

La Magia de las Matemáticas

21 de enero de 2020

Antonio Arroyo Miguel

Sociedad "Miguel de Guzmán"

Hablar de magia de las matemáticas, puede ser entendido de muy diferentes maneras, según el contexto en el que nos encontramos y según las personas a las que nos dirigimos. Muchos de nuestros alumnos nos dirán que la *Matemática es Magia*, lo entenderán como magia exotérica, "*nada por aquí, nada por allá, y el profe dice que la x vale 7*"

En el extremo opuesto de esa visión pobre, está la verdadera *Magia de las Matemáticas*, aquella en que uno queda extasiado ante la belleza de un teorema, la realización de un problema o el pequeño descubrimiento de ver y entender lo que hay tras algunas ideas matemáticas. Sin duda, que nuestros alumnos lleguen a ver o al menos percibir, algunos de esos momentos mágicos, debe ser un empeño de todo profesor de matemáticas y para ello debemos de utilizar todos los medios a nuestro alcance.

A los matemáticos nos gustan los números. Algunos no consiguen comprender como hay personas a las que no les gusten. Muchos se ponen hechos unas furias cuando un alumno escribe $3/0 = 3$ ó $\pi = 3,14$. Otros profesores, un poco más tranquilos, no pueden evitar quedarse desilusionados cuando preguntan: "¿Qué número es más bonito, el 6 ó el 11?" y un alumno responde: "a mí me gusta más el 11". "¿el 11 – dice el profesor, el 11, que es un vulgar número primo, que no tiene nada de particular?, ¿Cómo puedes compararlo con el 6, que es un número Perfecto, el primer número que es igual a la suma de todos sus divisores menores que él? ¿Cuáles son los divisores de 6 que no sean el propio 6? Pues el 1, el 2 y el tres; ¡ah! y $6 = 1+2+3$."

Uno de los medios para llegar a que nuestros alumnos disfruten con las matemáticas, puede ser lo que últimamente viene denominándose MATEMÁGIA, que es la Magia que usa las Matemáticas, para realizar trucos asombrosos, (o no tan asombrosos). Este es sin duda un buen camino para despertar el interés por nuestra materia entre los estudiantes. La magia está actualmente muy de moda (como las Matemáticas) y sin lugar a dudas un buen truco de magia atrae la atención de mucha gente y seguramente de la mayoría de nuestros alumnos, lo que les tendrá (esperamos) en una buena disposición para acercarse a los conceptos matemáticos, propios de la enseñanza. (aquí podríamos abrir otro debate sobre cuáles deben ser esos conceptos, pero supongo que habrá tiempo a lo largo del curso para ello). Y es en este último punto donde vamos a centrarnos en la sesión de hoy.

Vamos a presentar una serie de juegos de magia, que pueden ser usados en clase de matemáticas de diferentes niveles. En algunos casos como mero elemento de motivación y en otros relacionándolos con contenidos concretos del currículo, como por ejemplo cálculo, divisibilidad, series lógicas, iniciación al lenguaje algebraico, etc. y, sobre todo, como pequeños trabajos de investigación y de resolución de problemas. Como se viene repitiendo ya, muchas veces en los últimos años, la R de P debe estar en el centro de la enseñanza de las matemáticas, en todos los niveles de a educación.

Estos juegos los puede realizar cualquiera, aún sin saber el principio que se esconde detrás, pero son una buena excusa para tratar contenidos matemáticos en nuestras clases de una forma que a muchos de nuestros alumnos les resulta atractiva.

Los juegos de magia, suelen tener un efecto inmediato sobre la mayoría de los alumnos, que rápidamente quieren saber “el truco”. Debemos dejar muy claro, que lo que estamos haciendo, disfrazado de magia, en realidad es, solamente y nada menos, que matemáticas.

Los juegos que vamos a proponer no requieren ninguna habilidad especial, todo lo más un poco de preparación previa. Nuestros alumnos sienten una cierta debilidad por la baraja, así que siempre que sea posible, se recomienda usar versiones de los juegos que incluyan cartas.

Iremos comentando los juegos relacionándolo con algún contenido del currículo, aunque algunos de ellos puedan usarse para más de un contenido. La mayoría de los juegos, no requieren de grandes explicaciones, pues el fundamento matemático lo hace evidente.

A lo largo de la sesión iremos proponiendo algunas actividades para realizar en clase.

Objetivos:

1. Estimular el gusto por las Matemáticas y por la resolución de problemas
2. Estimular y consolidar su afán de curiosidad, el planteamiento de preguntas inteligentes, el conocimiento y puesta en práctica de los métodos, técnicas y procedimientos de trabajo propios y específicos de las Matemáticas.
3. Enfrentarles a la Belleza de las Matemáticas
4. Provocar la puesta en práctica de razonamientos y procesos de pensamiento útiles en la resolución de problemas.
5. Adquirir estrategias y desarrollar habilidades que faciliten la confianza y autonomía personal.

Contenidos:

- Cálculo. (Adivinar la suma, ...)
- Cálculo mental. (Juegos de tarjetas)
- Divisibilidad (el 9, 11, ...)
- Álgebra
- Sistemas de numeración. (Base 10. Adivina un número de dos cifras, ...)
- Iniciación al álgebra. (adivinar una carta, un número...)
- Resolución de problemas. (El problema de Josefo.)
- Investigaciones (El número mágico 142857)
- Geometría (Falta un cuadrado, La banda de Moebius)

...NÚMEROS

1. *La Magia de los números.*

- a. Presentación la belleza de las Matemáticas.

¿Nos sorprenderemos con las tablas de multiplicar del 9, o de 99, o 999?
¿O con la armonía de ciertas operaciones?
¿la sencillez de multiplicar por 11?

- b. El número 12345679

¿Sentiremos curiosidad, cuando el número 12345679, nos devuelva nuestro número preferido, repetido 9 veces?

Se pide a alguien que elija su número preferido de una cifra, llamémosle N .

A continuación, se le pide que multiplique el número 12345679 por $9N$.

La sorpresa que produce el resultado (el número preferido repetido nueve veces) puede achacarse a la numerología, pero la belleza del resultado es consecuencia de la divisibilidad de 11111111 por 9.

- c. Lectura (Principio de Kruskal)

2. *1089.*

En el programa del curso, las palabras 8 y 9 de la línea 10, dice “METODOLOGÍA DIDÁCTICA”.

3. *El número de Scheherazade.*

Investiga sobre el juego y su relación con 1001. Actividades en torno a 1001.

Según el nivel de nuestros alumnos puede plantear distintas actividades. Libres, para descubrir los fundamentos del juego, o dirigidas del tipo de multiplicaciones de un número de tres cifras por 1001, descomposición factorial de 1001, o multiplicación de $7 \times 11 \times 13, \dots$

Para este tipo de actividades se recomienda el uso de la calculadora.

Investigar el número 10101

4. *Rodear una cifra.*

- a. Fecha de nacimiento
b. Número aleatorio con una calculadora
c. Suma de dos números, con las cifras 0, 1, 2, ..., 8 y 9

Actividades:

Curiosidades en torno a la tabla del 9 y otras tablas “sencillas”

La tabla del 9 con los dedos.

Divisibilidad.

Propiedades:

- i. La diferencia de un número y la suma de sus cifras siempre es múltiplo de 9.

- ii. La diferencia entre dos números, formados con las mismas cifras, colocadas en distinto orden, es siempre un múltiplo de 9.
- iii. La suma de dos números (o más), donde intervengan todas las cifras del 0 al 9, una sola vez, es siempre un múltiplo de 9.

5. Multiplicación y suma (999)

Una propiedad interesante del número 999 se manifiesta en su multiplicación con cualquier otro número de tres cifras. Entonces se obtiene un producto de seis cifras: sus tres primeras cifras constituyen el número multiplicado, disminuido de una unidad, y las tres cifras restantes (inclusive la última) son el "complemento" al 9, de las primeras. Por ejemplo: $573 \text{ ----} \quad 573 \times 999 = 572\,427$

Basta, solamente, echar una ojeada al siguiente renglón, para entender el origen de esta particularidad:

$$573 \times 999 = 573 \times (1000-1) = 573\,000 - 573 = 572\,427$$

6. Suma en un cuadrado.

Actividades de cálculo. Diseñar cuadrados cuya suma sea un número previamente determinado.

7. Adivinar suma (complementos de 9). Usar barras de números.

Tenemos tres barras (prismas cuadrados), en cada una de sus caras laterales tenemos escrita una columna de 5 números. Ponemos las tres juntas para hacer la suma de los números que nos quedan delante.

Teniendo en cuenta que las podemos poner en cualquier orden y con cualquiera de sus caras delante, ¿cuántas sumas diferentes podemos realizar? (con tres barras 384, con 4 barras 6144)

8. En la punta de la lengua

9. Un número interesante.

Investiga el número 142857

10. Jugando con palillos (20)

11. Adivinación a distancia (Florensa)

12. Calendario

...ALGEBRA

Aunque el álgebra no es un tema que se trabaje mucho en primaria, estos juegos pueden servir para que los alumnos hagan operaciones. Podemos poner juegos de distintos grados de dificultad.

13. Baraja Virtual

14. Edad, y número de calzado

15. Adivinando números

...POSICIÓN

16. Coincidencia de 5 cartas
17. La magia no miente
18. 13 cartas

Los juegos 16, 17 y 18, se basan en la posición de las cartas. En el primer caso se colocan en espejo y en el segundo, la carta buscada debe quedar en la posición número 3, desde arriba. Todo lo demás es automático

...SISTEMAS DE NUMERACIÓN

19. Juego 1 - 2 - 4 - 8
20. Juego de adivinar un personaje

Escribir una breve biografía de algunas de las mujeres matemáticas que han aparecido en el juego.

21. Juego con tarjetas de números (2)

- Descubre mi “truco”
- Como se han colocado los números en las tarjetas.
- ¿En qué tarjetas estarían los números 73, 100, 121...?
- Con una tarjeta más, hasta qué número podríamos adivinar.

22. Juego con tarjetas de números (3)

23. Juego con Palillos (Perelman)

- a. Observad como queda la estructura del juego anterior, cuando tomamos una sola carta, o 2, 3, 4, 5, ...
- b. Trata de sacar algunas conclusiones de la observación anterior.

24. Adivinación con un grafo

...JUEGOS TOPOLÓGICOS

Son muy interesantes para trabajar con niños los juegos de cintas y cuerdas. El hacer y deshacer nudos de manera misteriosa o las sorprendentes propiedades de la banda de Moebius.

25. Agujero en folio.

26. La banda de Moebius

“La banda (o cinta) de Möbius (o Moebius) es una superficie con una sola cara y un solo borde que además es no orientable. Fue descubierta de forma independiente por los matemáticos alemanes [August Ferdinand Möbius](#) y [Johann Benedict Listing](#).”

27. Cuerdas y nudos

- a. Separarse dos atados
- b. Sacar la anilla
- c. El ahorcado
- d. Nudos sin soltar

...PARIDAD

28. Cartas invertidas
29. El Tapiz del señor Kolo.
30. Buscando la Dama

...JOSEFO

31. El problema de Josefo
32. En busca de la suerte
33. ¿Dónde me coloco?

...Azar

34. Lectura
35. Paradoja del cumpleaños

Actividades en torno a una sesión de magia.

Las actividades que proponemos a continuación pueden realizarse en el aula con nuestros alumnos de Primaria (dependiendo del curso en que nos encontremos, algunas no podrán realizarse y en otras podremos llegar a distintos grados de profundización). Pretender ser solamente una pequeña muestra de ejemplos posibles para aprovechar el impacto de la magia en el aula. Será cada profesor o profesora quien cree nuevas actividades adecuadas para presentar a sus alumnos.

1. En la tabla del 9, observamos que la suma de los dígitos es, siempre, 9.
¿Ocurre algo parecido en otras tablas?
Investiga la suma de dígitos de las diferentes tablas de multiplicar.
2. Conociendo la tabla del 9, ¿podrías aprender la el 99? ¿y la del 999?
3. Multiplica, mentalmente, por 11 las siguientes cantidades: 2367, 56, 9752.
4. Investiga regularidades en las tablas de multiplicar del 11, 101, 98, 998...
5. Repetir el juego del 1089, con diversos números y ver si funciona siempre.
¿Qué pasa si el número de tres cifras que escribimos al principio es capicúa?
¿Qué ocurre si la diferencia entre las unidades y las centenas es 1?
6. Multiplicar por 1001.
 - a. $375 \times 1001 =$
 - b. $941 \times 1001 =$
 - c. ¿Qué ocurre cuando multiplicamos un número e tres cifras por 1001?
 - c. Descomponer en factores primos el número 1001.
 - d. Descubre la relación entre el número 1001 y el juego que acaba en el 13
7. Multiplicar por 10101.
 - b. $35 \times 10101 =$
 - d. $94 \times 10101 =$
 - e. ¿Qué ocurre cuando multiplicamos un número de dos cifras por 10101?
 - d. Descomponer en factores primos el número 10101.
 - e. Inventa un juego de magia, basado en el 10101
4. Cada alumno comprobará si su fecha de nacimiento, al igual que los personajes que aparecen en el juego del nacimiento de famosos, tiene alguna relación con el 9. Pueden hacer diferentes reordenaciones y comprobar, que todos ellos tienen grandes posibilidades de ser personas importantes.
5. Realiza las siguientes restas y observa los patrones que se observan. ¿Qué relación tiene con la tabla del 9?

81	71	61	51	41	31	21
-18	-17	-16	-15	-14	-13	-12
_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____

6. Escribe un número de dos cifras. Escribe otro número invirtiendo las cifras. Resta el menor del mayor. Observa el resultado.
Repite varias veces y trata de sacar alguna conclusión.
 7. Escribe dos números utilizando los mismos dígitos, pero en distinto orden. Resta el menor del mayor y comprueba que el resultado siempre es múltiplo de 9.
Puedes hacerlo varias veces, con números que tengan diferente cantidad de cifras, 3, 4, 5,...
 8. De los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Escoge cinco y forma con ellos un número.
Escribe otro con los restantes
Suma los dos
Comprueba que el resultado es múltiplo de 9
 9. De los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Utilizando todos los dígitos escribe varios números (pueden ser de distinto número de cifras)
Súmalos
Comprueba que el resultado es múltiplo de 9
 10. Multiplicaciones con 999
 - $917 \times 999 = 916\ 083$
 - $509 \times 999 =$
 - $981 \times 999 =$
 - $247 \times 999 =$
- Investiga si también funciona con un número diferente de nueves:
- $64 \times 99 =$
 - $1.372 \times 9999 =$
11. El mágico número 142857. Multiplícalo por 1, 2, 3, 4, 5 y 6 y descubre porque es mágico. Multiplica por 7.
 12. Divide 1 entre 7 con “muchos decimales”. ¿Qué observas?
 13. Divide 2 entre 7. 3 entre 7... A la vista de los resultados, saca conclusiones sobre el número 142857
 14. Diseña un cuadrado de 4x4, para que en el juego de “suma en cuadrado” el resultado final sea 45
 15. Inventar juegos de adivinar números.

16. Investiga sobre GAUSS, EINSTEIN Y GANDHI personajes que aparece entre los famosos relacionados con el 9.
17. Escribir una breve biografía de las mujeres que han aparecido en el juego de MUJERES MATEMÁTICAS
18. Escribe las 10 primeras potencias de 2. ($2^0 = 1$)
19. Escribe, como suma de las potencias de 2, que has escrito anteriormente, los siguientes números: 6, 14, 35, 64, 187, 345, ... Hazlo, si es posible, sin repetir ninguna de las potencias.

Una forma de hacerlo es Buscar la mayor potencia de 2, sin pasarse, y luego vamos sumandos las sucesivas potencias, hasta conseguir el número deseado. P.e.

$$185 = 128 + 32 + 16 + 8 + 1 = 2^7 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^0 = 10111001$$

20. ¿Puedo escribir cualquier número como suma de potencias de 2, sin repetir ninguna?
21. Calcula las primeras potencias de 3.
22. Escribe el número 90 como suma de potencias diferentes de 3.
23. Haz lo mismo con el número 35. ¿qué problema encuentras?
24. Inténtalo de nuevo, sabiendo que cada potencia la puedes repetir dos veces.
25. Escribe otros números como suma de potencias de 3. (54, 70, 345, ...)
26. Actividades con la banda de Moebius:
 - a. Construir con tiras de papel un cilindro y una banda de Moebius.
Corta un folio en tiras, a lo largo, de unos 2 cm de ancho.
Gira media vuelta uno de los extremos de la tira de papel y únelo con el otro extremo con celo o pegamento. Ya tienes la cinta de Möebius.
Haz varias, unas con el giro en sentido horario y otras con giro anti horario.
Haz también cilindros uniendo los extremos (sin girar).
 - b. El cilindro tiene dos caras una interior y otra exterior. Si pones un lapicero, en la parte exterior y vas recorriendo el cilindro, volverás al mismo sitio, sin haber pasado (queda sin pintar) por la parte interior.
 - c. Si repites el experimento con la banda de Moebius, verás que cuando llegas al punto de partida has pintado toda la cinta. Esto es porque la cinta de Möebius solo tiene una cara.
 - d. Corta a lo largo de la línea central un cilindro y una banda de Moebius. ¿qué obtienes?
 - e. Corta a lo largo de su tercera parte la banda de Moebius y obtendrás una cinta con dos giros y una cinta de Möebius entrelazadas.

27. (Paridad) Escribe los signos “+” o “-” entre los números del 1 al 9, para que el resultado sea cero:

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 = 0$$

28. En un grupo de 12 alumnos se van a hacer 2 equipos de 6. Para ello se colocan todos los alumnos en un círculo y vamos nombrando para el primer equipo el primero Si, el segundo No, el tercero Si, el cuarto No,... hasta obtener los 6. Si yo me coloco en primer lugar ¿Dónde deben colocarse mis amigos, para que estemos juntos en el mismo equipo? ¿Dónde deberían colocarse si en la elección se hace uno Si y dos No, es decir el primero Si 2º y 3º No, 4º Si, 5º y 6º No, ...

29. Escribe tres cifras del 1 al 9 distintas, y escribe los seis números distintos de tres cifras que se pueden formar con ellas. Súmalos. Ahora divide el número obtenido entre la suma de las tres cifras.

¿Has obtenido como resultado 222?

Bibliografía y recursos

ALEGRIA, PEDRO

- “El Rincón Matemático” de la página de Divulgamat.
- 2008. “Magia por principios”
- <http://magiaporprincipios.blogspot.com/>

ALEGRÍA, PEDRO y RUÍZ DE ARCAUTE, J.C. (2002): “La matemagia desvelada”. *Sigma* 21, 145-174.

ÁLVAREZ, VENANCIO, FERNÁNDEZ, PABLO y MÁRQUEZ, M.A. (2002): “Cartomagia matemática y cartoteoremas mágicos”. *Gaceta Matemática* Vol. 5.3
http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/gallardo/magia.pdf

BLASCO, FERNANDO

(2007) Matemagia. Ed. Martínez Roca

FLORENSA, ALFREDO (2003): Cartomagia fácil. Ediciones Marré. Barcelona

FOMIN, DIMITRI y otros 2012 “Círculos Matemáticos” Ed. SM

GARDNER, MARTIN.

- (1981) Carnaval matemático. Alianza Editorial, Madrid.
- (1982) Nuevos Pasatiempos matemáticos. Alianza Editorial, Madrid.
- (1983) Circo Matemático. Alianza Editorial, Madrid.
- (1984). *Festival mágico – matemático*. Madrid, España. Alianza Ed
- (1989) “Magia Inteligente”. Granica ediciones. Barcelona.
- (1991). El ahorcamiento inesperado y otros entretenimientos matemáticos. Madrid, España. Alianza Editorial.

MUÑOZ SANTONJA, JOSÉ

- (2007) “Una matemática motivadora: la matemagia”. En Actas de las VI Jornadas de Educación Matemáticas de la Comunidad Valenciana
<http://thales.cica.es/~estalmat/Actividades-ejemplos/MatemagiaEstalmat.pdf>
- (2003) “Ernesto, el aprendiz de matemago”. Nivola, Madrid.

MUÑOZ, J.; HANS, J.A. y FERNÁNDEZ-ALISEDA, A. (2003) “La magia también se nutre de matemáticas”, en *Actas de las X Jornadas para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*, Zaragoza, pp. 801-805.

PERELMAN, Ya I.

- (1983): *Problemas y experimentos educativos*. Mir, Moscu, 2ª edición
- “Aritmética recreativa”

SERRANO MORA, ANTONIO JAVIER. “Análisis matemático de algunos juegos de magia”. <http://olmo.pntic.mec.es/~aserra10/articulos/magia.html>

VINUESA DEL RÍO, C.

- (2011) *Cómo se hizo...* Ed. El caballo del malo. Madrid
- *Matemáticas: Revista NÚMEROS* vol. 76

Sobre Mujeres Matemáticas:

Mujeres de la Ciencia El País

<https://elpais.com/especiales/2018/mujeres-de-la-ciencia/>

Mi científica favorita. ICMAT

<https://www.icmat.es/outreach/mi-cientifica-favorita>

Biografías de Matemáticos. Universidad de Saint Andrews

<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/BiogIndex.html>