

# Ámbito Científico -Tecnológico

## Unidad 1

# Estudio del movimiento



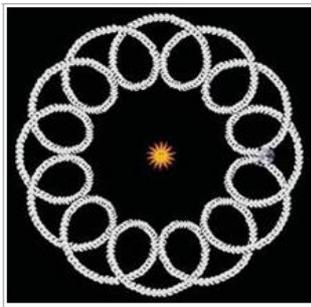
Si hay un ejemplo de fenómeno físico que ha merecido la atención del ser humano desde la antigüedad hasta nuestros días, es el del movimiento. La forma de orientarse más antigua conocida es a través de la posición que van adoptando las estrellas en la cúpula celeste a lo largo del año y de la zona donde se observa. La trayectoria de las partículas fundamentales en reacciones nucleares es un tema de gran actualidad, que permite retrotraernos a los orígenes del universo.

En esta unidad veremos los movimientos más sencillos que realizan los cuerpos, incidiendo en el más elemental de todos, el movimiento rectilíneo uniforme (MRU).

## Índice de contenido

1. Observa, algo se mueve .....	3
1.1 Sistema de referencia .....	3
1.2 Trayectoria .....	3
1.3 Posición .....	3
1.4 Desplazamiento .....	5
2. Cambiando la posición. Velocidad .....	7
3. Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU) .....	9
3.1 Gráficas del MRU .....	9
4. Cambiando la velocidad. Aceleración .....	13
5. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA) .....	14
5.1 Ecuaciones del MRUA .....	15
5.2 Gráficas del MRUA .....	15
5.3 Caída libre .....	18
Ejercicios resueltos .....	20
Soluciones .....	25

# 1. Observa, algo se mueve



La Luna describe un círculo si se observa su movimiento desde la Tierra. Si trasladamos el sistema de referencia al Sol, la trayectoria que se observaría es una curva como la de la figura llamada epícloide.

## 1.1 Sistema de referencia

La apariencia de un movimiento depende del lugar de observación, y en concreto de su estado de movimiento.

Por ejemplo, el descenso de una hoja que cae de un árbol visto por una persona situada debajo se ve de manera distinta que por otra que lo observa desde un autobús en marcha. Esto plantea la necesidad de elegir un sistema de referencia relativo al cual se refiera la observación.

**Sistema de referencia (SR) es el lugar desde donde se miden las posiciones que atraviesa un móvil a lo largo del tiempo**

## 1.2 Trayectoria

¿Cómo describirías el movimiento de la Luna? ¿Qué pensaban los hombres y mujeres acerca del movimiento del sol antes del siglo XVI? ¿Es vertical y hacia abajo el movimiento de un objeto al caer?

La referencia más inmediata de un movimiento es la forma del **camino que describe**, pero hay que precisar un poco más para acercarse al concepto que ahora se presenta: la **trayectoria**.



Observa la trayectoria que describe el avión, coincide con el rastro creado por la condensación de los gases que expulsa el motor.

**Trayectoria es el camino que describe un objeto al desplazarse respecto de un sistema de referencia**

## 1.3 Posición

La descripción de un movimiento requiere conocer el lugar donde se encuentra (posición) y en qué momento temporal ocurre (t).

**La posición ( $r$ ) de un móvil se dibuja en el plano a través de un vector  $(x,y)$  que representa las coordenadas cartesianas de un punto.**

La unidad de medida de la posición de un cuerpo en el Sistema Internacional es el metro (m).

La posición tiene que informar de la situación de un móvil respecto de un observador situado en el Sistema de Referencia.

Esta información se concreta con la distancia al Sistema de Referencia y con las coordenadas del punto donde se encuentra. *El módulo, la dirección y el sentido* del vector posición dan cuenta de ello, veamos cómo.



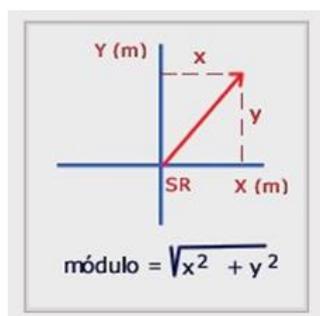
## RECUERDA

La unidad de tiempo en el Sistema Internacional es el segundo (s).

## MÓDULO

El módulo del vector posición determina la distancia del objeto que se mueve al origen del Sistema de Referencia

Gráficamente se corresponde con el tamaño del vector ("flecha"). ¿Cómo se calcula esta distancia?

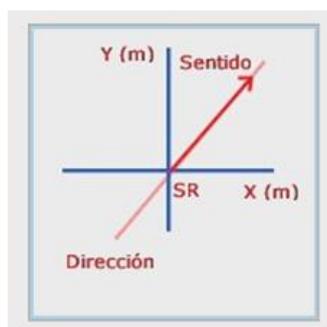


El tamaño del vector coincide con el valor de la hipotenusa de un triángulo cuyos lados se corresponden con las componentes (X,Y) del vector.

## DIRECCIÓN Y SENTIDO

La dirección es la recta que contiene al vector ("flecha").

El sentido es el marcado por la punta de la flecha.

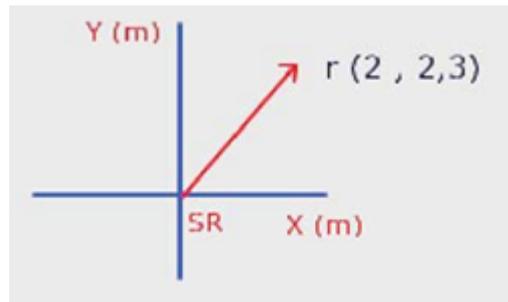




### Ejemplo 1

Consideremos un móvil de coordenadas (2, 2,3) respecto al sistema de referencia representado en la figura. ¿Cuál es su distancia al origen? (módulo).

**Solución:**



Módulo del vector posición:

$$r = \sqrt{2^2 + 2,3^2} = 3 \text{ m}$$

## 1.4 Desplazamiento

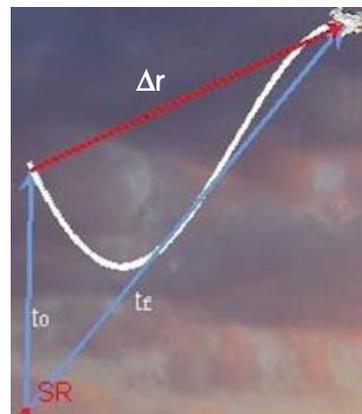
La palabra desplazarse tiene un uso cotidiano, pero, como es frecuente, el lenguaje científico la ha adoptado precisando su significado.

Un móvil se desplaza, evidentemente cuando se mueve, pero ¿se corresponde con algún valor concreto? ¿Es lo mismo espacio recorrido que desplazamiento?...



### RECUERDA

Al ser una distancia, la unidad de medida del desplazamiento en el SI es el metro (m).



En la imagen, el desplazamiento ( $\Delta r$ ) está representado por el vector rojo que parte de la posición en el instante inicial  $t_0$  y termina en la posición correspondiente al instante final  $t_f$ .

El desplazamiento coincide con el espacio recorrido sólo si la trayectoria entre dos instantes es rectilínea.

El módulo del vector desplazamiento se calcula a partir de la siguiente expresión:

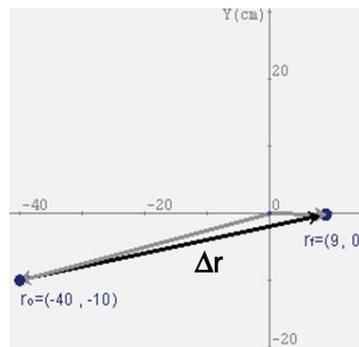
$$\Delta r = \sqrt{(x_f - x_o)^2 + (y_f - y_o)^2}$$



### Ejemplo 2

Una bola de billar inicialmente se encuentra en la posición (-40,-10), y tras recibir un impulso se encuentra en la posición (9,0). Dibuja la posición inicial y la final, la trayectoria y el desplazamiento. Calcula el módulo del vector desplazamiento

**Solución:**



En este caso la trayectoria coincide con el desplazamiento al ser rectilínea. El módulo del vector desplazamiento será:

$$\Delta r = \sqrt{(x_f - x_o)^2 + (y_f - y_o)^2} = \sqrt{(9 - (-40))^2 + (0 - (-10))^2} = 50 \text{ m}$$

El desplazamiento entre dos instantes,  $t_o$  y  $t_f$ , se corresponde con un vector que se extiende desde la posición inicial en  $t_o$  hasta la posición final en  $t_f$ .

## 2. Cambiando la posición. Velocidad

La velocidad con que se desplaza un móvil es la relación entre el desplazamiento que realiza y el tiempo que tarda en recorrerlo, siendo su unidad en el Sistema Internacional es el m/s.

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} \quad (m/s)$$

Una unidad de velocidad de uso más cotidiano son los km/h, por lo que es importante conocer cómo se pasa de esta unidad a m/s.

$$1 \frac{km}{h} = 1 \cdot \frac{1000m}{3600s} = 0,28 \text{ m/s}$$

$$1 \text{ m/s} = 1 \cdot \frac{0,001 km}{\frac{1}{3600} h} = 3,6 \text{ km/h}$$



### Ejemplo 3

Expresa las siguientes velocidades en las unidades que se indican:

- a. 20 m/s → km/h  
b. 120 km/h → m/s

**Solución:**

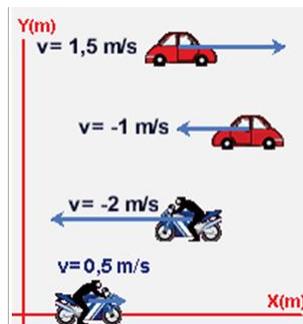
a.

$$20 \text{ m/s} = 20 \cdot \frac{0,001 km}{\frac{1}{3600} h} = 72 \text{ km/h}$$

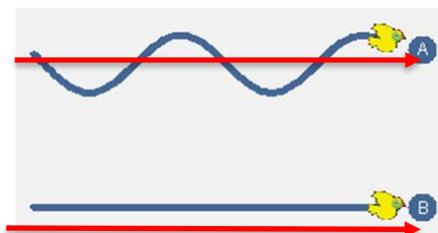
b.

$$120 \frac{km}{h} = 120 \cdot \frac{1000m}{3600s} = 33,3 \text{ m/s}$$

La velocidad físicamente es un vector y por tanto tiene un módulo (valor numérico), una dirección y un sentido. El vector velocidad se dibuja sobre el móvil con un tamaño proporcional a su módulo.



En la siguiente figura los dos pájaros tienen el mismo vector desplazamiento, y recorren su trayectoria en un mismo tiempo  $\Delta t$ , por lo que según la ecuación anterior su velocidad sería la misma.



Sin embargo vemos que el pájaro A ha realizado un camino más largo que el B. ¿Es correcto decir que ambos llevan la misma velocidad?

Nuestra intuición nos indica que si el pájaro A ha realizado un camino más largo y ha tardado lo mismo en llegar al punto final necesariamente debe tener mayor velocidad. ¿Qué estamos haciendo mal?

Para responder a esta pregunta debemos distinguir entre lo que es la **velocidad media** y la **velocidad instantánea**.

La **velocidad media** nos indica el valor de la velocidad a lo largo de todo el recorrido sin considerar los cambios de velocidad que se produzcan a lo largo de la trayectoria, siendo como su nombre indica un valor medio entre el instante inicial y el final.

Por tanto, cuando hemos calculado la velocidad del pájaro A, hemos calculado una velocidad media que no tiene en cuenta que su camino no era una línea recta y la velocidad ha podido variar a lo largo del mismo. Mientras que para el pájaro B la velocidad media si coincide con su velocidad real ya que su trayectoria y su vector desplazamiento coinciden.



## RECUERDA

La velocidad media y la velocidad instantánea sólo coinciden en los movimientos más sencillos: los Rectilíneos Uniformes

La mayoría de los movimientos no se realizan en línea recta por lo que es necesario calcular su velocidad instantánea para describir su movimiento. Los cálculos asociados a la velocidad instantánea exceden los contenidos de este curso.

La **velocidad instantánea** es la que posee un móvil en *un instante* dado de su trayectoria, siendo su valor el que coincide con la realidad.

### 3. Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

El Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU), es el movimiento más sencillo que existe en la naturaleza. Sus características son las siguientes:

- La velocidad es constante durante todo el movimiento,
- La trayectoria es una línea recta
- La velocidad se puede calcular a partir de la ecuación de la velocidad media

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_o}{t_f - t_o}$$

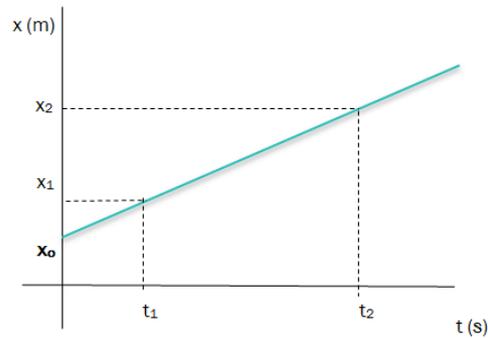
Despejando de esta última ecuación podemos obtener la ecuación del movimiento:

$$x = v (t_f - t_o) + x_o$$

#### 3.1 Graficas del MRU

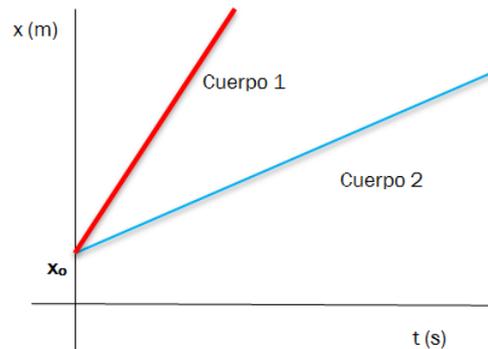
- Gráfica posición-tiempo

Si representamos los valores de la posición de un móvil con MRU frente a los instantes de tiempo en los que los ocupa, se obtiene una recta, como la que se representa a continuación:



siendo  $x_0$  (punto de corte con el eje vertical) la posición que ocupa el móvil cuando se inicia el movimiento. Si el cuerpo tiene una posición inicial cero, la recta pasará por el origen de coordenadas

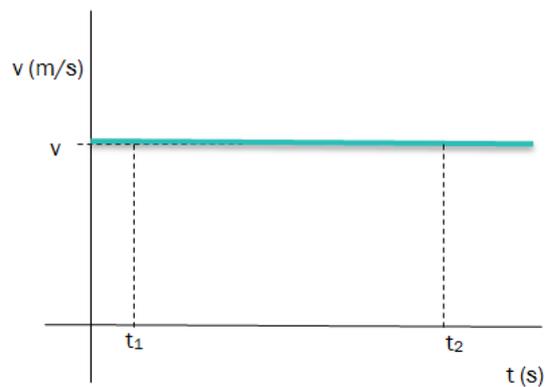
Dependiendo de cómo esté de inclinada la recta podemos conocer de manera rápida si un cuerpo se mueve a mayor velocidad que otro.



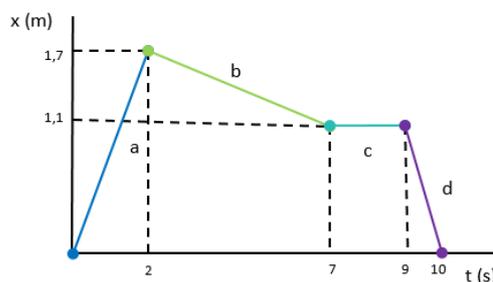
En el caso representado el cuerpo 1 y el 2 salen del mismo punto inicial  $x_0$ , pero el cuerpo uno tiene mayor velocidad que el 2 al tener su recta mayor inclinación.

- Gráfica velocidad-tiempo

Como la velocidad no cambia durante todo el movimiento esta gráfica es una línea recta paralela al eje de los tiempos:



En la siguiente gráfica podemos observar el movimiento de un cuerpo que realiza distintos MRU (todos los tramos son líneas rectas) en distintas etapas.



- En la primera etapa (a) el móvil se aleja del sistema de referencia llegando a la posición 1,7 m a los 2 segundos.
- En el tramo (b) el móvil pasa de la posición 1,7 m a 1,1 m lo que supone que realiza un desplazamiento de 0,6 m durante 5 segundos hacia el punto de partida (origen de coordenadas).
- Entre los minutos 7 y 9 (tramo c) el móvil se mantiene en la posición 1,1 m, por lo que podemos deducir que está parado durante esos 2 segundos.
- Por último en el tramo (d) el móvil vuelve al punto inicial.

En cada tramo la velocidad es constante y se puede determinar con los datos reflejados en la gráfica.

- La velocidad en el tramo (a) es:

$$v_a = \frac{x_f - x_o}{t_f - t_o} = \frac{1,7 - 0}{2 - 0} = 0,85 \text{ m/s}$$

- La velocidad en el tramo (b) es:

$$v_b = \frac{x_f - x_o}{t_f - t_o} = \frac{1,1 - 1,7}{7 - 2} = -0,12 \text{ m/s}$$

la velocidad es negativa porque volvemos hacia el punto de partida.

- La velocidad en el tramo (c) es 0 ya que no cambiamos de posición.
- La velocidad en el tramo (d) es:

$$v_d = \frac{x_f - x_o}{t_f - t_o} = \frac{0 - 1,1}{10 - 9} = -1,1 \text{ m/s}$$

en este caso la velocidad también es negativa ya que volvemos hacia el origen, pero es mayor que en el tramo b. Obsérvese que la inclinación de la recta, su pendiente, es mayor en este tramo que en el b.



## Ejemplo 4

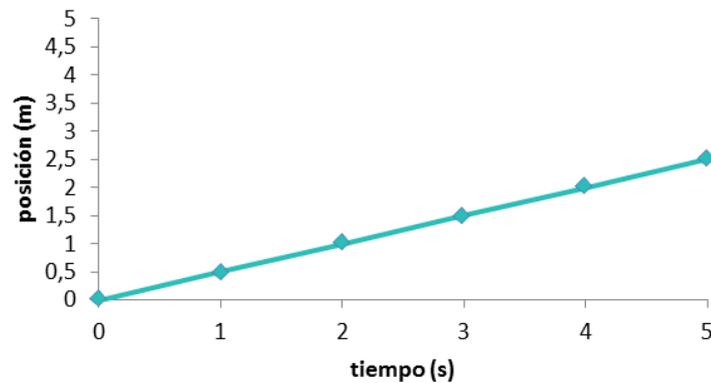
El movimiento de un cuerpo viene dado por los valores de la siguiente tabla:

tiempo (s)	0	1	2	3	4	5
posición (m)	0	0,5	1	1,5	2	2,5

- Dibuja la gráfica posición-tiempo correspondiente a este movimiento
- Calcula la velocidad entre los instantes  $t_0=0s$ ,  $t_f=2s$ ;  $t_0=2s$ ,  $t_f=3s$  y  $t_0=3s$ ,  $t_f=5s$ .
- ¿Qué conclusión podemos sacar respecto a la velocidad del cuerpo?

**Solución:**

a.



- b. Entre los instantes  $t_0=0s$ ,  $t_f=2s$ , la velocidad es:

$$v = \frac{x_f - x_o}{t_f - t_o} = \frac{1 - 0}{2 - 0} = 0,5 \text{ m/s}$$

Entre los instantes  $t_0=2s$ ,  $t_f=3s$ , la velocidad es:

$$v = \frac{x_f - x_o}{t_f - t_o} = \frac{1,5 - 1}{3 - 2} = 0,5 \text{ m/s}$$

Entre los instantes  $t_0=3s$ ,  $t_f=5s$ , la aceleración es:

$$v = \frac{x_f - x_o}{t_f - t_o} = \frac{2,5 - 1,5}{5 - 3} = 0,5 \text{ m/s}$$

- c. La velocidad es constante durante todo el movimiento del cuerpo, por lo que se trata de un MRU.

## 4. Cambiando la velocidad. Aceleración

La mayoría de los movimientos no se realizan a velocidad constante. Cuando vamos en un coche la velocidad del coche varía casi de forma continua debido a las características de la carretera y del tráfico.

La magnitud física que mide los cambios de velocidad es la aceleración. Podemos definir la **aceleración media** de un movimiento como el cociente entre el cambio en el valor numérico de la velocidad y el tiempo que tarda en producirse ese cambio.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_o}{t_f - t_o}$$

La unidad de aceleración en el Sistema Internacional son los metros por segundo al cuadrado ( $m/s^2$ ).



### Ejemplo 5

Determina la aceleración de cada avión sobre la pista de despegue, a partir de los datos de la imagen, sabiendo que el tiempo que transcurre entre el punto inicial y el final son 6,8 s.

**Solución:**

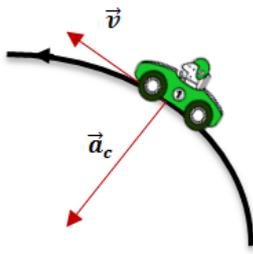
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_o}{t_f - t_o}$$

A:

$$a = \frac{v_f - v_o}{t_f - t_o} = \frac{3,4 - 0}{6,8} = 0,5 \text{ m/s}^2$$

B:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1 - 1}{6,8} = 0 \text{ m/s}^2$$



La aceleración centrípeta aparece siempre asociada al cambio de dirección del vector velocidad al describir una curva.

Al igual que el desplazamiento y la velocidad, la aceleración también es un vector.

Para que exista aceleración tiene que haber un cambio en el vector velocidad. Este cambio puede ser en su módulo (valor numérico), como el calculado en el ejemplo anterior o en su dirección y sentido.

Cuando un coche toma una curva a velocidad constante, existe una aceleración asociada a este movimiento debido a que hay un cambio en la dirección de la velocidad. Esta aceleración es la **aceleración centrípeta**, que aparece siempre que la trayectoria es una curva, y está dirigida hacia el centro de curvatura.

## 5. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA)

El Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA) es el otro tipo de movimiento en una dimensión que se da en la naturaleza, siendo este un tipo de movimiento más real que el rectilíneo uniforme pues aparece de forma habitual cuando dejamos caer o lanzamos un cuerpo verticalmente.

Las características de este movimiento son:

- La trayectoria es una línea recta
- El módulo de la velocidad cambia uniformemente en el tiempo.
- La aceleración es constante, por lo que se puede calcular a partir de la expresión de la aceleración media.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_o}{t_f - t_o}$$

## 5.1 Ecuaciones del MRUA

El MRUA viene descrito por dos ecuaciones; una que relaciona la velocidad y el tiempo y otra que relaciona la posición y el tiempo.

La ecuación que nos da la relación entre la velocidad y el tiempo, se puede obtener a partir de la ecuación de la aceleración despejando la velocidad:

$$v = a(t - t_0) + v_0$$

donde  $t_0$  y  $v_0$  son las velocidad y el tiempo inicial.

La ecuación que determina la posición que ocupa un cuerpo con MRUA en función del tiempo es:

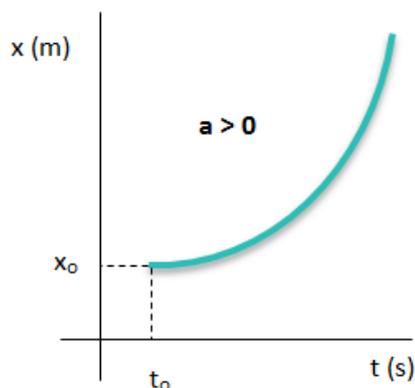
$$x = \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0) + x_0$$

Siendo  $x_0$  la posición inicial del cuerpo.

## 5.2 Gráficas del MRUA

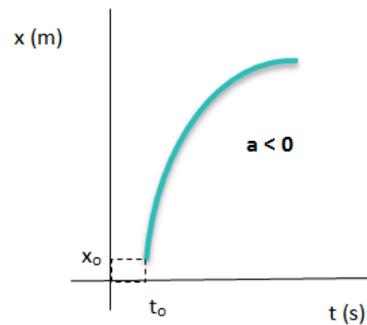
- Gráfica posición-tiempo

Si representamos los valores de la posición de un móvil con MRUA frente a los instantes de tiempo en los que los ocupa, se obtiene una parábola, como la que se representa a continuación:



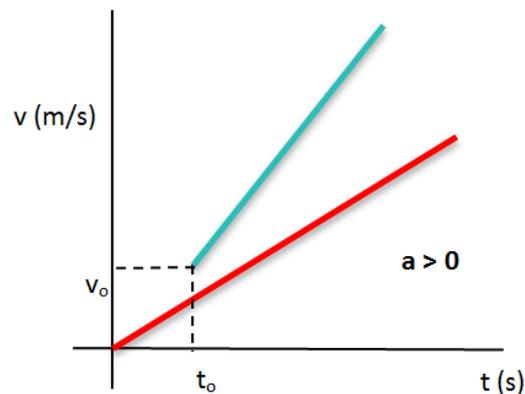
en esta gráfica la aceleración que tiene el móvil es positiva ( $a > 0$ ) y su posición inicial en  $t_0$  es  $x_0$ . Evidentemente si consideramos que en el instante inicial  $t_0=0$  la posición del móvil es  $x_0=0$ , la curva anterior pasará por el origen de coordenadas (0,0)

Si la aceleración que lleva el móvil es negativa, el aspecto que tendrá la gráfica será el siguiente:



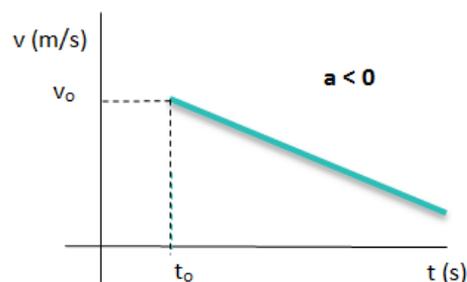
- Gráfica velocidad-tiempo

En un MRUA la velocidad cambia uniformemente por lo que este tipo de gráfica será una recta con mayor o menor pendiente según sea el valor de la aceleración.



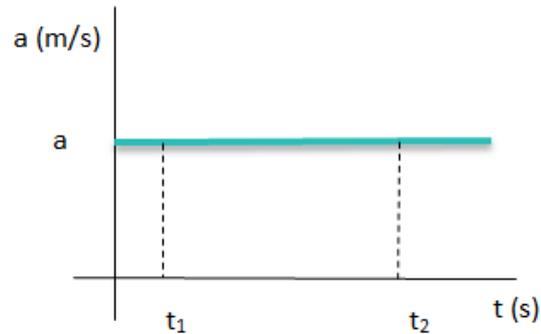
En esta gráfica se representan dos movimientos con aceleración positiva ( $a > 0$ ). El correspondiente a la recta roja tiene menor pendiente (inclinación) que la verde, por lo que su aceleración asociada será menor. El móvil asociado a la recta verde inicia su movimiento en  $t_0$  con velocidad  $v_0$ , mientras que el asociado a la recta roja tiene velocidad 0 en el instante inicial  $t_0 = 0$ , ya que la recta pasa por el origen de coordenadas.

Si la aceleración del movimiento es negativa la gráfica tendrá el siguiente aspecto:



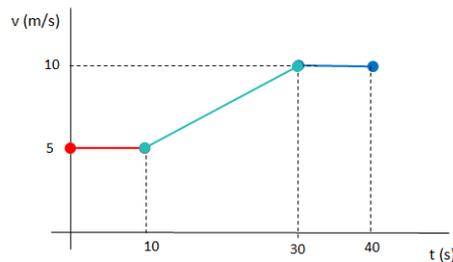
- Gráfica aceleración-tiempo

La gráfica aceleración tiempo será una recta paralela al eje de los tiempos puesto que la aceleración no cambia durante todo el movimiento.



### Ejemplo 6

El movimiento de una bicicleta viene representado por la siguiente gráfica velocidad-tiempo.



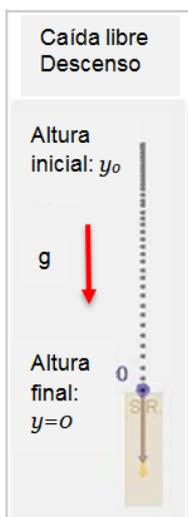
- Indica el tipo de movimiento que sigue la bicicleta en cada tramo.
- Calcula la aceleración que tiene la bicicleta entre los instantes 10 y 30 segundos

#### Solución:

a. Lo primero en que tenemos que fijarnos es que el tipo de gráfica es velocidad-tiempo. En el primer tramo (recta roja) la velocidad se mantiene constante en los primeros 10 segundos, con valor 5 m/s, por tanto la bicicleta lleva un MRU. Desde el segundo 10 al 30, la velocidad aumenta linealmente de 5 m/s a 10 m/s (recta verde), luego el movimiento de la bicicleta será un MRUA. Finalmente del segundo 30 al 40 (recta azul) la velocidad vuelve a ser constante de valor 10 m/s, realizándose de nuevo un MRU.

- 

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_o}{t_f - t_o} = \frac{10 - 5}{30 - 10} = 0,25 \text{ m/s}^2$$



### 5.3 Caída libre

Es el movimiento natural más usual: dejas una pelota en el aire y adquiere "por sí sola" una velocidad que la lleva a precipitarse contra el suelo. A estas alturas de la unidad, se puede deducir con facilidad que al experimentarse un cambio de velocidad necesariamente es por la presencia de una aceleración.

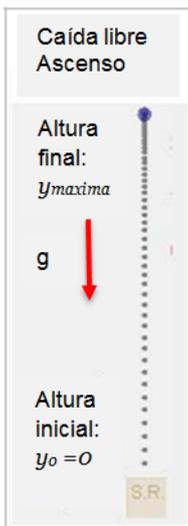
Observa en la gráfica del margen la secuencia de fotografías de un objeto que se ha dejado caer, ¿encaja en algún tipo de los movimientos estudiados? Efectivamente, el objeto está acelerado uniformemente. Se corresponde con un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

La interacción entre la Tierra y el objeto provoca una aceleración, llamada aceleración de la gravedad, o simplemente gravedad, que es constante e igual a  $-9,8 \text{ m/s}^2$ . Su dirección es perpendicular a la superficie terrestre y el sentido hacia el centro de la Tierra.

Si lanzamos verticalmente un objeto hacia arriba, ¿es el movimiento de ascenso un MRUA como el de descenso?

La respuesta es sí, la aceleración que actúa también es la de la gravedad, pero en este caso en lugar de acelerar el objeto lo frena con  $-9,8 \text{ m/s}^2$ . Si comunicamos al objeto una velocidad inicial  $v_0$ , esta disminuirá por la acción de la gravedad, hasta que  $v_f = 0 \text{ m/s}$ . A partir de ese momento se inicia el descenso, con MRUA y llegará al suelo con la misma velocidad que lo habíamos lanzado.

Tanto el movimiento de ascenso como el de descenso son MRUA, por lo que sus ecuaciones tienen que ser las mismas que hemos utilizado en el apartado 5.1. Sin embargo hay que tener en cuenta que la aceleración ahora es  $g$ , por lo que se pueden reescribir las ecuaciones en la forma:



$$v = g(t - t_0) + v_0$$

$$y = \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0) + y_0$$

donde  $v_0$ ,  $y_0$  y  $t_0$  son los valores iniciales de nuestro problema concreto. Observa que hemos sustituido la variable  $x$  por  $y$  debido a que el movimiento es vertical.

**Ejemplo 7**

- a. Un objeto cae desde una altura de 100m. ¿Cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?  
b. ¿Cuál será su velocidad al llegar al suelo?

**Solución:**

a. Aplicamos la ecuación de la caída libre que relaciona el espacio y el tiempo, teniendo en cuenta que el espacio inicial es  $y_o = 100\text{m}$  y el final  $y = 0$  y que la velocidad inicial es  $v_o = 0$ . Consideramos que el tiempo empieza cuando dejamos caer el objeto luego  $t_o = 0$ .

$$y = \frac{1}{2}g(t - t_o)^2 + v_o(t - t_o) + y_o$$

$$0 = \frac{1}{2}(-9,8)t^2 + 100$$

despejamos t:

$$\frac{1}{2}(-9,8)t^2 = -100 \Rightarrow t = \sqrt{2\left(\frac{-100}{-9,8}\right)} = 4,52 \text{ s}$$

b. Aplicando la ecuación de la velocidad para la caída libre y sustituyendo el tiempo que hemos calculado:

$$v = g(t - t_o) + v_o = -9,8 \cdot 4,52 + 0 = -44,3 \text{ m/s}$$

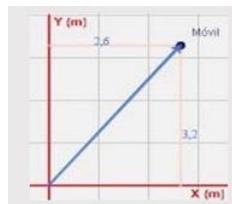
Observa que la velocidad nos da con *signo negativo*, eso quiere decir que está dirigida hacia el suelo, al igual que  $g$ .

## Ejercicios resueltos

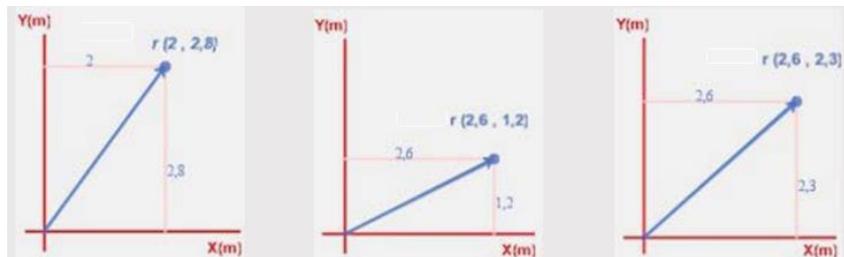
1. Representa la posición (2,6 , 3,2).

### Solución:

Se representan unos ejes cartesianos. El primer valor del paréntesis es la coordenada X y el segundo la coordenada Y.



2. Determina la distancia del móvil en las posiciones A, B y C respecto al origen del sistema de referencia (los ejes cartesianos tienen escalas distintas en cada gráfica):



### Solución:

El módulo de la posición es el tamaño del vector que viene dado por la expresión:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

A:

$$r = \sqrt{2^2 + 2,8^2} = 3,4 \text{ m}$$

B:

$$r = \sqrt{2,6^2 + 1,2^2} = 2,9 \text{ m}$$

C:

$$r = \sqrt{2,6^2 + 2,3^2} = 3,4 \text{ m}$$

3. Transforma a m/s las velocidades: 43,2 Km/h; 200 Km/h; 1200 cm/min

**Solución:**

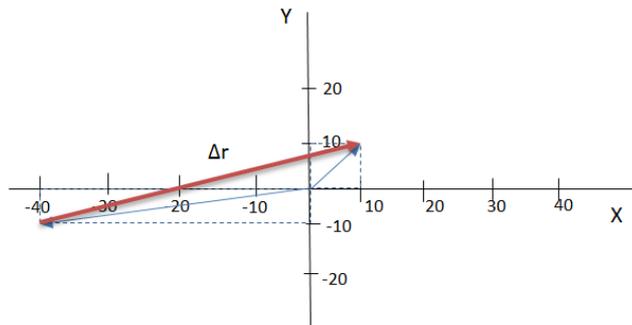
$$43,2 \text{ km/h} = 43,2 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 12 \text{ m/s}$$

$$200 \text{ km/h} = 200 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 55,6 \text{ m/s}$$

$$1200 \text{ cm/min} = 1200 \cdot \frac{0,01 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 0,2 \text{ m/s}$$

4. Determina el desplazamiento realizado por un móvil que desde la posición (-40,-10) se dirige hacia la posición (10,10)

**Solución:**



El módulo del vector desplazamiento será:

$$\Delta r = \sqrt{(x_f - x_o)^2 + (y_f - y_o)^2} = \sqrt{(10 - (-40))^2 + (10 - (-10))^2} = 53,9 \text{ m}$$

5. Un automóvil entra en un tramo recto de 140 m de un circuito de carreras, si tarda 20 s en recorrer el tramo manteniendo su velocidad constante. ¿Cuál será su velocidad? ¿Cuál es su velocidad en km/h?

**Solución:**

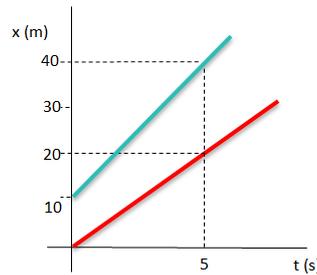
La velocidad del automóvil será:

$$v = \frac{x_f - x_o}{t_f - t_o} = \frac{140 - 0}{20 - 0} = 7 \text{ m/s}$$

Cambiamos de unidades:

$$7 \text{ m/s} = 7 \cdot \frac{0,001 \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = 25,2 \text{ km/h}$$

6. La siguiente gráfica representa los movimientos de dos cuerpos.



- ¿Qué tipo de movimiento lleva cada uno de los cuerpos?
- ¿De qué posición parte cada uno?
- ¿Qué desplazamiento ha tenido cada uno de los cuerpos?
- ¿Cuál es la velocidad de cada cuerpo?

**Solución:**

a. Los dos cuerpos realizan un MRU, ya que las gráficas espacio-tiempo son líneas rectas.

b. El cuerpo asociado a la recta roja se encuentra en  $x=0$  cuando el tiempo es 0, mientras que el representado por la recta verde ocupa la posición 10 m en ese mismo instante.

c. El cuerpo "rojo" a los 5 segundos se encuentra a 20m del origen por lo que su desplazamiento es:

$$\Delta x = x - x_0 = 20 - 0 = 20 \text{ m}$$

El cuerpo "verde" se encuentra a 40m del origen a los 5 segundos. Su desplazamiento es:

$$\Delta x = x - x_0 = 40 - 10 = 30 \text{ m}$$

d. La velocidad del cuerpo "rojo" es:

$$v = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0} = \frac{20 - 0}{5 - 0} = 4 \text{ m/s}$$

La velocidad del cuerpo "verde" es:

$$v = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0} = \frac{40 - 10}{5 - 0} = 6 \text{ m/s}$$

7. Un automóvil que parte del reposo, tarda 0,75 s en aumentar la velocidad en 1,5 m/s. ¿Qué aceleración posee? ¿Qué distancia ha recorrido?

**Solución:**

La aceleración del automóvil será:

$$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0} = \frac{1,5 - 0}{0,75 - 0} = 2 \text{ m/s}^2$$

La distancia recorrida, teniendo en cuenta que  $v_0$ ,  $x_0$  y  $t_0$  son 0, es:

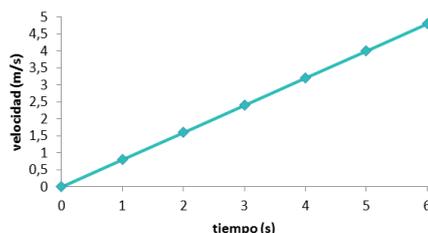
$$x = \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0) + x_0 = \frac{1}{2} 2 \text{ m/s}^2 \cdot (0,75 \text{ s})^2 = 0,56 \text{ m}$$

8. La tabla adjunta muestra los valores de la velocidad de un cuerpo en diferentes instantes.
- Dibuja la gráfica velocidad-tiempo (velocidad en el eje y; tiempo en el eje x).
  - Calcula la aceleración entre los instantes  $t_0=0s$ ,  $t_f=2s$ ;  $t_0=2s$ ,  $t_f=3s$  y  $t_0=0s$ ,  $t_f=6s$ .
  - ¿Qué conclusión podemos sacar respecto a la aceleración del cuerpo?

tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6
velocidad (m/s)	0	0,8	1,6	2,4	3,2	4	4,8

**Solución:**

a.



- b. Entre los instantes  $t_0=0s$ ,  $t_f=2s$ , la aceleración es:

$$a = \frac{v_f - v_o}{t_f - t_o} = \frac{1,6 - 0}{2 - 0} = 0,8 \text{ m/s}^2$$

Entre los instantes  $t_0=2s$ ,  $t_f=3s$ , la aceleración es:

$$a = \frac{v_f - v_o}{t_f - t_o} = \frac{2,4 - 1,6}{3 - 2} = 0,8 \text{ m/s}^2$$

Entre los instantes  $t_0=0s$ ,  $t_f=6s$ , la aceleración es:

$$a = \frac{v_f - v_o}{t_f - t_o} = \frac{4,8 - 0}{6 - 0} = 0,8 \text{ m/s}^2$$

- c. La aceleración es constante durante todo el movimiento del cuerpo.

9. Se lanza verticalmente hacia arriba un cohete con una velocidad inicial de 100 m/s.

- ¿Cuál será la velocidad del cohete cuando ha pasado 5 segundos?
- ¿Cuál es su posición en ese instante?

**Solución:**

- a. Sustituyendo en la ecuación de la velocidad para la caída libre y considerando  $t_0 = 0$ .

$$v = g(t - t_0) + v_o = (-9,8) \cdot 5 + 100 = 51 \text{ m/s}$$

En este caso la velocidad es positiva por lo que su sentido es hacia arriba, contrario al de la aceleración de la gravedad  $g$ .

- b. Suponemos que la posición inicial es 0 y sustituimos los datos en la ecuación de la posición.

$$y = \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 + v_o(t - t_0) + y_o = \frac{1}{2}(-9,8) \cdot 3^2 + 80 \cdot 3 + 0 = 159,9 \text{ m}$$

El cohete se encuentra a 159,9 metros del punto de lanzamiento a los 3 segundos.

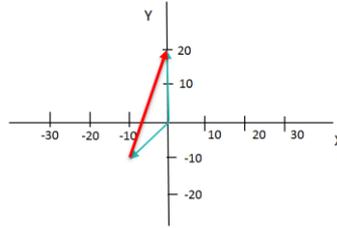


## ACTIVIDADES

1. Dibuja y calcula el desplazamiento realizado por un móvil que pasa de la posición  $(-10, -10)$  a la posición  $(0, 20)$ .
2. Un coche circula por una carretera y en el instante  $t=0$  minutos posee una velocidad de  $40 \text{ km/h}$ . Al cabo de 5 minutos su velocidad es de  $120 \text{ km/h}$ . Transcurridos 15 minutos su velocidad es de  $40 \text{ km/h}$  y finalmente mantiene esta velocidad durante otros 5 minutos. Dibuja la gráfica velocidad-tiempo del movimiento del coche. ¿Qué tipo de movimiento lleva en cada tramo?
3. Transforma las velocidades siguientes a las unidades indicadas:
  - a.  $25 \text{ m/s} \rightarrow \text{ km/h}$
  - b.  $100 \text{ km/h} \rightarrow \text{ m/s}$
  - c.  $150 \text{ Km/h} \rightarrow \text{ m/s}$
4. Un avión tarda en realizar su ruta 2 horas y 18 minutos. Si suponemos que la trayectoria del vuelo es una línea recta y que su velocidad de crucero es de  $200 \text{ m/s}$ . ¿Qué distancia ha recorrido el avión?
5. ¿Qué altura alcanzará un cohete de feria si lo lanzamos con una velocidad de  $15 \text{ m/s}$ ? (calcula primero cuánto tiempo está subiendo).

# Soluciones

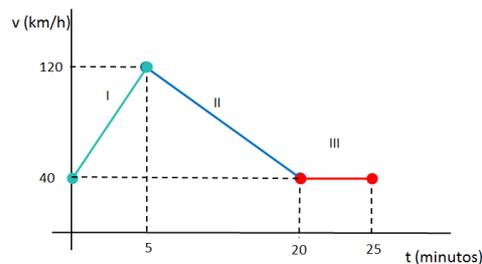
1.



El módulo del vector desplazamiento será:

$$\Delta r = \sqrt{(x_f - x_o)^2 + (y_f - y_o)^2} = \sqrt{((-10) - 0)^2 + ((-10) - 20)^2} = \sqrt{(-10)^2 + (-30)^2} = 31,62 \text{ m}$$

2.



En el tramo I lleva un MRUA con aceleración positiva, ya que la velocidad aumenta. En el tramo II lleva un MRUA con aceleración negativa ya que la velocidad disminuye y en el tramo III lleva un MRU porque la velocidad no cambia.

3. a.  $25 \text{ m/s} = 25 \cdot \frac{0,001 \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = 90 \text{ km/h}$

b.  $100 \text{ km/h} = 100 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 27,8 \text{ m/s}$

c.  $150 \text{ km/h} = 150 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 41,7 \text{ m/s}$

4. Lo primero que tenemos que hacer es expresar el tiempo que tarda el vuelo del avión en segundos.

$$2 \text{ h} + 18 \text{ min} = 2 \cdot (3600) + 18 \cdot (60) \text{ s} = 8280 \text{ s}$$

Como el avión vuela con una velocidad constante de 200 m/s, el espacio que recorre es:

$$x = v(t_f - t_o) + x_o = 200 \cdot 8280 + 0 = 1.656.000 \text{ m} = 1656 \text{ km}$$

5. Calculamos el tiempo que está subiendo, hasta que la aceleración de la gravedad lo frena ( $v=0$ )

$$v = g(t - t_o) + v_o; \quad 0 = -9,8 t + 15 \Rightarrow t = \frac{15}{9,8} = 1,53 \text{ s}$$

Ahora calculamos que distancia ha subido.

$$y = \frac{1}{2} g(t - t_o)^2 + v_o(t - t_o) + y_o = \frac{1}{2} (-9,8) \cdot (1,53)^2 + 15 \cdot (1,53) + 0 = 11,48 \text{ m}$$

### Aviso Legal

La utilización de recursos de terceros se ha realizado respetando las licencias de distribución que son de aplicación, acogiéndonos igualmente a los artículos 32.3 y 32.4 de la Ley 21/2014 por la que se modifica el Texto Refundido de la Ley de Propiedad Intelectual. Si en algún momento existiera en los materiales algún elemento cuya utilización y difusión no estuviera permitida en los términos que aquí se hace, es debido a un error, omisión o cambio en la licencia original.

Si el usuario detectara algún elemento en esta situación podría comunicarlo al CIDEAD para que tal circunstancia sea corregida de manera inmediata.

En estos materiales se facilitan enlaces a páginas externas sobre las que el CIDEAD no tiene control alguno, y respecto de las cuales declinamos toda responsabilidad.