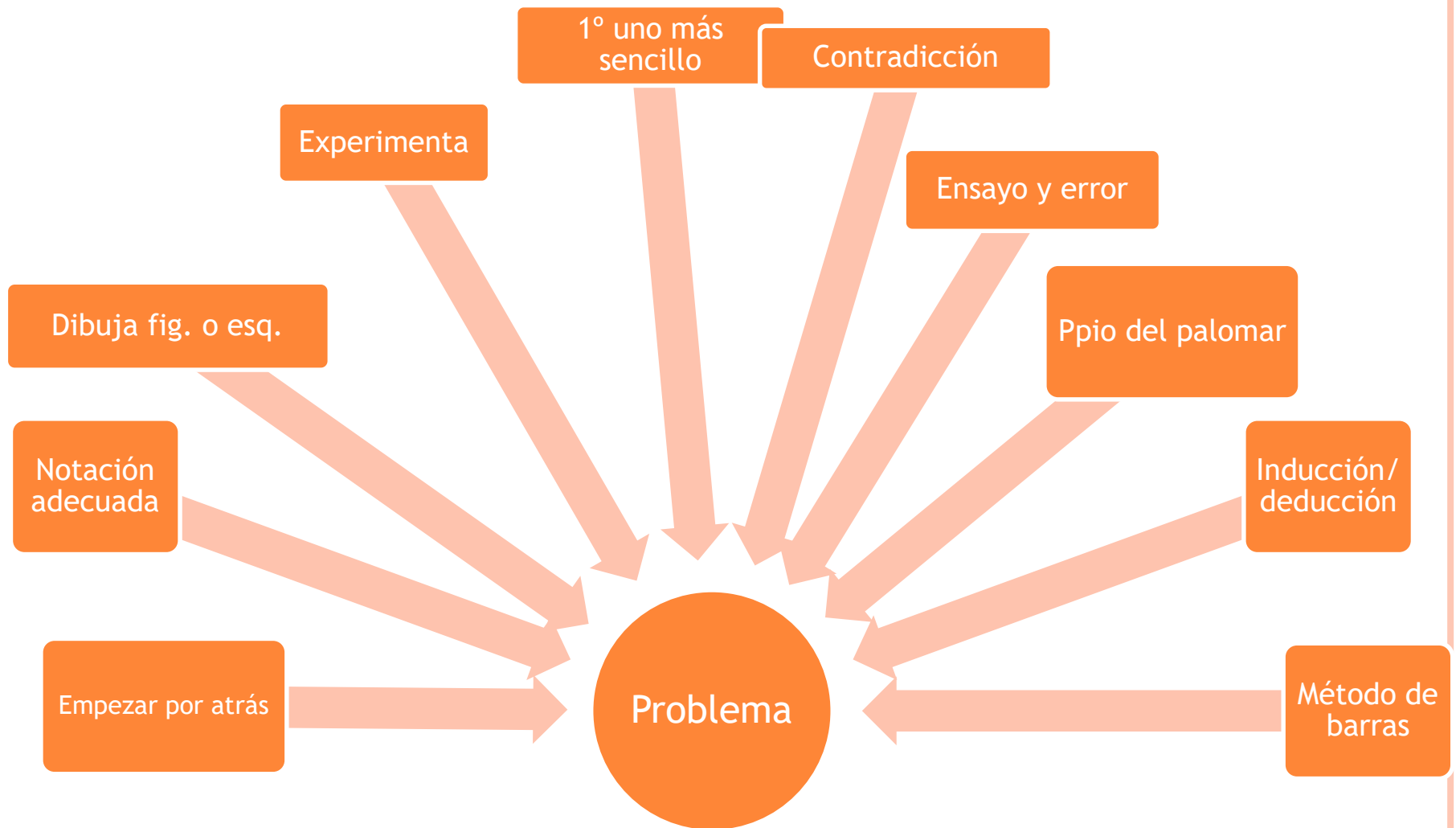
FAMILIARIZARSE CON EL PROBLEMA

En la resolución de problemas lo que realmente importa es el camino. Por ello, para empezar con buen pie debemos familiarizarnos con el problema.



BÚSQUEDA DE ESTRATEGIAS


En esta fase trataremos de encontrar unas cuantas estrategias para atacar el problema. Hay que proceder con calma y tesón para no lanzarnos precipitadamente a lo primero que se nos ocurre y equivocarnos o dejarnos por el camino cosas interesantes.




LLEVA ADELANTE TU ESTRATEGIA

Entre las estrategias encontradas en la fase anterior seleccionaremos aquella que consideremos con más probabilidades de éxito.


Lleva adelante la estrategia con decisión, confianza, orden, tesón y sosiego. No abandones hasta alcanzar la solución o hasta que tu idea sea invalidada o destruida.



Si se te ocurren ideas durante el proceso, no te desvíes ni las deseches, apúntalas por si pudieran servir más adelante.



Si descartas la estrategia elegida, recupera otra de la fase anterior, si ninguna funciona, vuelve a la fase anterior y localiza nuevas estrategias.



REVISAR EL PROCESO Y SACAR CONSECUENCIAS

Después de la fase anterior puede que hayamos resuelto o no el problema. En este caso no debemos desanimarnos, pues muchas veces se aprende más y más profundamente sobre los problemas abordados con interés y tesón no resueltos que con los resueltos a primera vista.

El objetivo de la resolución de problemas es mejorar los procesos de pensamiento, algo que es independiente de resolver o no el problema

Revisar el proceso

- ¿Son correctas las estrategias?
- ¿Qué ha fallado?
- ¿Las soluciones a las que hemos llegado son correctas?

Sacar consecuencias

- ¿Qué pasa si variamos los elementos del problema?
- ¿Se puede generalizar?
- ¿Qué pasa si variamos el enunciado?



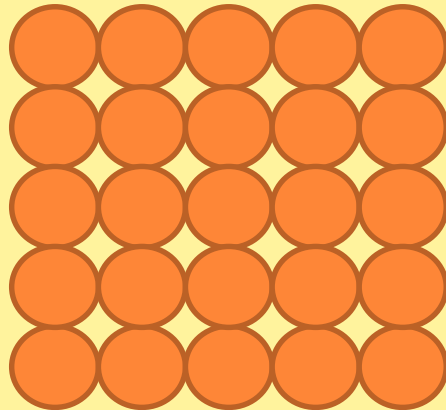
¿RESOLVEMOS PROBLEMAS?

Un pastor se encuentra en la orilla de un río con un lobo, una oveja y una col, y debe cruzar a la otra orilla. Dispone de una barca en la que únicamente caben él y uno de los anteriores. Si deja solos a la oveja y al lobo, éste se la come, si deja a la oveja con la col, ésta se la come. ¿Cómo podrá llevar a los tres a la otra orilla?



¿RESOLVEMOS PROBLEMAS?

Sobre una mesa se colocan 25 monedas de un euro de la siguiente forma



Viene una mosca volando y se posa sobre una de las monedas. Se le ocurre que le gustaría pisar todas las monedas, pasando de una moneda a otra y sin repetir moneda. ¿Podrá hacerlo?



¿RESOLVEMOS PROBLEMAS?

Un huevero tiene ante sí seis cestas con huevos. Cada una tiene huevos de una clase, de gallina o de pata. Cada cesta tiene el número de huevos siguiente, 6, 15, 29, 12, 14 y 23.

El huevero dice, señalando una cesta que no acertamos a ver: Si vendo esta cesta, me quedará el doble de huevos de gallina que de pata. ¿De qué cesta está hablando?



¿RESOLVEMOS PROBLEMAS?

Eres un turista en una tierra lejana, te has visto arrastrado a un terrible dilema tras tomar de un árbol una apetitosa ciruela.

Te condenan por robo a elegir una de estas tres chuches: una verde, una roja y otra azul. Dos de ellas están envenenadas y te producirán una muerte rápida y segura. La otra es inocua. Has elegido la verde. Yo habría hecho lo mismo, es mi color favorito y, en todo caso, la probabilidad de salvar la vida es una entre tres.

Tu juez y -esperemos que no- verdugo te ofrece un trato, que va a variar (¿o no?) tus cálculos, pero solo te deja 10 segundos para responder. Él sabe cuáles son las que contienen veneno, se lleva la azul (una de las dos que te provocarían la muerte) y la guarda en el bolsillo en espera de otro insensato amante de las ciruelas. Te ofrece cambiarte ¿qué haces ahora?

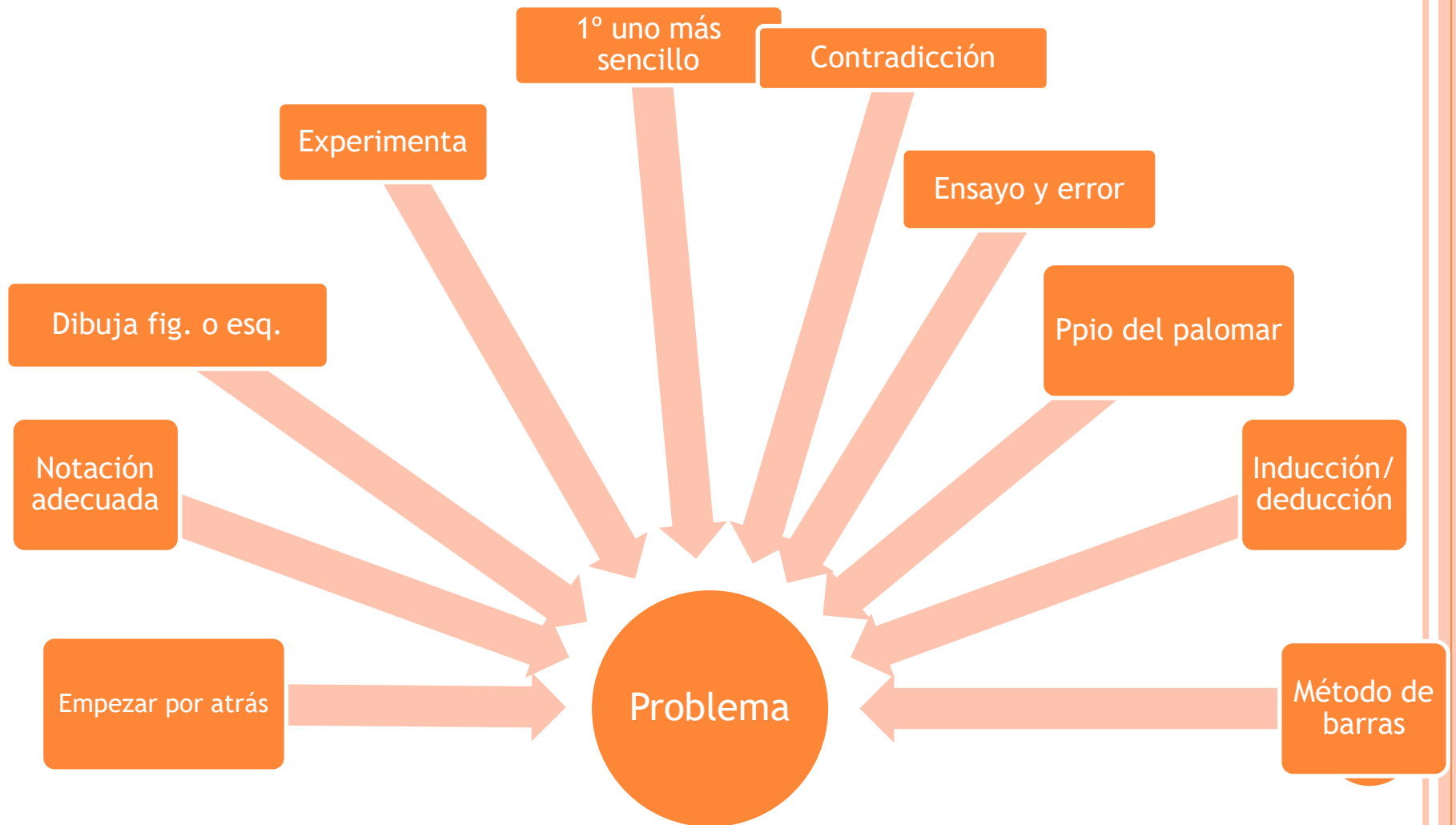


¿RESOLVEMOS PROBLEMAS?

Estás en “Allá tú” y Jesús Vázquez te muestra tres cajas, avisándote de todas contienen dos monedas:
Una tiene dos monedas de oro.
Una tiene dos monedas de plata.
La otra, una de oro y otra de plata.
Eliges una caja y de esa caja extraes al azar una moneda de oro, ¿cuál es la probabilidad de que la otra sea también de oro?



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Empezar por atrás /
suponer el problema resuelto

Son las 2 del mediodía y María quiere ir a Logroño al cine a una película que proyectan a las 7. María sabe que hay varios autobuses que hacen el trayecto, y que la duración del mismo es de 50 minutos. Además, María tarda 10 minutos de la estación de autobuses de Logroño al cine.

¿Cuál es la hora más tarde posible a la que María podrá coger el autobús para llegar a ver la película que quiere?



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Empezar por atrás /
suponer el problema resuelto

- ❖ Nos situamos al final y vamos retrocediendo hasta la posición.
- ❖ Es de mucha utilidad en aquellos problemas en que se conoce el objetivo, pero no se conoce el estado inicial ni el camino que se debe recorrer.



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Hacer un esquema

Hubo una época que en Gatusa vivía una única gata llamada Greta. Un día ocurrió que Greta tuvo 4 gatitas muy robustas, que cuando crecieron cada una de ellas tuvo a su vez otras cuatro gatitas. Ante el asombro de los habitantes del pueblo, cada una de estas gatas tuvo a su vez 4 gatitas.
¿Cuántas gatas inundaron el pueblo?



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Hacer un esquema

- ❖ El primer paso para resolver un problema es organizarse y buscar un plan.
- ❖ Las acciones asociadas a una buena organización son, además de una buena simbolización, hacer croquis, gráficos, figuras, diagramas o esquemas adecuados a la situación que se plantea en el problema.



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Experimental

En cierta ocasión se encuentran dos compañeros matemáticos que no se veían desde hacía tiempo, e interesados en contarse las últimas novedades dicen: **-¿Cuántos años tienen ya tus tres hijas?** - preguntó el primero.

-¡Seguro que aciertas!. El producto del número de años que tienen es 36, y su suma es igual al número de tu casa.

-Me falta un dato - dijo el primero.

-¡Ah! ¡Es verdad! -reconoce el segundo. **La mayor toca el piano.**

¿Sabrías decir la edad de las tres hijas?



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Experimental

- ❖ Las propiedades de un conjunto de objetos, figuras, números, etc. se intuyen mejor cuando observamos su presencia en casos particulares.
- ❖ La manera de averiguar si una cierta propiedad es común a varios elementos es experimentar con muchos de ellos.
- ❖ En la práctica, la experimentación se hace observando que ocurre cuando tenemos un solo elemento en cuenta, cuando tenemos dos, cuando tenemos tres, etc.



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Utilizar una notación adecuada

Una mañana al amanecer, un monje budista emprendió la ascensión a una montaña elevada. El caminito, un sendero de no más de medio metro de ancho, cada vueltas y revueltas en torno a la montaña hasta un resplandeciente templo en la cima. El monje fue subiendo con velocidad variable, deteniéndose muchas veces a descansar y a comer. Alcanzó el templo poco antes de la puesta de sol.

Tras varios días de ayuno y meditación emprendió el viaje de regreso a lo largo del mismo sendero, partiendo al amanecer, caminando nuevamente con velocidad variable y haciendo pausas. Su velocidad de descenso era mayor que la de subida.

Demuéstrese que hay un punto en el camino por el que el monje pasó en ambos viajes exactamente a la misma hora del día.

ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Utilizar una notación adecuada

- ❖ Es muy importante utilizar un lenguaje, una notación y unos códigos adecuados.
- ❖ Hay lenguajes muy útiles en unas situaciones que en otras no sirven para nada.
- ❖ Esta notación debe ser clara y concisa, fácil de retener en la memoria.
- ❖ Debe utilizar signos sencillos de identificar y recordar, y el orden y la relación entre los signos debe sugerir el orden y la relación entre los objetos.



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Resolver primero uno más sencillo

En una reunión hay 20 personas y todas ellas se saludan dándose un apretón de manos. ¿Cuántos apretones se habrán dado cuando todas las personas se hayan saludado?
¿Podría saberse cuántas personas habrá en una reunión en que se hayan intercambiado 1225 saludos?

Torres de Hanoi



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Resolver primero uno más sencillo

- ❖ Muchos problemas resultan difíciles a primera vista porque tienen excesivo número de datos y de relaciones.
- ❖ Se puede empezar con un problema parecido al propuesto pero más sencillo. Esto nos dará pautas para resolver el inicial.
- ❖ Otras veces lo que interesa es fraccionarlo en partes más simples (sub-objetivos), e ir resolviendo éstas por separado
- ❖ Los éxitos parciales suponen un aliciente.



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Ensayo - error

Una mujer ha dispuesto sobre la mesa 32 pasteles distribuidos en 8 bandejas, como se ve en la figura, y advierte a su hijo que no puede comer ninguno, porque si lo hace lo sabrá, porque tanto en un sentido como en otro hay 9 pasteles.

El niño no puede contenerse y se come 4, pero cuando su madre comprueba que sigue habiendo 9 en cada lado. Vuelve a comer otros 4, pero su madre tampoco nota nada. ¿Qué táctica emplea el goloso chaval para comer 12 pasteles engañando a su madre?

1	7	1
7		7
1	7	1



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Ensayo - error

Consiste en llevar a cabo lo siguiente:

1. Elegir un método, resultado o propiedad posible.
2. Imponer ese valor a las condiciones dadas en el problema.
3. Probar si hemos logrado el objetivo deseado.

Si no se ha logrado, tomar otro valor y repetir sucesivamente hasta alcanzar un objetivo.



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Contradicción

- ❖ Útil cuando la respuesta se encuentra restringida a un número reducido de posibilidades, y resulta difícil o imposible probar lo correcto.
- ❖ En alguna ocasión hay más de una respuesta aceptable, lo que no significa que el método sea defectuoso sino que las condiciones del problema no son suficientes para producir una respuesta única.
- ❖ Reducción al absurdo.



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Principio del palomar

¿Cuántas veces se debe lanzar un dado para obtener la misma puntuación por lo menos dos veces?



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Principio del palomar

Principio de Dirichlet:

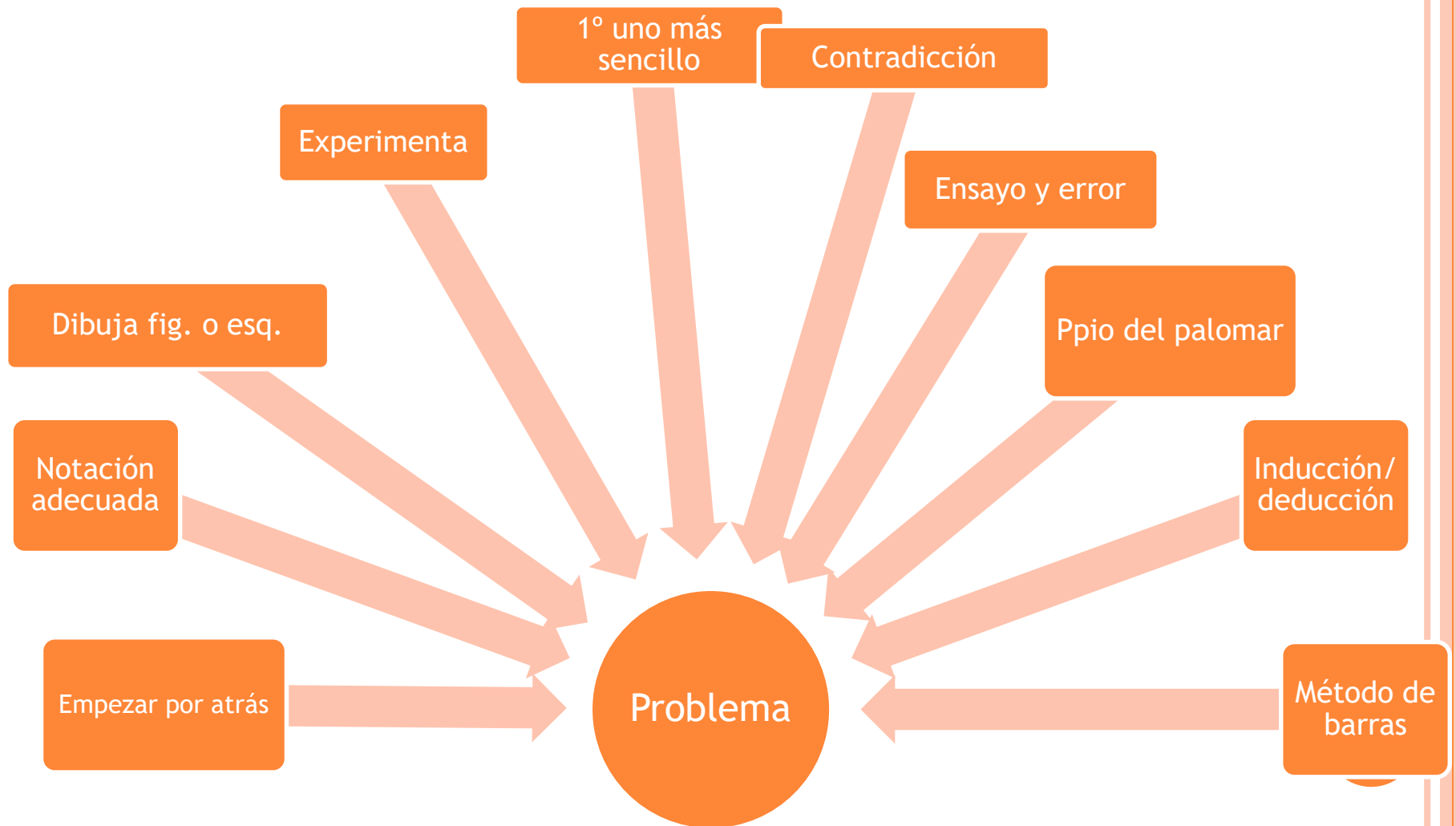
"Si 21 palomas se meten por 20 huecos, necesariamente en algún hueco debe haber más de una paloma"

O más general:

"Si m palomas ocupan n nidos y $m > n$, entonces hay al menos un nido con dos o más palomas".



ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS





RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.



ESTRATEGIAS DE
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Laura Hernández Hernández
Luis Sánchez San Cayetano