

FORMAS Y FIGURAS. ÁREAS Y PERÍMETROS.

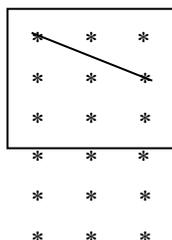
1. Dibuja, en una trama 3x3, **todos** los triángulos ***diferentes*** que puedas encontrar, con la condición de que sus vértices se encuentren en los puntos de la trama.
2. Haz clasificaciones de estos triángulos.
Para esta actividad debes fijarte en alguna característica común a un grupo de ellos.
3. En una trama 5x5, construye cuadrados de todos los tamaños posibles. Ordénalos de mayor a menor.
4. En una trama abierta, dibuja un triángulo rectángulo. Dibuja un cuadrado en cada uno de los lados del triángulo. Calcula sus áreas. Repite la experiencia con otros triángulos rectángulos.
5. En una trama 4x4, dibuja un triángulo cualquiera, y a continuación dibuja el mismo triángulo en todas las posiciones posibles.
6. Dibuja en una trama 5x5, todos los polígonos regulares que puedas encontrar.
7. Dibuja en una trama circular de 12 puntos, todos los polígonos regulares que puedas encontrar. ¿Cuántos habría en una trama circular de 24 puntos?
8. Dibuja pentágonos, en una trama 5x5. Clasifícalos.
9.
 - a. Calcula el área de los triángulos del ejercicio 1.
 - b. Construye triángulos de área 1.
 - c. Calcula los perímetros de los triángulos del ejercicio 1.
10. Dibuja rectángulos de perímetro 10. ¿Tienen todos el mismo área? ¿Cuál es el de mayor área? Y ¿el más pequeño?
11. Dibuja rectángulos de área 8. ¿Tienen todos el mismo perímetro? ¿Cuál es el de mayor perímetro? Y ¿el más pequeño?
12. Dibuja polígonos de perímetro 12. ¿Tienen todos el mismo área? ¿Cuál es el de mayor área? Y ¿el más pequeño?

13. Dibuja polígonos de área 8. ¿Tienen todo el mismo perímetro? ¿Cuál es el de mayor perímetro? Y ¿el más pequeño?
- 14.
- Dibuja dos triángulos distintos, pero que sus ángulos sean iguales.
 - Dibuja dos triángulos distintos, pero que todos sus lados tengan la misma longitud

FORMAS Y FIGURAS. ÁREAS Y PERÍMETROS.

Comentarios a las actividades.

1. Dibuja, en una trama 3x3, **todos** los triángulos **diferentes** que puedas encontrar, con la condición de que sus vértices se encuentren en los puntos de la trama.
 - i. ¿Qué entendemos por triángulos diferentes? ¿Diferente tamaño?, ¿Diferente forma? ¿Diferente posición? "Decidiremos" que distinta posición no supone figura diferente:
 - ii. *Dos triángulos serán iguales cuando tienen la misma forma y el mismo tamaño. Aunque estén en diferente posición.*
 - iii. Dibujaremos los 8 triángulos diferentes que pueden dibujarse. Debe hacerse ordenadamente para no dejarnos ninguno y estar seguros, de que con los ocho dibujados están todos.
- b. Dado uno de los triángulos, dibujarlo en **todas** las posiciones diferentes, en que pueda ponerse. Tratar de razonar, de cuántas maneras puede colocarse, para estar seguros de que no nos dejamos ninguno.
- c. Algún alumno, sugiere que no hace falta construir todos, ya que pueden contarse por "*simetría*"
- d. Con otros triángulos, decidir sin dibujarlos, en cuántas posiciones diferentes podemos colocarlos.
- e. Vamos a buscar un nombre para cada uno de los 8 triángulos. Tratamos de codificar, una manera de nombrar, a todos estos triángulos, independientemente de la posición que ocupen. Trataremos de llegar a codificar nombrando los tres lados (algún alumno sugiere los ángulos, pero les resulta complicado de medir, y les debemos hacer ver que no es un buen método). Los lados horizontales y verticales no tienen ninguna pega, basta nombrarlos con su medida (1 o 2), pero surgen las dificultades al tratar de medir las diagonales (son alumnos que no conocen el teorema de Pitágoras). Llegamos al acuerdo de nombrar las diagonales con dos números, que serán las distancias en horizontal y vertical que corresponde a la diagonal.



Ese segmento será el 1-2 (o 2-1 que sería lo mismo). Esto no se le ocurrió a ningún alumno, pero no tuvieron problemas para asumirlo y en los días posteriores lo recordaban y manejaban con facilidad.

2. Haz clasificaciones de estos triángulos.

Para esta actividad debes fijarte en alguna característica común a un grupo de ellos.

Aquí trataremos de explicarles, que la clasificación debe hacerse, fijándose en una característica, y que al margen de las clasificaciones habituales, que se fijan en lados o en ángulos, podría haber otras como por ejemplo grandes, medianos y pequeños (bastaría tomar un determinado tamaño, para decidir lo que es grande, mediano o pequeño).

Si tienen puntos interiores o no y cuántos.

Número de puntos por los que pasa su perímetro. (3, 4, 6,...).

Un problema importante, es hacer ver las características que tiene que tener una buena clasificación.

Cualquier triángulo tiene que estar en un grupo y sólo en uno
No debe de haber un número excesivo de clases.

Se pueden diferenciar todos sea cual sea la clasificación elegida.

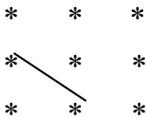
...

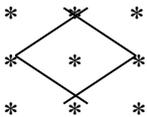
3. En una trama 5x5, construye cuadrados de todos los tamaños posibles. Ordénalos de mayor a menor.

i. No tienen demasiadas dificultades para dibujar los cuadrados, aunque les ha costado los de lados 1-2 y 1-3.

ii. Para ordenarlos de mayor a menor. Tendremos que ponerles nombre, en este caso el área, nos puede facilitar el nombre (1, 2,...) La superficie la mediremos contando los cuadritos que quedan dentro de la figura (está idea la seguiremos utilizando, en otros ejercicios) Esto no supone ninguna dificultad y saben calcular todas las áreas.

iii. Volvemos, ahora, al ejercicio 1-e y tratamos de mejorar la notación usada para algunos segmentos. Por ejemplo el

segmento 1-1  resulta ser el lado de un cuadrado

de área 2  (pero bien hecho). Como ellos conocen

el concepto de raíz cuadrada, ese segmento podemos pasar a denominarlo $\sqrt{2}$.

El profesor les anima, para que todos estos datos los vayan colocando en una tabla ordenados según su área:

Se les recuerda que el área del cuadrado es lado al cuadrado. Y que por tanto conocido el lado se puede saber el área, pero también se puede utilizar al revés, conocido el área podemos saber el lado, pues son alumnos que conocen el concepto de raíz cuadrada. A continuación, van calculando valores de áreas de cuadrados con lados distintos de los que tienen en la tabla y aplicando directamente la fórmula del área. También hacen el proceso contrario, es decir calcular el lado sabiendo el área.

Esto nos lleva a completar la siguiente tabla, que nos permite una nueva manera de escribir la longitud de algunos segmentos, usando radicales:

| Área | Lado | Lado usando raíces |
|------|------|--------------------|
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1-1 | $\sqrt{2}$ |
| 4 | 2 | $\sqrt{4} = 2$ |
| 5 | 1-2 | $\sqrt{5}$ |
| 8 | 2-2 | $\sqrt{8}$ |
| 9 | 3 | $\sqrt{9} = 3$ |
| 10 | 1-3 | $\sqrt{10}$ |
| 16 | 4 | $\sqrt{16} = 4$ |

Se les hace ver la conveniencia de utilizar $\sqrt{2}$ frente a (1-1), pues una manera más genérica y no necesita de ninguna trama para poder nombrarlo, por lo que siempre se puede usar (hay que hacer notar que a los alumnos les gustaba más el nombre (1-1)).

4. En una trama abierta, dibuja un triángulo rectángulo. Dibuja un cuadrado en cada uno de los lados del triángulo. Calcula sus áreas. Repite la experiencia con otros triángulos rectángulos.
 - i. Observamos los resultados obtenidos por otros compañeros, hacemos una tabla con los diferentes valores que se van obteniendo y tratamos de llegar a alguna conclusión: El Teorema de Pitágoras. ¿Sucederá

lo mismo con cualquier triángulo rectángulo? Utilizaremos puzzles para hacer comprobaciones.

Unas veces les resulta más fácil escribir la longitud del lado y otras veces el área, se trata de que recordando la sesión anterior puedan rellenar todas las columnas sin dificultad.

| Lado Pequeño (cateto) | Área cuadrado pequeño | Lado Mediano (cateto) | Área cuadrado Mediano | Lado grande (hipotenusa) | Área cuadrado grande |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|----------------------|
| 3 | 9 | 4 | 16 | 5 | 25 |
| 1 | 1 | 2 | 4 | | 5 |
| 2 | 4 | 4 | 16 | | 20 |
| ... | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

Se les hace buscar relaciones en sus gráficas y en la tabla. Llegan a la conclusión que se pretendía con esta actividad **Teorema de Pitágoras**. Se les hace ver que lo que han hecho no ha sido demostrar sino comprobar dicho teorema. Se les anima a que lo expresen con palabras y entre todos se elige la siguiente conclusión:

“La suma de las áreas que ocupan los cuadrados sobre los lados pequeños es igual al área que ocupa el cuadrado sobre el lado grande”.

ii. Hacemos una introducción histórica de Pitágoras y de los números irracionales.

5. En una trama 4x4, dibuja un triángulo cualquiera, y a continuación dibuja el mismo triángulo en todas las posiciones posibles.

Con otros triángulos, indica cuántos se pueden dibujar, sin necesidad de dibujarlos.

6. Dibuja en una trama 5x5, todos los polígonos regulares que puedas encontrar.

Enseguida observarán que no hay mucho donde buscar.

7. Dibuja en una trama circular de 12 puntos, todos los polígonos regulares que puedas encontrar. ¿Cuántos habría en una trama circular de 24 puntos?
- Aquí van encontrando los diferentes polígonos sin dificultad, aunque les sugerimos que sean ordenados para no dejar ninguno.
 - Se encuentran con los polígonos estrellados, lo que abre un interesante debate sobre si son o no polígonos regulares.
8. Dibuja pentágonos, en una trama 5x5. Clasifícalos.
- Los alumnos encuentran alguna dificultad para clasificar, en principio solo se les ocurre regulares e irregulares. Les insistimos en que se fijen en una característica, por fin alguno dice *“con puntas para adentro y los que no”* llegamos donde queríamos: Cóncavos y Convexos.
- 9.
- Calcula el área de los triángulos del ejercicio 1.
 - Construye otros triángulos de área 1.
 - Calcula los perímetros de los triángulos del ejercicio 1.

Estos ejercicios y los siguientes van encaminados a recordar los conceptos de área y perímetro y a observar que igual área no quiere decir que también sea igual perímetro.