

CUERPO:	0590.- PROFESORES DE SECUNDARIA
ESPECIALIDAD:	006.- MATEMÁTICAS
PRUEBA:	PRUEBA PRÁCTICA
TURNO:	5

### Problema 1

- a) Halla todas las soluciones enteras de la ecuación diofántica:  $x^2 - 6y + 7x - 24 = 0$
- b) Demuestra que el número  $A_n = 3^{3n+3} - 26n - 27$  es divisible entre 676, para todo número entero positivo  $n$ .

### Problema 2

- a) Demuestra que para cualquier número real  $x > 0$  se verifica:

$$x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x) < x$$

- b) Calcula el límite:

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{n^2}\right) \cdot \left(1 + \frac{3}{n^2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{n}{n^2}\right)$$

### Problema 3

Sea  $V_n$  el espacio vectorial de los polinomios, con coeficientes números reales, de grado menor o igual que  $n$ . Consideremos el conjunto formado por los polinomios de  $V_n$ :

$$\{(1+x)^n, x \cdot (1+x)^{n-1}, x^2 \cdot (1+x)^{n-2}, \dots, x^p \cdot (1+x)^{n-p}, \dots, x^{n-1} \cdot (1+x), x^n\}$$

Demuestra que este conjunto de polinomios (vectores de  $V_n$ ) es linealmente independiente. ¿Forma este conjunto de vectores una base de  $V_n$ ?

### Problema 4

Dos amigos desayunan cada mañana en una cafetería entre las 8:00h y las 8:30 h. Supongamos que la distribución conjunta de sus tiempos de llegada es uniforme en dicho intervalo de tiempo.

- a) Calcula la distribución conjunta y las distribuciones marginales.
- b) Si los dos están de acuerdo en no esperar más de 10 minutos una vez que están en la cafetería, calcula la probabilidad de que los dos amigos se encuentren allí.