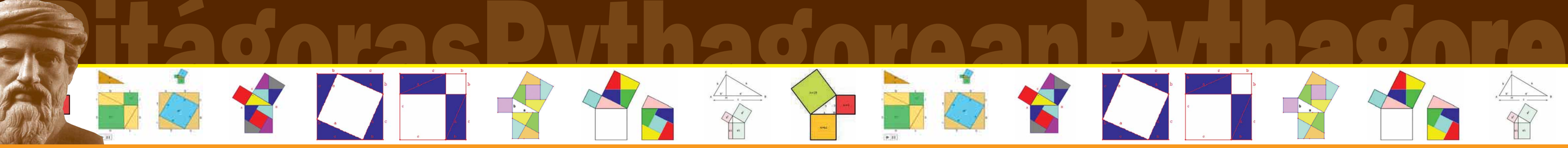


Teorema de Pitágoras

El enunciado del Teorema

«En todo triángulo rectángulo se verifica que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos».

La historia del Teorema

El teorema de Pitágoras ya era conocido en Babilonia y en Egipto, aunque estos pueblos no demostraron el teorema. La primera demostración, así como la generalización, del teorema se deben a Pitágoras, de quien ha recibido su nombre.

Pitágoras nació en la isla griega de Samos, en 570 a.C., y murió en Metaponto, el año 469 a.C. Fue discípulo de Tales de Mileto, viajó por Egipto y Babilonia y fundó la escuela pitagórica en Crotona, en el sur de Italia.

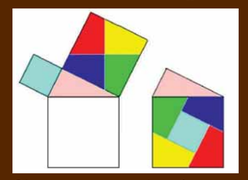
Entre los descubrimientos matemáticos de la escuela pitagórica podemos mencionar la demostración del Teorema de Pitágoras y el descubrimiento de los números irracionales.

Demostraciones geométricas

En este módulo proponemos dos demostraciones geométricas, del estilo de las que posiblemente realizaron los geómetras griegos. En ellas se demuestra el teorema comparando las áreas de varios cuadrados, que previamente se han descompuesto en otras figuras.

Demostración 1

Partimos de un triángulo rectángulo cuyo cateto menor mide *b*, cuyo cateto mayor mide *c* y cuya hipotenusa mide *a*.

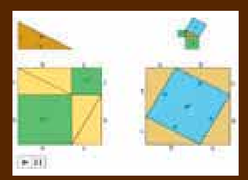


Construimos dos cuadrados iguales (de lado *b+c*). En cada uno de esos dos cuadrados colocamos cuatro triángulos rectángulos, como el descrito inicialmente, según muestra la firma adjunta:

Dentro del primer cuadrado se forma un cuadrado de lado *a*, mientras que dentro del segundo cuadrado se forman dos cuadrados de lados *b* y *c*.

Si comparamos las áreas de los cuadrados de lado *b+c*, que son iguales, se obtiene fácilmente que el área del cuadrado de lado *a* debe ser igual a la suma de las áreas de los cuadrados de lados b y *c*. Por tanto: $a^2 = b^2 + c^2$

Demostración 2 (Henry Perigal 1874)



Partimos de un triángulo rectángulo cuyo cateto menor mide *b*, cuyo cateto mayor mide *c* y cuya hipotenusa mide *a*.

Construimos tres cuadrados, dos de ellos tomando como base cada uno de sus catetos y el tercero tomando como base su hipotenusa.

Determinamos el centro del mayor de los cuadrados construidos sobre los catetos, y trazamos dos rectas que pasen por este punto, una paralela y otra perpendicular a la hipotenusa del triángulo inicial, quedando este cuadrado dividido en cuatro cuadriláteros.

Juntando el cuadrado construido sobre el cateto menor con los cuatro cuadriláteros obtenidos anteriormente podemos recubrir el cuadrado construido sobre la hipotenusa. Por tanto, el área del cuadrado que tiene como lado la hipotenusa, a^2, es igual a la suma de las áreas de los cuadrados cuyos lados son los catetos, b^2 y c^2. Es decir: $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$

Pythagorean theorem

The statement of the theorem

«In every right-angled triangle you can verify that the square of the hypotenuse is equal to the sum of the squares of the other two sides».

The history of the theorem

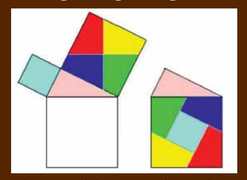
The Pythagorean Theorem was already known in Babylon and Egypt although these cultures didn't demonstrate it. It was Pythagoras the first person to demonstrate the theorem as well as generalizing it, that is why the theorem is called Pythagorean Theorem. Pythagoras was born on Samos, a Greek island. In 570 B.C., and he died in Metapontum in 469 B.C... He was Thales of Miletus' disciple, travelled to and around Egypt and Babylon, and founded the Pythagorean School in Crotona, in the south of Italy. Among the several discoveries of the Pythagorean School we may mention the demonstration of the Pythagorean Theorem and the discovery of irrational numbers.

Geometric Demonstrations

In this module we try to make two geometric demonstrations, probably in the same way as the ones the Greek geometricians made. In both demonstrations the theorem is demonstrated by comparing the areas of several squares, which have previously been separated in other geometric figures.

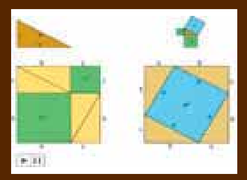
Demonstration 1

Having a right-angled triangle, whose minor side is *b*, major one is *c* and whose hypotenuse is *a*, we build two identical squares (whose side is b+ c).



Inside each one of these two squares, we place four right-angled triangles as the one previously described and as shown in the pictures. Inside the first square, the resulting figure is a square whose side is *a*, whereas inside the second one, the resulting figures are two different squares whose sides are *b* and *c* respectively. If we compare the areas of the squares with side b+c, which are the same, we can easily conclude that the area of the square with side *a* must be the same as the sum of the areas of the squares with sides *b* and *c*. Consequently: $a^2 = b^2 + c^2$.

Demonstration 2. (Henry Perigal 1874)



Having a right-angled triangle whose minor side is *b*, major one is *c* and whose hypotenuse is *a*.

We build three squares, two of them having as base each of its sides, and the third one having as base its hypotenuse.

We determine the centre of the biggest square built on the sides, and we make two lines which cross this point, one of them parallel and the other one perpendicular to the hypotenuse of the initial triangle, thus results the square being divided in four quadrilateral figures.

Putting together the square built on the minor side with the four quadrilateral figures previously obtained, we can cover the square built on the hypotenuse. Consequently, the area of the square whose side is the hypotenuse, a^2, is equal to the sum of the areas of the squares whose sides are b^2 and c^2. That is to say: $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$.

Théorème de Pythagore

L'énoncé du Théorème

«Dans tout triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des deux autres côtés».

L'histoire du théorème

Il était déjà connu en Babylone et en Égypte, mais sa première démonstration a été faite par Pythagore, qui lui a donné son nom.

Pythagore est né à Samos (île grecque) en 570 av. J. – C. et il est mort à Métaponte (Italie), en 469 av. J. – C. Il a été disciple de Thalès de Milet. Il a voyagé en Égypte et en Babylone et a fondé l'école pythagoricienne, en Crotone, au sud de l'Italie.

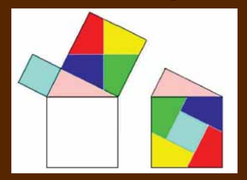
Parmi les recherches de l'école pythagoricienne, on peut remarquer la démonstration du Théorème de Pythagore et la découverte des nombres irrationnels.

Démonstrations géométriques

Dans ce panneau on vous propose deux démonstrations géométriques à la manière des géomètres grecs, qui démontrent le théorème en comparant les surfaces de plusieurs carrés, décomposés préalablement en d'autres figures.

Démonstration 1

On part d'un triangle rectangle dont un côté est égal à *b*, l'autre,à *c* et l'hypoténuse à *a*

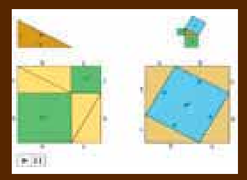


On construit deux carrés égaux, dont le côté vaut *b+c*.

Dans chaque carré on place quatre triangles rectangles comme celui décrit ci-dessus. (Voir figure ci-contre)

Dans le premier carré, apparaît un autre dont le côté est égal à *a*, et dans le deuxième carré apparaissent deux autres, dont les côtés sont égaux à *b* et *c*. Si on compare les surfaces des carrés dont les côtés sont égaux à *b+c*, on voit qu'elles sont les mêmes, et on en déduit facilement que la surface du carré dont le côté vaut *a* doit être égale à la somme des surfaces des carrés dont les côtés sont égaux à b et *c*. Donc $a^2 = b^2 + c^2$.

Démonstration 2. (Henry Perigal 1874)



On part d'un triangle rectangle, dont un côté vaut *b*, l'autre vaut *c* et l'hypoténuse vaut *a*

On construit trois carrés, dont deux ayant comme base chaque côté et le troisième, ayant comme base son hypoténuse.

On détermine le centre du carré le plus grand des construits sur les côtés, et on tire deux lignes droites, passant par ce point, l'une parallèle et l'autre perpendiculaire à l'hypoténuse du triangle initial et le carré est divisé en quatre quadrilatères.

Si l'on rassemble le carré construit sur le côté adjacent et quatre quadrilatères formés précédemment, on peut couvrir le carré construit sur l'hypoténuse. La surface du carré dont le côté est l'hypoténuse, a^2 est donc égale à la somme des surfaces des carrés construits sur les côtés, b^2 et c^2, c'est-à-dire $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$.