

TRABAJO DE LA ACTIVIDAD:
EL MODELO DE ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS
'MÉTODO SINGAPUR'

PRESENTADO POR:
CECILIA TOSAR ESCUDER

FECHA: 25-10-2019

Introducción

La siguiente planificación es para realizar actividades con el fin de resolver problemas de proporcionalidad compuesta, para un curso de 2º o 3º de ESO.

Si bien en muchos libros de texto se introducen de forma similar a la que voy a presentar a continuación, también es cierto que en muchos otros se recurre a reglas y fórmulas que no se explica muy bien de dónde se obtienen. Tengo que confesar que en varias ocasiones, por falta de tiempo, también yo he dado esas fórmulas sin ninguna explicación.

En la primera parte de la sesión se presentan tres actividades para resolver usando los cubos conectables. En este nivel la mayoría de los alumnos serán capaces de resolver las actividades sin tener que manipular los cubos, mediante razonamiento lógico. Pero puede ser que ante alguna duda de un alumno la manipulación de los cubos ayude a aclarar conceptos. Por ejemplo al tener que decidir si dos magnitudes tienen alguna relación de proporcionalidad. De hecho, creo que ese paso es el que la mayoría de los alumnos encuentran mayor dificultad.

En una segunda etapa se trata de formalizar los razonamientos hechos por los alumnos, ayudados por tablas. Aquí pretendo que los procedimientos realizados vayan en paralelo con la comprensión de los mismos.

En una última etapa se intenta simplificar los procedimientos, porque es verdad que los alumnos que llegan a comprenderlos sienten la necesidad de saltarse pasos (porque les empiezan a resultar “tediosos” u “obvios”).

Para finalizar se propone una serie de problemas con dificultades variadas.

De esta planificación he llevado a la práctica en el aula la segunda etapa con alumnos de 3º de ESO: resolver problemas con la ayuda de tablas, pero de forma que los alumnos comprendan lo que hacen. Los alumnos ya resolvían este tipo de problemas usando reglas aprendidas de memoria, que no sabían explicar y que en muchos casos las usaban mal. Al principio se notaba cierto rechazo por no poder usar la regla que ellos habían aprendido (porque no eran capaces de explicarme por qué usaban esas reglas), y porque veían que los procedimientos eran más largos. Pero los alumnos que finalmente los comprendieron y que vieron que además podían simplificar mucho los procesos, se mostraron muy entusiasmados.

Probablemente se pueda trabajar estos problemas usando los modelos de barras, pero no lo he pensado todavía.

Planificación

Objetivo: Resolver problemas de proporcionalidad compuesta.

Requisitos previos:

- Relación de proporcionalidad directa e inversa entre pares de magnitudes (saber identificar)
- Operaciones con fracciones (recordar que dividir entre $\frac{a}{b}$ es equivalente a multiplicar por $\frac{b}{a}$)

Explorar

Actividad 1:

Se entrega 264 cubos a un grupo de 4 alumnos y se les pide que construyan figuras iguales (de la forma que quieran) con la condición de que cada uno de los alumnos debe construir 11 figuras.

Si se agregan 2 alumnos más al grupo y ahora se les pide que cada uno construya 9 figuras como las anteriores. ¿Cuántos cubos van a necesitar en total?

Actividad 2:

Se entrega 288 cubos a un grupo de 4 alumnos y se les pide que construyan figuras iguales (de la forma que quieran) con la condición de que cada uno de los alumnos debe construir 9 figuras.

Si se agregan 2 alumnos más al grupo pero ahora disponen sólo de 240 cubos en total, ¿cuántas figuras como las anteriores construirá cada uno?

Actividad 3:

Se entrega a un grupo de 4 alumnos todos los cubos de los que dispone el profesor y se les pide que los guarden de forma ordenada en barras de 10 cubos. Para ello cada uno de los alumnos debe construir 12 barras.

¿Cuántos alumnos serían necesarios para guardar los cubos si cada uno construye 6 barras de 8 cubos?

Formalizar

Actividad 1:

(Formalización que probablemente piensen los alumnos)

Cuántos cubos para cada alumno: $264:4=66$

Cuántos cubos por figura: $66:11=6$

6 alumnos construyen 9 figuras de 6 cubos → total de cubos necesarios: $6 \cdot 9 \cdot 6=324$ cubos

Actividad 2:

Primera forma:

Formalización que probablemente piensen la mayoría de los alumnos:

Cuántos cubos para cada alumno: $288:4=72$

Cuántos cubos por figura: $72:9=8$

6 alumnos disponen de 240 → cubos para cada alumno: $240:6=40$

Cuántas figuras construye cada uno: $40:8=5$

Otra forma:

Esta forma en principio parece menos natural, pero cobra sentido cuando se pasa a la formalización en tablas:

Cuántos cubos para cada alumno: $288:4=72$

Cuántos cubos por figura: $72:9=8$

cubos necesarios para que 6 alumnos construyan una figura cada uno: $6 \cdot 8=48$

Cuántas figuras construye cada uno de los 6 alumnos con 240 cubos: $240:48=5$

Actividad 3:

Total de cubos: $4 \cdot 10 \cdot 12=480$

Cada alumno construye 6 barras de 8 cubos → cubos para cada alumno: $6 \cdot 8=48$

Alumnos necesarios: $480:48=10$

Formalizar con tablas

Actividad 1:

Etapa 1: Organizar los datos en tabla.

cantidad de alumnos	cantidad de figuras iguales	cantidad de cubos necesarios
4	11	264
6	9	x

Etapa 2: Reproducir en la tabla la formalización (razonamiento) hecho anteriormente.

	cantidad de alumnos	cantidad de figuras iguales	cantidad de cubos necesarios
	4	11	264
cuántos cubos para cada alumno	\downarrow :4 1	11	66 \downarrow :4
cuántos cubos por figura	1	\downarrow :11 1	6 \downarrow :11
total de cubos necesarios	\downarrow ·6 6	\downarrow ·9 9	$x = 324$ \downarrow ·6·9

\swarrow proporcionalidad directa \searrow
 \swarrow prop. directa \searrow

Etapa 3: Sintetizar el razonamiento anterior.

	cantidad de alumnos	cantidad de figuras iguales	cantidad de cubos necesarios
	4	11	264
cuántos cubos para cada alumno	\downarrow :4 1	11 \downarrow ·9/11	66 \downarrow :4
cuántos cubos por figura	1	\downarrow :11 1	6 \downarrow :11
total de cubos necesarios	\downarrow ·6/4 6	\downarrow ·9 9	$x = 324$ \downarrow ·6·9

\swarrow proporcionalidad directa \searrow
 \swarrow prop. directa \searrow

$\cdot \frac{6}{4} \cdot \frac{9}{11}$

En la actividad realizada en clase, varios alumnos llegaron de forma autónoma a sintetizar el razonamiento de la siguiente forma:

proporcionalidad directa			
cantidad de alumnos	cantidad de figuras iguales	cantidad de cubos necesarios	
4	11	264	
↓ ·6/4	↓ ·9/11	↓	↓ ·6/4 · 9/11
6	9	$x = 324$	

$$x = 264 \cdot \frac{6}{4} \cdot \frac{9}{11} = \frac{264 \cdot 6 \cdot 9}{4 \cdot 11} = 324$$

Actividad 2:

Etaapa 1: Organizar los datos en tabla.

cantidad de alumnos	cantidad de figuras iguales por alumno	cantidad de cubos necesarios
4	9	288
6	x	240

Etaapa 2: Reproducir en la tabla la formalización (razonamiento) hecho anteriormente.

	prop inversa		prop. directa		
	cantidad de alumnos	cantidad de figuras iguales por alumno	cantidad de cubos necesarios		
	4	9	288		
cuántos cubos para cada alumno	↓ :4 1	9	↓ :4 72		
cuántos cubos por figura	↓ ·6/4 6	↓ :9 1	↓ :9 8	↓ ·6 48	↓ ·1/4 · 1/9 · 6 · 5
	6	↓ ·5 $x = 5$	↓ ·240/48 = ·5 240		

Observar que: $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} \cdot 6 \cdot 5 = \frac{240}{288}$ y que $\frac{4}{6} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} \cdot 6 \cdot 5 = \frac{4}{6} \cdot \frac{240}{288} = \frac{5}{9}$

Etapa 3: Sintetizar el razonamiento anterior.

cantidad de alumnos	cantidad de figuras iguales por alumno	cantidad de cubos necesarios
4	9	288
$\cdot \frac{6}{4}$ ↓ 6	$\cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{240}{288}$ ↓ $x = 5$	$\cdot \frac{240}{288}$ ↓ 240

$$x = 9 \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{240}{288} = 5$$

Actividad 3:

Se realiza de forma similar a las anteriores.

Practicar

- Una piscina de 400 m³ se llena con 5 grifos en 30 horas. ¿Cuántas horas se tardará en llenar una piscina de 600 m³ con 9 grifos?
- Para imprimir unos folletos publicitarios, 12 impresoras han funcionado 6 horas al día y han tardado 7 días. ¿Cuántos días tardarán en imprimir la misma cantidad de folletos, teniendo en cuenta que se han estropeado 9 impresoras pero 3 impresoras funcionando 8 horas diarias?
- En un comedor escolar, con 113 niños, se han consumido 840 yogures en 20 días. ¿Será suficiente una reserva de 200 yogures para los próximos cinco días en los que se prevé una afluencia media de 120 niños por día?
- Se contrató a 12 obreros para ejecutar una obra y al cabo de 8 días habían hecho la quinta parte. ¿Cuántos obreros hubo que contratar para terminar la obra en 6 días más?
- Ocho bombillas iguales, encendidas 4 horas diarias, han consumido 48 kWh en 30 días. ¿Cuánto consumirán 6 bombillas iguales a las anteriores, encendidas 3 horas diarias, durante 20 días?