

U. Didáctica 1: Números naturales. Divisibilidad

RECUERDA:

Los números naturales se utilizan para contar y se representan por $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

OPERACIONES· PROPIEDADES

Propiedad	Suma	Producto
Conmutativa	$a + b = b + a$ $5 + 3 = 3 + 5 = 8$	$a \cdot b = b \cdot a$ $5 \cdot 3 = 3 \cdot 5 = 15$
Asociativa	$(a + b) + c = a + (b + c)$ $(1 + 2) + 3 = 1 + (2 + 3) \Rightarrow$ $3 + 3 = 1 + 5 = 6$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ $(2 \cdot 3) \cdot 5 = 2 \cdot (3 \cdot 5) \Rightarrow$ $6 \cdot 5 = 2 \cdot 15 = 30$
Elemento neutro	$a + 0 = a$ $5 + 0 = 5$	$a \cdot 1 = a$ $5 \cdot 1 = 5$
Distributiva	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ $2 \cdot (3 + 4) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 6 + 8 = 14$	
Sacar factor común	$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$ $2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 2 \cdot (3 + 4) = 2 \cdot 7 = 14$	

Prioridad de las operaciones· Recuerda:

- | |
|--|
| 1º - Paréntesis
2º - Productos y divisiones de izquierda a derecha
3º - Sumas y restas |
|--|

PRACTICA:

1. Calcula:

- $12 - 4 + 7 - 9 =$
- $4 + 7 - 2 - 8 =$
- $6 + 2 - 3 + 9 =$
- $15 - 12 + 3 - 6 =$
- $23 - 13 + 5 - 14 =$
- $7 - 2 + 15 - 8 =$
- $54 - 28 - 11 - 5 =$

2. Calcula:

a) $4 \cdot 6 + 3 \cdot 6 - 25 =$

b) $3 \cdot 5 - 12 + 3 \cdot 6 =$

c) $6 \cdot 3 - 4 - 7 =$

d) $28 - 4 \cdot 5 + 3 =$

e) $6 \cdot 5 - 10 + 8 : 4 =$

f) $19 + 10 : 2 - 8 \cdot 3 =$

g) $15 : 3 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 4 =$

h) $4 \cdot 7 - 4 \cdot 2 - 3 \cdot 5 =$

i) $3 + 5 : (4 - 3) =$

j) $3 \cdot (4 + 2) - 3 =$

k) $3 \cdot (6 - 2) + 4 \cdot (2 + 3) =$

3. Aplica la propiedad distributiva:

a) $3 \cdot (8 - 2 + 5) =$

b) $2(7 - 1 + 4) =$

c) $5(10 - 3 - 2) =$

d) $(7 + 5) \cdot 8 =$

e) $(12 - 3 + 2) \cdot 3 =$

4. Sacar factor común

a) $3 \cdot 5 + 3 \cdot 2 - 1 \cdot 3 =$

b) $2 \cdot 3 + 4 \cdot 7 - 8 \cdot 1 =$

DIVISIBILIDAD

Si la división de un número A , entre otro número B , es exacta, entonces decimos que:

- El número A **es divisible** por el número B .
- El número A **es múltiplo** de B .
- El número B **es un divisor** del número A .

Ejemplo: $28 : 7 = 4$ es exacta, decimos: 28 es divisible por 7, 28 es múltiplo de 7 ó 7 es un divisor de 28.

Los **múltiplos** de un número A se obtienen al multiplicar A por cualquier otro número k .

Ejemplo: Los múltiplos de 5 son $5 \times 1, 5 \times 2, 5 \times 3, 5 \times 4, \dots$, es decir 5, 10, 15, 20, ...

Los **divisores** de un número A se obtienen buscando las divisiones exactas:

Si $A : b = c$ es exacta, entonces $A : c = b$ es exacta y b y c son divisores de A

Ejemplo: Los divisores de 10 son 1, 2, 5 y 10 pues son los únicos números que al dividir a 10 el resto es cero (división exacta).

5. Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones.

a) Si un número es divisor de otro, este es múltiplo del primero.

b) Un número es múltiplo de sí mismo.

c) Si un número divide a otro, entonces la división del primero por el segundo es exacta.

d) Si un número divisible por otro, entonces el primero es divisor del segundo.

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Los **criterios de divisibilidad** son unas reglas que sirven para saber si un número es divisible por 2, 3, 5, 10, 11...

- Un número es **divisible por 2** si termina en 0 o cifra par (2, 4, 6, 8).
- Un número es **divisible por 3** si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
- Un número es **divisible por 5** si termina en 0 ó 5.
- Un número es **divisible por 10** si termina en cero.
- Un número es **divisible por 11** si la diferencia entre la suma de sus cifras en posición impar menos la suma de sus cifras en posición par es 0 ó múltiplo de 11

11. Sigue las instrucciones con los siguientes números:

234 456 457 597 450 238 322 230 122 466 87690

- Rodea con un círculo rojo los múltiplos de 2:
- Rodea con un cuadrado azul los múltiplos de 3:
- Rodea con un triángulo negro los múltiplos de 5:
- Tacha con verde los múltiplos de 10:

12. Aplicando las reglas de divisibilidad, completa la siguiente tabla.

Divisible Por:	Números								
	12	20	35	51	75	81	110	185	210
2									
3									
5									
10									

NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

- Un número se dice que es **primo** si sólo tiene dos divisores: él mismo y la unidad.
 - Un número se dice que es **compuesto** si tiene más de dos divisores.
 - El número 1 sólo tiene un divisor por eso no se considera ni primo ni compuesto.
- Ejemplo:* El número 7 es primo porque sólo tiene dos divisores 1 y 7.
El número 15 es compuesto porque tiene más de dos divisores, 1, 3, 5 y 15.

13. Indica si los siguientes números son primos o compuesto:

	5	13	12	4	6	16	11	17
Nºde divisores								
Primo								
Compuesto								

DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN SUS FACTORES

Los números primos no se pueden descomponer en producto de dos factores distintos del propio número.

$$\text{Ejemplo: } 19 = 1 \cdot 19$$

Los números compuestos se pueden descomponer en producto de dos factores distintos del propio número.

$$\text{Ejemplo: } 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 \text{ Y también en producto de factores primos.}$$

Para **descomponer un número en sus factores primos (factorizar)**, lo vamos dividiendo entre sus factores primos: primero entre 2 tantas veces como sea posible; después, entre 3, entre 5, ... y así, sucesivamente, hasta obtener 1 en el cociente.

$$\begin{array}{r|l} \text{Ejemplo: 36 será} & \begin{array}{l} 36 \\ 18 \\ 9 \\ 3 \\ 1 \end{array} & \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{array} & 36 = 2^2 \times 3^2 \end{array}$$

14. Descompón en factores primos los siguientes números:

18 26 30 54 504 644 888

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO Y MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE DOS O MÁS NÚMEROS

- El **mínimo común múltiplo (m.c.m.)** de varios números es el menor de los múltiplos comunes.
Ejemplo: Múltiplos comunes de 6 y 9: 18, 36, 54, 72, 90, ... El menor de estos múltiplos es 18, es decir, $m.c.m.(6, 9) = 18$

- Para calcular el **mínimo común múltiplo** de dos números: (*Ejemplo:* 36 y 60)

1.º Se descomponen los números en sus **factores primos**

$$36 = 2^2 \times 3^2 \qquad 60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

2.º El **m.c.m.** es el producto de los factores primos **comunes y no comunes elevados al mayor exponente.**

$$m.c.m.(36,60) = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 4 \times 9 \times 5 = 180$$

- El **máximo común divisor (m.c.d.)** de varios números es el mayor de los divisores comunes.

Ejemplo: Los divisores comunes de 12 y 15 son: 1, 3. El mayor de estos divisores es 3, es decir, $m.c.d.(12, 15) = 3$

- Para calcular el **mínimo común múltiplo** de dos números: (*Ejemplo:* 36 y 60)

1.º Se descomponen los números en sus **factores primos**

$$36 = 2^2 \times 3^2 \qquad 60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

2.º El **m.c.d.** es el producto de los factores primos **comunes elevados al menor exponente.**

$$m.c.d.(36,60) = 2^2 \times 3$$

15. Calcula el m·c·d· y el m·c·m· de 150, 75 y 55

- 16.** Luis va a clase de música cada 3 días, y practica natación cada 5 días. ¿Cada cuántos días le coinciden las dos actividades?
- 17.** Se desea cuadrar una cartulina, de manera que el lado del cuadrado que forma la cuadrícula sea lo mayor posible. La cartulina mide 30 cm de ancho y 45 de largo. ¿Cuál debe ser la longitud del lado del cuadrado?
- 18.** Dos coches de carreras dan vueltas en un circuito. El primero tarda 60 segundos en dar una vuelta y el segundo 80 segundos.
- a) ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que vuelven a coincidir en la meta?
- b) ¿Cuántas vueltas ha dado cada coche hasta ese momento?
- 19.** Tenemos 20 bocadillos de tortilla y 32 de chorizo. Queremos colocarlos en bolsas, de manera que todas tengan el mismo número de bocadillos y del mismo contenido. Si queremos llenar las bolsas con el mayor número posible de bocadillos:
- a) ¿Cuántos bocadillos tendrá cada bolsa?
- b) ¿Cuántas bolsas necesitaremos?

PROBLEMAS DE RECAPITULACIÓN

20. Una librería compra una remesa de 40 libros a 10 € cada uno. Cuánto gana por la venta de los libros si los vende a 13 € cada uno?
21. Marcos ha salido de casa con 60 €. Se ha gastado 22 € en un libro, 18 € en un CD y 12 € en una camiseta. ¿Cuánto dinero le ha sobrado?
22. ¿De cuántas formas distintas pueden agruparse los 40 componentes de un club de montaña de manera que en todos los grupos haya el mismo número de miembros?
23. En un campamento hay 72 chavales que se reparten en 6 equipos para un juego. Si a cada equipo se le entregan 9 cintas rojas y 3 amarillas, ¿cuántas cintas se necesitan para jugar?