XIII OLIMPIADA PROVINCIAL DE MATEMÁTICAS
San Pedro Manrique, 12 y 13 de mayo de 2007

2º E.S.O.

Número:

Tened en cuenta que al resolver un problema, el resultado es tan importante como el proceso que hayáis seguido para llegar a él. Por ello, os pedimos que al final deis la solución que hayáis encontrado y también que expliquéis cuáles fueron las ideas más importantes que os llevaron hasta ella.

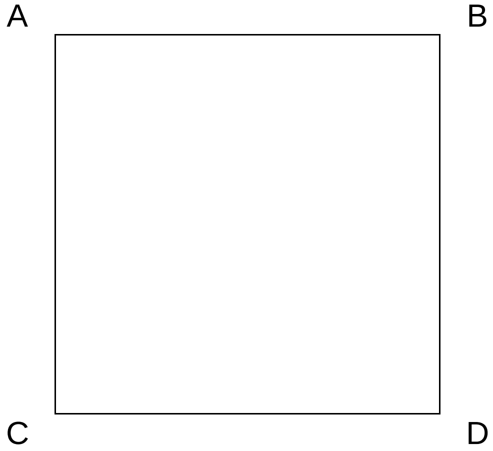
1.- LA PISCINA

Un club dispone de una piscina de natación de forma cuadrada de 50 m. de lado y tiene en cada vértice A, B, C y D un poste de alumbrado.

La dirección del club ha decidido ampliar la piscina haciéndola dos veces más grande pero sin cambiar su forma, es decir, manteniéndola cuadrada. La ampliación debe ser realizada sin alterar la posición de los postes de alumbrado que continuaran en el borde de la piscina.

a. ¿Cómo tendrán que diseñar la nueva piscina?

b. ¿Cuáles serán sus medidas?



1.- LA PISCINA

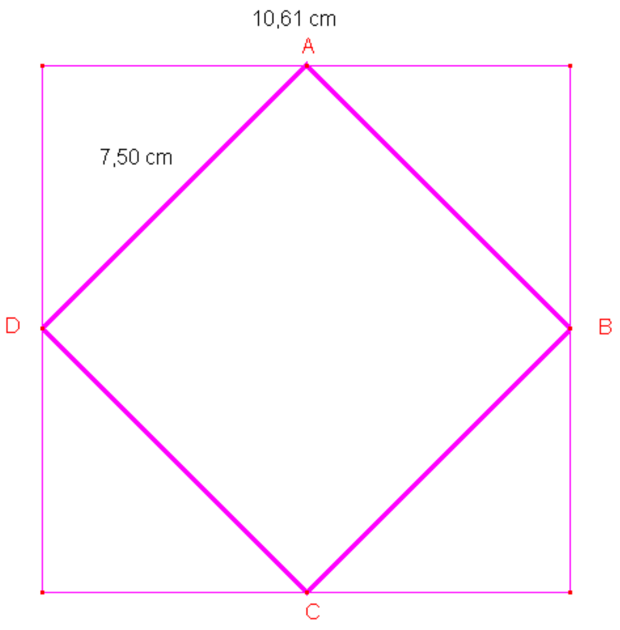
Solución

a. Si adosamos a cada lado del cuadrado un triángulo de manera que la suma del área de los cuatro triángulos equivalga a la superficie del cuadrado de la piscina.

b. Medidas:

El lado de la piscina inicial es de 50 metros, por tanto, aplicando el teorema de Pitágoras, el lado de la nueva piscina será:

$$l = \sqrt{50^2 + 50^2} = \sqrt{5000} = 50\sqrt{2} \text{ metros}$$



Número:

Tened en cuenta que al resolver un problema, el resultado es tan importante como el proceso que hayáis seguido para llegar a él. Por ello, os pedimos que al final deis la solución que hayáis encontrado y también que expliquéis cuáles fueron las ideas más importantes que os llevaron hasta ella.

2.- APILANDO CUBOS

Disponemos de dos tipos de cubos, unos de 3cm. de arista y los otros de 7cm. de arista. Colocando todos los cubos uno encima de otro obtenemos una pila de 5,2m. de alto. Si queremos llenar todos los cubos con agua, necesitamos 10 litros. ¿Cuál es el número total de cubos de que disponemos?

2.- APILANDO CUBOS

<u>Solución</u>

Llamamos: "x" al número de cubos de arista 3 cm.

"y" al número de cubos de arista 7 cm.

Resolviendo el sistema $\begin{cases} 3x + 7y = 520 & (\text{altura}) \\ 27x + 343y = 10.000 & (\text{volumen}) \end{cases}$ obtenemos que

x = 129 ; y = 19

Luego disponemos de 129 cubos de arista 3 cm y 19 cubos de arista 7 cm.

XIII OLIMPIADA PROVINCIAL DE MATEMÁTICAS
San Pedro Manrique, 12 y 13 de mayo de 2007
2º E.S.O.

Número:

Tened en cuenta que al resolver un problema, el resultado es tan importante como el proceso que hayáis seguido para llegar a él. Por ello, os pedimos que al final deis la solución que hayáis encontrado y también que expliquéis cuáles fueron las ideas más importantes que os llevaron hasta ella.

3.- COMPAÑEROS MENTIROSOS

En un laboratorio de idiomas hay cinco alumnos con un profesor. Uno de los alumnos ha puesto en marcha el equipo de vídeo y el profesor quiere saber quién ha sido. Javier dice *ha sido Héctor o Tania*; Héctor dice *No hemos sido ni Esther ni yo* ; Tania dice *Los dos están mintiendo* ; Diego dice *No, uno dice la verdad pero el otro no*; Esther dice *No Diego, eso no es verdad* . El profesor sabe que tres dicen la verdad y dos mienten.

Con estas informaciones ¿sabrías decir quién encendió el equipo de vídeo?

3.- COMPAÑEROS MENTIROSOS

Solución:

Javier y Héctor expresan afirmaciones

Tania, Diego y Esther opinan sobre la verdad o falsedad de las afirmaciones de ellos.

Casos posibles de acuerdo a lo que dicen (M: mienten; V: dicen la verdad)

	Javier	Héctor
Tania	M	M
Diego	V M	M V
Esther	M V	M V

T y D no se pueden dar a la vez; por tanto los 2 **no dicen a la vez la verdad.**

T y E podrían decir los 2 la verdad en el caso que dicen que MM (J y H mienten), pero entonces Diego diría la verdad (por haber 3 que dicen la verdad) y D no es compatible con T y E diciendo (MM). Por tanto **T y E no pueden decir los 2 a la vez la verdad.**

D y E no pueden darse a la vez; por tanto los 2 **no dicen a la vez la verdad**.

Si Tania dice la verdad, entonces J y H mienten (M) y entonces tendrían que decir la verdad Diego y Esther (porque hay 3 que dicen la verdad y 2 la mentira) y hemos visto que Tania no puede decir la verdad a la vez que Diego ni Esther. Por tanto **Tania miente.**

Por tanto, partimos de que Tania miente.
Si Diego dijera la verdad, no podría ser porque en cualquiera de sus posibilidades (VM,MV) hay uno que miente (Javier o Héctor) que junto con Tania son 2 los que mienten y por tanto Esther tendría que decir la verdad (porque solo 2 mienten) y hemos dicho antes que Diego y Esther no pueden decir a la vez la verdad. Por tanto **Diego tiene que mentir.**

Así que ahora **ya partimos de que Diego y Tania mienten;** por tanto los otros 3 dicen la verdad y para que eso sea posible (Javier dice que ha sido Tania o Héctor y Héctor dice que no ha sido él y tampoco Esther) no queda otra posibilidad más que sea **Tania la que encendió el vídeo**

Respuesta: Tania encendió el vídeo

XIII OLIMPIADA PROVINCIAL DE MATEMÁTICAS
San Pedro Manrique, 12 y 13 de mayo de 2007
2º E.S.O.

Número:

Tened en cuenta que al resolver un problema, el resultado es tan importante como el proceso que hayáis seguido para llegar a él. Por ello, os pedimos que al final deis la solución que hayáis encontrado y también que expliquéis cuáles fueron las ideas más importantes que os llevaron hasta ella.

4.- LA CIFRA BORROSA

Al hacer el siguiente producto:

$$15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$$

y tomar nota del resultado

1307 ☻ 74368000

una de las cifras nos ha quedado borrosa y no sabemos exactamente cuál es. ¿Podrías averiguarla, sin necesidad de repetir la operación?

4.- LA CIFRA BORROSA

Solución:

- Por ser un producto, el número resultante es múltiplo de todos sus factores, y por tanto cumple los criterios de divisibilidad entre 2, 3, 5, 9 y 11, que son los más sencillos.
- Es evidente que se verifican los criterios para 2 y 5.
- Por ser múltiplo de 3 la suma de todas sus cifras debe ser múltiplo de 3:

$$1+ 3 + 0 + 7 + ☻ + 7 + 4 + 3 + 6 + 8 + 0 + 0 + 0 = 39 + ☻$$

como 39 es múltiplo de 3 también lo tiene que ser ☻, por tanto dicha cifra solo puede ser 3, 6 ó 9.

En ese caso la suma de las cifras del resultado es 42, 45 ó 48.

- Por ser múltiplo de 9 la suma de sus cifras debe ser múltiplo de 9, y en el único caso en que es cierto es si la suma es 45.

Por tanto la cifra que falta es el 6.