

La información gráfica nos “bombardea” a todas horas. En los medios de comunicación aparece en cualquier momento para informarnos de resultados electorales, economía, empleo, temperaturas, etc. Y es que gracias a un gráfico, con un golpe de vista, somos capaces de tener rápidamente gran cantidad de información dispuesta según una variable. Es un mundo apasionante. ¡Adelante!

Módulo III

Bloque IV
Unidad 7

Índice

1. Conceptos iniciales	3
1.1 Magnitudes y variables.....	3
1.2 Los ejes de coordenadas	4
1.3 Tablas de valores	5
2. Elaboración de gráficas a partir de tablas de valores	5
3. Funciones	7
3.1 La función lineal y la función afín	8
4. Lectura e interpretación de gráficas	14
Glosario	17
Actividades	18
Soluciones a los practica	20
Bibliografía	22

1. Conceptos iniciales

La ventaja de los gráficos respecto de otros sistemas de representación simbólica, desde el punto de vista de la comunicación humana, está en que disponemos de gran información estructurada según ciertos criterios, lo cual facilita su comprensión.

Los gráficos están presente en nuestra vida de forma cotidiana por lo que debemos ser capaces de interpretarlos de forma correcta para evitar engaños o situaciones desfavorables. Asimismo, tenemos que ser capaces de construirlos para mostrar a los demás la información deseada. Pero antes, vamos a aprender o recordar varias cosas.

1.1 Magnitudes y variables

Se llama **magnitud** a cualquier característica de los objetos y seres vivos que se pueda medir y expresar numéricamente. Así por ejemplo, la masa de los cuerpos será una magnitud porque se puede medir (12 kg), o el volumen (2 m^3), o la altura de una persona (1,70 cm), etc.

Las **variables** son símbolos que representan el conjunto de valores que puede tomar una determinada magnitud.

Las variables pueden ser independientes (si no dependen de ninguna otra) y dependientes (aquellas que dependen de otra). Esto es así porque ambas están relacionadas. Lógico, para que una variable sea dependiente tiene que estar relacionada mediante dependencia con la independiente.

Ejemplo:

En un partido de fútbol todas las personas que acceden al estadio van a ver el mismo partido durante el mismo tiempo pero unas van a pagar mucho más que otras, ¿por qué?

Fijándonos un poco nada más, vemos que hay dos variables que podrían estar relacionadas: el precio de la entrada y la ubicación en el campo de fútbol (fondo, tribuna, anfiteatro, ...). La entrada de tribuna es más cara que la de fondo y ésta más que la de anfiteatro, así pues, la ubicación en el campo es la variable independiente y el precio de la entrada, la variable dependiente porque depende de dónde nos sentemos.

Las variables se expresan con letras y generalmente se usan la **x** para la variable independiente y la **y** para la dependiente.

Practica:

1 Indica cuál es la variable independiente y la dependiente en cada caso:

- | | |
|--|---|
| a) El peso de una fruta y su precio | b) El gasto en combustible y los kilómetros recorridos. |
| c) La nota fina y las horas de estudio. | d) El peso de un paquete y los sellos a pegar. |
| e) Las llamadas telefónicas y la factura a pagar. NOTA: no hay tarifa plana. | f) Las horas trabajadas y el sueldo a percibir. |

1.2 Los ejes de coordenadas

A la hora de hacer un gráfico para mostrar las dos variables que hemos descrito anteriormente, lo más sencillo es hacerlo mediante un eje de coordenadas (dos rectas perpendiculares llamadas **ejes cartesianos**).

Recordatorio: ¿Recuerdas el famoso juego de los barquitos (tocado, hundido)? Pues esto es parecido.

Los ejes cartesianos dividen al plano en cuatro cuadrantes como ves en la figura.

El eje horizontal (el de las **x**) se llama eje de **abscisas**.

Y el eje vertical (el de la **y**) se denomina eje de **ordenadas**.

En cada cuadrante podrás observar que están representados varios puntos. Para escribirlos se empieza siempre por el valor en el eje de abscisas y después el de ordenadas separados por una coma. $P(5,4)$; $P(-6,5)$.

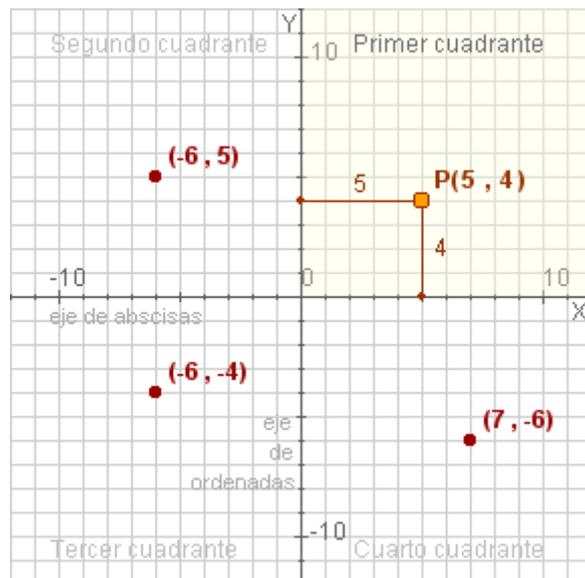


Imagen: Matemáticas y Tecnología.
Gobierno de Aragón

Practica:

2 Representa los siguientes puntos en el eje cartesiano:

- | | | | |
|--------------|---------------|--------------|--------------|
| a) $P(3,4)$ | b) $P(-2,-1)$ | c) $P(4,0)$ | d) $P(0,0)$ |
| e) $P(-5,5)$ | f) $P(-4,0)$ | g) $P(-3,1)$ | h) $P(0,-5)$ |

1.3 Tablas de valores

Una vez que ya sabemos colocar los puntos en los ejes cartesianos, vamos a ver cómo situamos todos los valores de las variables para representarlos gráficamente después.

Una **tabla de valores**, como su propio nombre dice, es una tabla en la que vamos a colocar los valores correspondientes a las variables dadas, obteniendo pares de números para su posterior representación gráfica.

Ejemplo:

Vamos a poner en una tabla de valores las personas que viven en cada uno de los pisos de una comunidad de vecinos.

Bajo A	Bajo B	Primero A	Primero B	Segundo A	Segundo B
2	3	1	0	4	3

Como verás, tenemos pares de puntos para representar después. Un par de puntos sería el $P(\text{Bajo A}, 2)$. Otro par de puntos sería el $P'(\text{Segundo A}, 4)$ y así sucesivamente con todos los demás.

Ejemplo:

Ahora vamos a poner en una tabla de valores los litros de gasolina gastados y el importe a pagar (€).

1 litro	2 litros	5 litros	6 litros	10 litros	20 litros
1,45	2,90	7,25	8,70	14,50	29,00

De igual manera que antes, aquí también tenemos pares de puntos, el $P(1, 1.45)$, el $P'(2, 2.90)$ o el $P''(10, 14.50)$ por ejemplo. Ahora falta representarlos gráficamente.

2. Elaboración de gráficas a partir de tablas de valores

Una vez que tenemos confeccionada la tabla de valores, llega el turno de su representación gráfica en los ejes cartesianos. Es un proceso muy sencillo, basta tan solo con fijarse el valor a marcar en cada uno de los ejes y trazar las líneas hasta que se corten. Ese punto representa el par a representar.

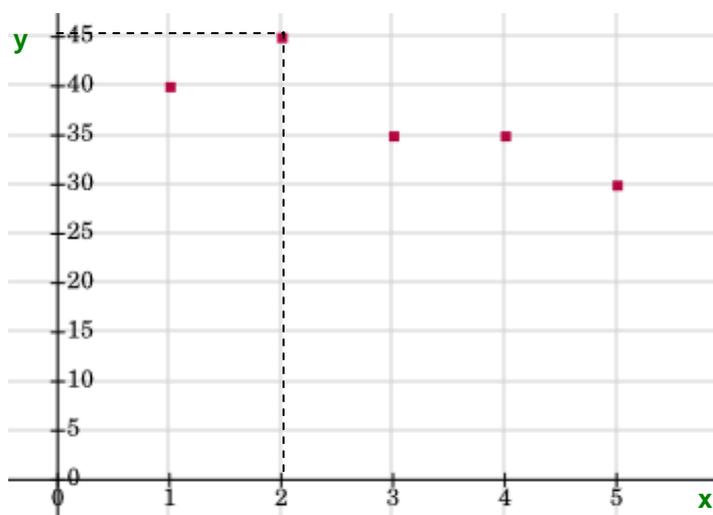
Vamos a representar un par de ejemplos para su mejor comprensión. En estos casos nos proporcionan la tabla de valores; en el caso que no fuera así, la haríamos nosotros dando valores a la variable independiente (x) para obtener el valor de la variable dependiente (y). Después nos situaremos en el eje de coordenadas y situamos los pares de puntos obtenidos.

Ejemplo:

Representemos gráficamente el tiempo que emplea un corredor en dar vueltas a un circuito.

Tabla de valores

<i>vueltas</i>	<i>Tiempo (s)</i>
1ª vuelta	40
2ª vuelta	45
3ª vuelta	35
4ª vuelta	35
5ª vuelta	30



En este caso solo representamos los puntos y no los unimos porque el tiempo no depende directamente de las vueltas. Hay otros factores que pueden influir en el desarrollo de cada vuelta (cansancio, sprint, carrera táctica, etc.).

Ejemplo:

Ahora vamos a representar gráficamente el coste que tiene enviar por mensajería un paquete a una determinada ciudad.

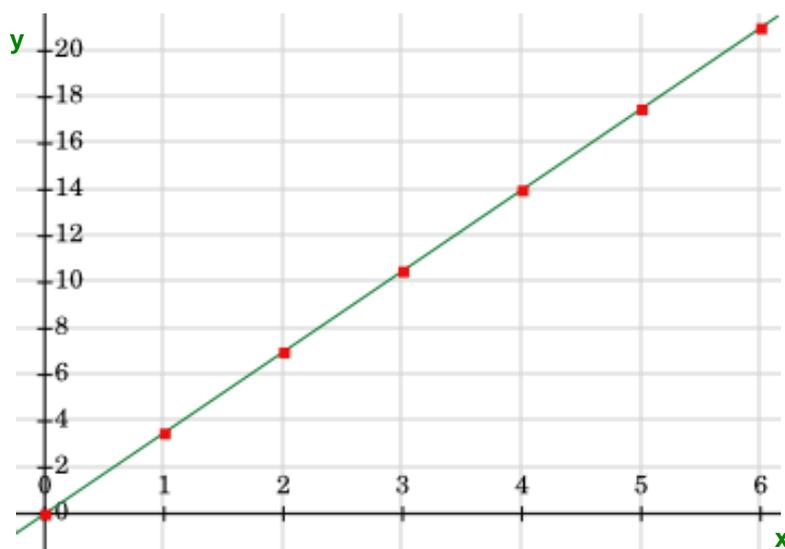
La **tabla de valores** es la siguiente:

Peso (kg)	1	2	3	4	5	6
Precio (€)	3,50	7,00	10,50	14,00	17,50	21,00

Ahora representamos los pares de puntos resultantes de enfrentar el peso con el precio del envío del paquete postal quedando unidos todos ellos. Esto quiere decir que existe alguna dependencia entre las variables.

Cuanto más pese el paquete más nos costará enviarlo por mensajería.

El precio (euros) es la variable dependiente porque depende del peso del paquete que es la variable independiente.



Practica:

3 Representa gráficamente estas tablas de valores:

x	0	1	2	3	4	5	6
y	7	5	3	9	4	2	0

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	1	2	3	4	5	6

3. Funciones

En el ejemplo anterior has visto que se pueden establecer relaciones entre las dos variables siendo éstas de muy diferentes tipos. Estamos ante una **función** cuando a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente. $x \rightarrow y$

Vamos a estudiar algunas funciones haciendo su tabla de valores y posteriormente su representación gráfica.

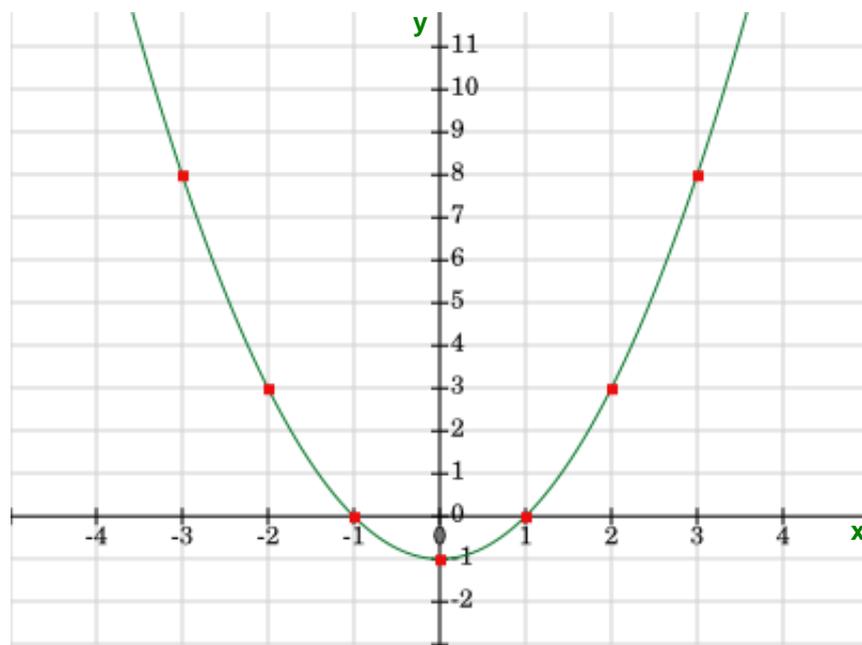
Ejemplo:

Sea la función $y = x^2 - 1$ Hagamos la tabla de valores. Para ello damos valores a la x y obtendremos el resultado de la y .

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$-3^2 - 1 = 8$	$-2^2 - 1 = 3$	$-1^2 - 1 = 0$	1	0	3	8

Ahora procedemos a su representación gráfica en el eje cartesiano.

Representación
gráfica de la función:
 $y = x^2 - 1$



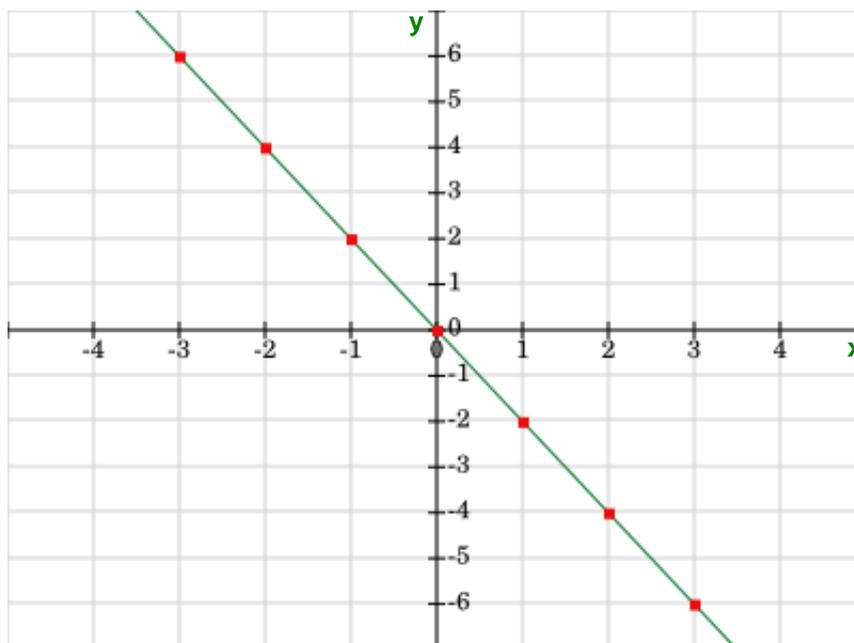
Ejemplo:

Sea la función $y = -2x$ Hagamos la tabla de valores. Para ello damos valores a la x y obtendremos el resultado de la y .

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	6	4	2	0	-2	-4	-6

Ahora procedemos a su representación gráfica en el eje cartesiano.

Representación
gráfica de la función:
 $y = -2x$



3.1 La función lineal y la función afín

- **La función lineal**

La **función lineal** se escribe matemáticamente de la siguiente manera:

$$y = ax$$

en donde la x es la variable independiente; y la variable dependiente y la a es un número llamado **constante de proporcionalidad**.

$$y = 3x$$

La recta que nos sale al representarla gráficamente siempre pasa por el punto $P(0,0)$.

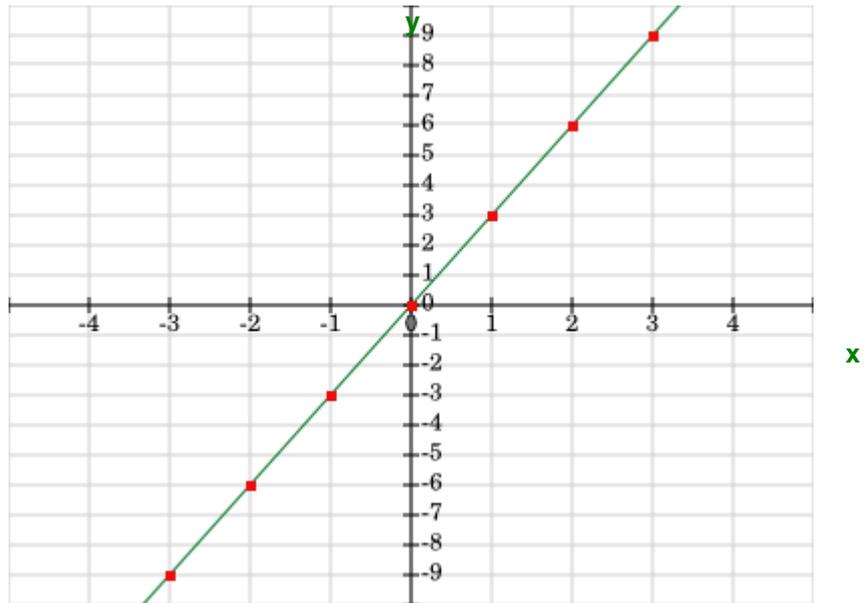
Ejemplo:

Sea la función $y = 3x$ Hagamos la tabla de valores. Para ello damos valores a la x y obtendremos el resultado de la y .

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-6	-3	0	3	6	9

Ahora procedemos a su representación gráfica en el eje cartesiano.

Representación
gráfica de la función:
 $y = 3x$



- **La función afín**

La **función afín** se escribe matemáticamente de la siguiente manera:

$$y = ax + b$$

en donde la x es la variable independiente; y la variable dependiente; a es la **constante de proporcionalidad** y b es un número.

$$y = 2x + 2$$

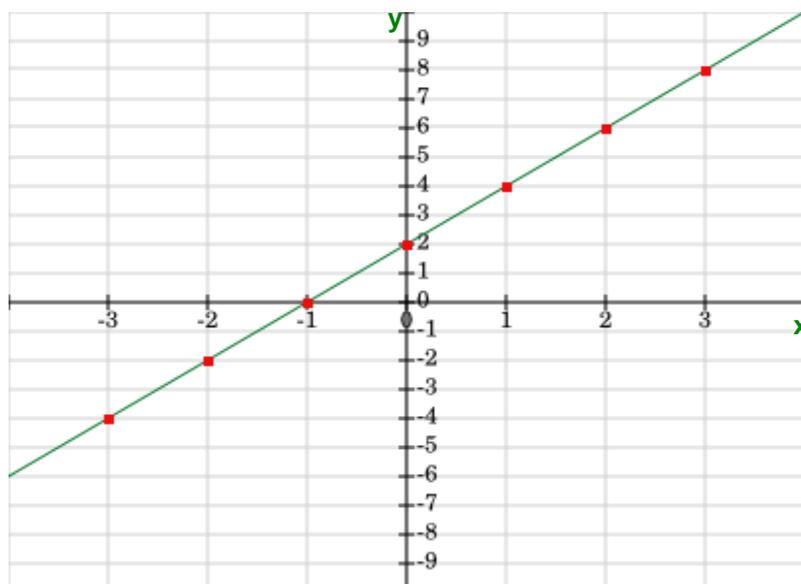
Ejemplo:

Sea la función $y = 2x + 2$. Hagamos la tabla de valores. Para ello damos valores a la x y obtendremos el resultado de la y .

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-4	-2	0	2	4	6	8

Ahora procedemos a su representación gráfica en el eje cartesiano.

Representación
gráfica de la función:
 $y = 2x + 2$



La recta que nos sale al representarla gráficamente no pasa por el punto $P(0,0)$ sino que se desplaza dos unidades hacia arriba de dicho punto $P'(0,2)$.

Practica:

4 Haz la tabla de valores y representa gráficamente estas funciones. Indica cuáles de ellas son lineales y cuáles afines:

a) $y = -x$

b) $y = x^2 - 1$

c) $y = -2x - 2$

d) $y = x^3$

e) $y = x + 3$

f) $y = x^2 - x$

Vamos a recapitular. Seguro que te has dado cuenta de que las funciones lineal y afín son **rectas** que responden a la fórmula:

$$y = ax + b$$

de tal forma que si $b = 0$ estamos ante la función afín.

Si nos fijamos en la fórmula seremos capaces de representar la recta sin necesidad de tener que hacer la tabla de valores. Para ello, prestemos atención a dos aspectos importantes de la recta.

- **La pendiente**

La **pendiente** es la inclinación de la recta, cuanto más inclinada, más pendiente y viceversa. Y la inclinación o pendiente viene dada por el número de la x , esto es la (**a**).

Ejemplo:

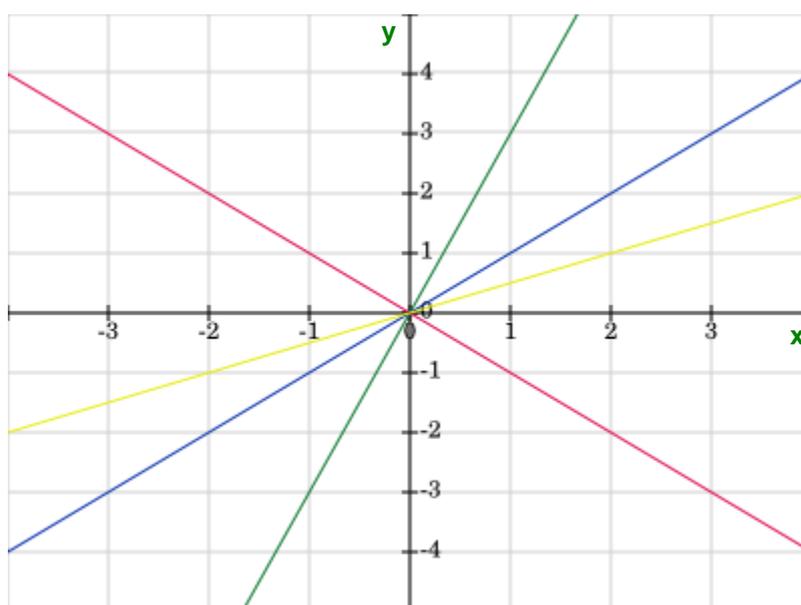
En este gráfico hay varias rectas. Cada una tiene su inclinación o pendiente.

Recta $y = x$
pendiente: **1**

Recta $y = 3x$
pendiente: **3**

Recta $y = \frac{1}{2}x$
pendiente: $\frac{1}{2}$

Recta $y = -x$
pendiente: **-1**



Las tres primeras rectas tienen pendiente positiva, esto es, las rectas crecen como ves en el gráfico. La última recta $y = -x$ de pendiente -1 es descendente.

A la vista de la representación gráfica de la recta, ¿cómo puedo saber la pendiente de la recta?

Muy fácil. Fíjate en este caso:

Sea la recta de color verde  Para calcular su pendiente tomo dos puntos de dicha recta, por ejemplo el $P(0,0)$ y el $P'(1,3)$, en donde la primera coordenada del punto corresponde al valor en el eje x y la segunda, al valor en el eje y . ¿Recuerdas?

Realizamos esta sencilla operación:

$$a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Restamos la coordenada y del punto mayor respecto del menor $(y_1 - y_0) = (3 - 0)$.

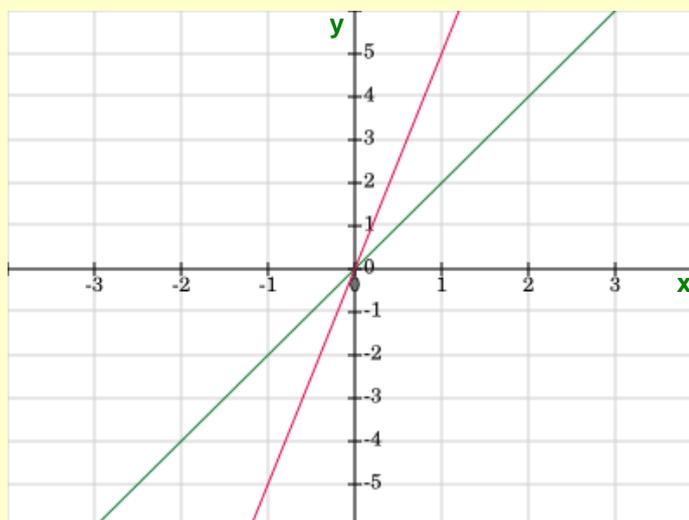
Restamos la coordenada x del punto mayor respecto del menor. $(x_1 - x_0) = (1 - 0)$. Y dividimos

$$a = \frac{3 - 0}{1 - 0} = \frac{3}{1} = 3$$

Pendiente: **3**

Practica:

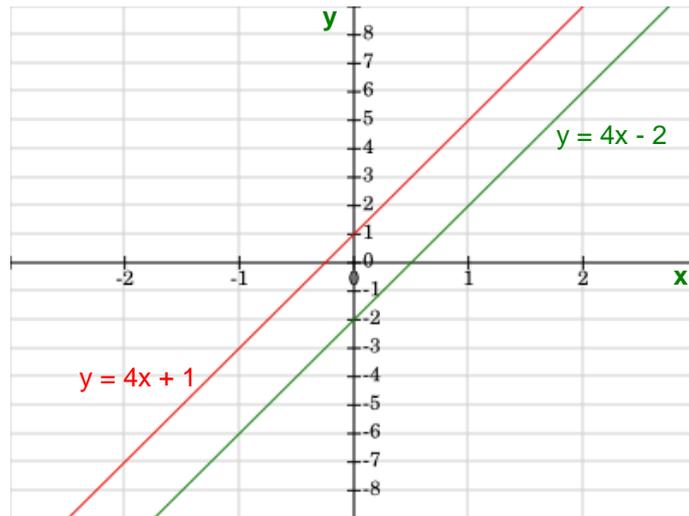
5 A la vista de las gráficas de estas rectas, calcula su pendiente:



Ahora que ya sabes calcular la pendiente de una recta viendo su gráfica, podemos saber también qué ocurre cuando dos rectas tienen la misma pendiente. Que son **paralelas**.

Ejemplo:

La recta $y = 4x + 1$ es paralela a la recta $y = 4x - 2$



- **La ordenada en el origen**

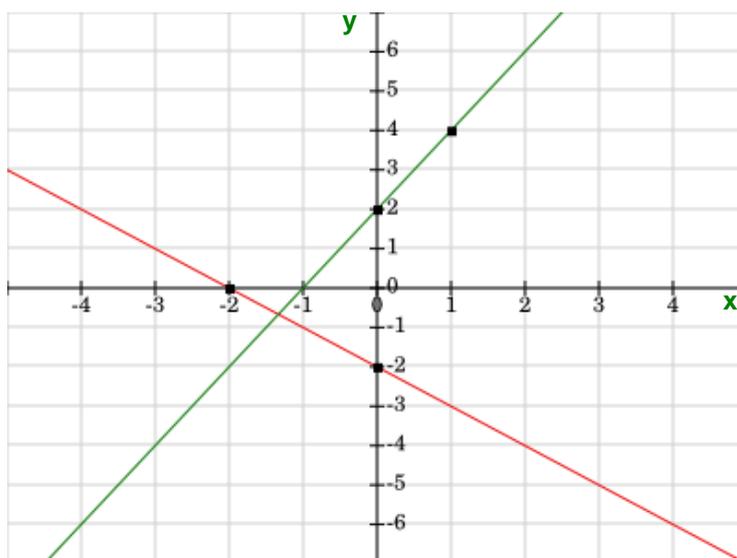
¿Recuerdas la fórmula matemática de la recta? Es esta: $y = ax + b$. La **ordenada en el origen** es el número representado por la letra b y es el punto donde la recta corta al eje de ordenadas (y). A modo de resumen, la recta cortará al eje y según el valor de la b , por encima o debajo del cero según sea positivo o negativo.

Si miras el gráfico anterior verás dónde corta cada una de las rectas al eje y .

La recta $y = 4x + 1$ en el punto $P(0,1)$.

La recta $y = 4x - 2$ en el punto $P'(0,-2)$.

Ejemplo:



A la vista del gráfico vamos a escribir la fórmula de las rectas:

1. Recta —————

Para calcular la pendiente nos fijamos en dos puntos $P(1,4)$ y el $P'(0,2)$. Hacemos las operaciones

$$a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

$$a = \frac{4 - 2}{1 - 0} = \frac{2}{1} = 2$$

La ordenada en el origen será dos porque corta al eje y en ese punto. $b = 2$. Así pues la recta será:

$$y = 2x + 2$$

2. Recta —————

Para calcular la pendiente nos fijamos en dos puntos $P(-2,0)$ y el $P'(0,-2)$. Hacemos las operaciones

$$a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

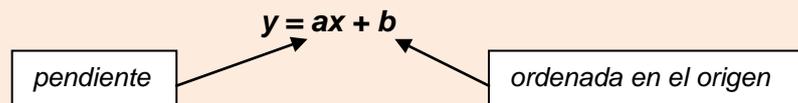
$$a = \frac{-2 - 0}{0 - (-2)} = \frac{-2}{+2} = -1$$

La ordenada en el origen será -2 porque corta al eje y en ese punto. $b = -2$. Así pues la recta será:

$$y = -x - 2$$

Consolidación:

La fórmula matemática de la recta es:



La **pendiente** nos informa de la inclinación de la recta y la **ordenada en el origen** del punto de corte con el eje de ordenadas.

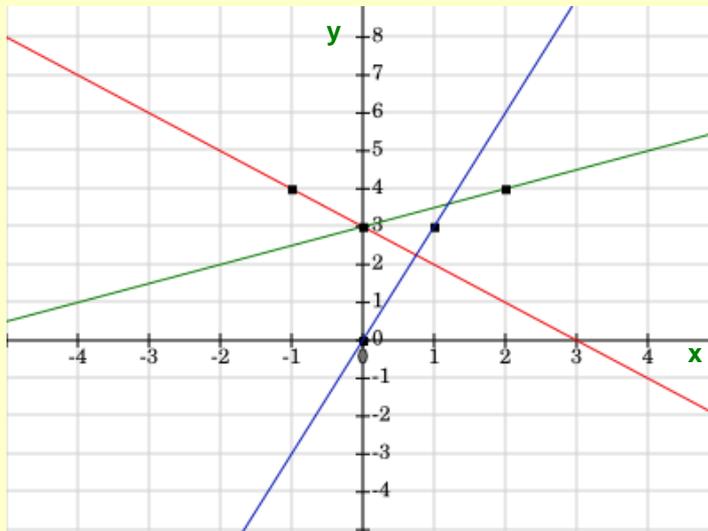
Recordatorio:

La función lineal se escribe matemáticamente como $y = ax$ y siempre tiene como representación gráfica una recta que pasa por el centro del eje de coordenadas.

La función afín se escribe matemáticamente como $y = ax + b$ y tiene como representación gráfica una recta que se desplaza hacia arriba o abajo del centro del eje de coordenadas tantas unidades como sea la letra b .

Practica:

6 A la vista de las gráficas de estas rectas, escribe su fórmula:

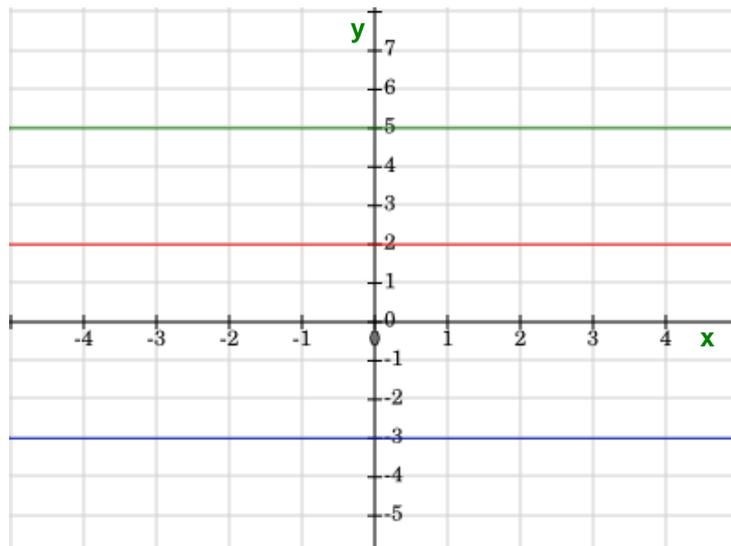


- **Casos particulares**

Imaginemos que tenemos una recta que no tiene pendiente. Quiere decirse que no tiene inclinación y por lo tanto es plana en la gráfica o constante.

La fórmula matemática de la recta es $y = ax + b$, si la pendiente es nula o cero, entonces $a = 0$ por lo que la ecuación de la recta quedará expresada como:

$$y = b$$



$$y = 5$$

$$y = 3$$

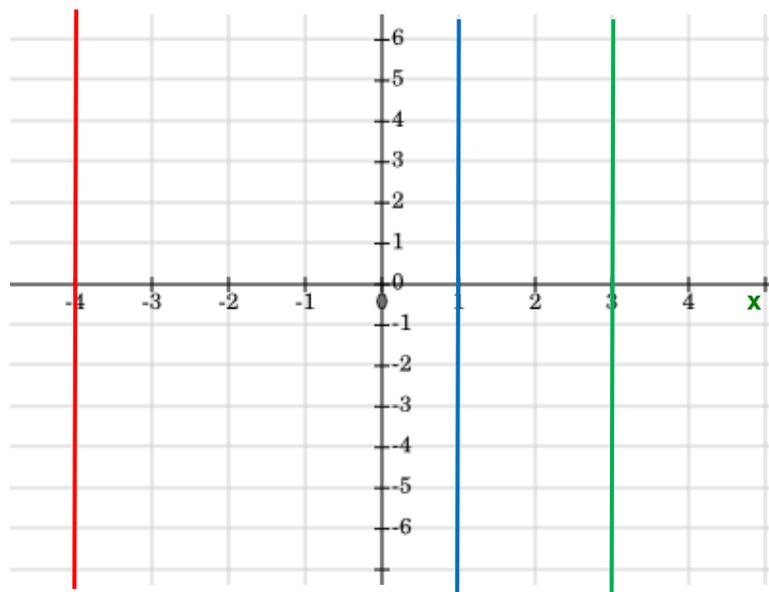
$$y = -3$$

Otro caso particular sería el de rectas paralelas al eje de ordenadas (y). Serían rectas verticales ya que la x siempre tendría el mismo valor.

La fórmula matemática de la recta quedará expresada como:

$$x = c$$

donde c es un número real. Gráficamente quedará así:



$$x = 3$$

$$x = -4$$

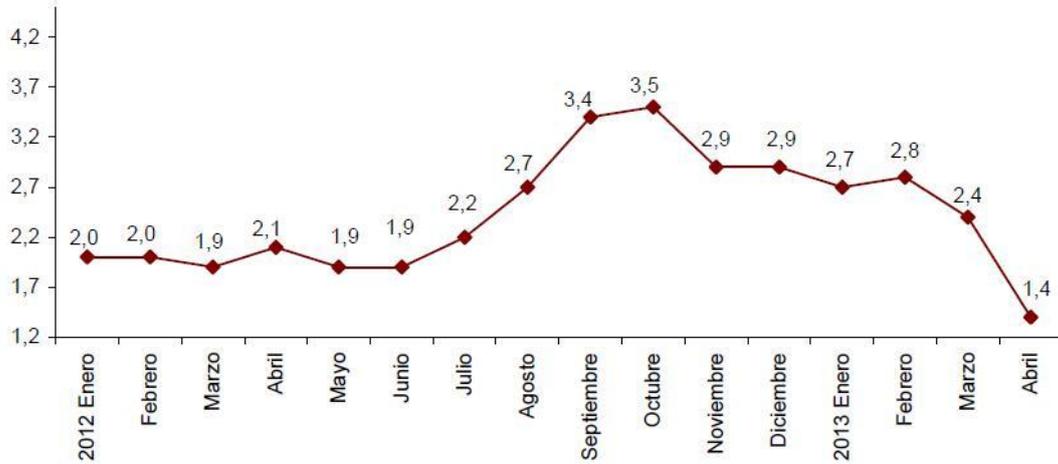
$$x = 1$$

4. Lectura e interpretación de gráficas

Como se decía al principio de la unidad, las gráficas son cotidianas en nuestro quehacer diario. Aparecen en los medios de comunicación escritos y audiovisuales para complementar y aclarar la información expuesta. A continuación, vamos a poner una serie de ejemplos recopilados en internet sobre noticias e informaciones reales.

Caso 1. Evolución del IPC.

Evolución anual del IPC, base 2011 ⁽¹⁾
Índice General



⁽¹⁾ El último dato se refiere al indicador adelantado

Imagen: Gráfica del IPC <http://economy.blogs.ie.edu>

Esta gráfica, muy común últimamente en todos los medios de comunicación, nos muestra la evolución del IPC (Índice de Precios al Consumo) a lo largo del año 2012 y parte del 2013. En el eje de abscisas está colocado el tiempo desglosado en meses y en el eje de ordenadas el valor correspondiente al mes en cuestión. Ese valor es el resultado de diversos cálculos estadísticos por parte del Ministerio de Economía.

Pero fijémonos en la gráfica. De una sola mirada sabemos el IPC mes a mes en el tiempo especificado. Se aprecia también a simple vista periodos en los que el IPC sube (junio de 2012 a octubre de 2012 por ejemplo), baja o (febrero de 2013 a abril de 2012) incluso se mantiene (mayo a junio de 2012 por ejemplo). E incluso podríamos conocer el diferencial del IPC en el año 2012.

Caso 2. Evolución de la altura de las mareas en pies.

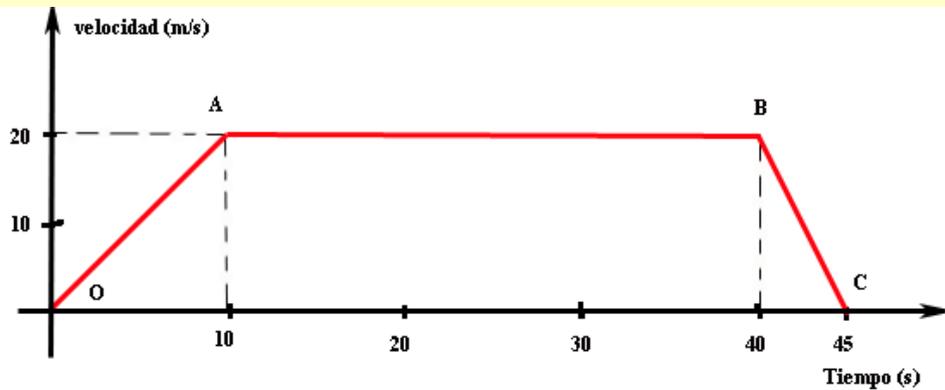


Imagen: Gráfica de las mareas http://quiz.uprm.edu/tutorials_master/

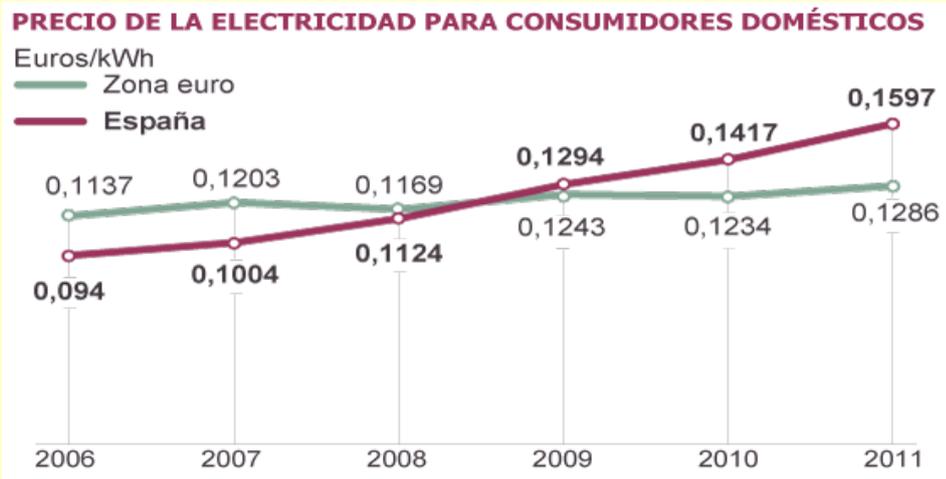
Practica:

7 Analiza e interpreta estas gráficas:

a) La velocidad de una motocicleta durante un tiempo.



b) Variación del precio de la electricidad.



Glosario

Función: es una correspondencia en la que a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente.

Variable independiente: es la que adquiere valores sin depender de ninguna otra.

Variable dependiente: es la que obtiene su valor según otra llamada independiente.

Tabla de valores: Pares de puntos para los que se cumple la función.

Eje de coordenadas: puede ser de abscisas (es el eje horizontal o de las x) o de ordenadas (es el eje vertical o de las y).

Pendiente: Inclinación que tiene la recta.

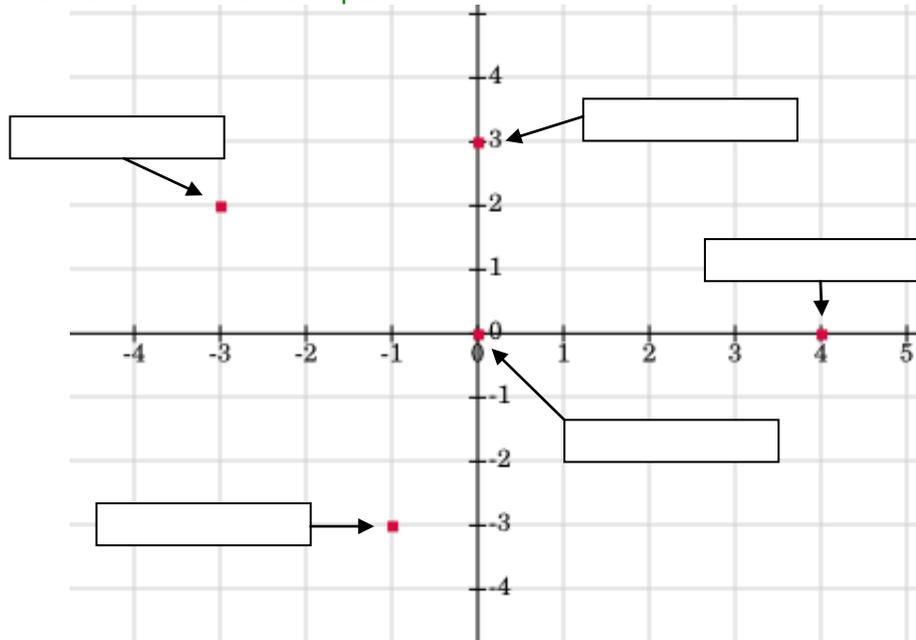
Ordenada en el origen: punto de corte de la recta con el eje de ordenadas.

Rectas paralelas: aquellas que tienen la misma pendiente.

Actividades

Actividad 1:

Escribe las coordenadas de estos puntos:



Actividad 2:

Coloca estos puntos en los ejes de coordenadas: P(0,-4); P(-5,-2); P(6,1); P(1,5); P(-1,5); P(2,0); P(0,-1) y P(-3,0).

Actividad 3:

Haz la tabla de valores y representa gráficamente estas funciones:

$$y = -3x$$

$$y = -x^2$$

$$y = 2x + 1$$

$$y = 4x - 2$$

Actividad 4:

Clasifica estas funciones entre lineales y afines:

$$y = x$$

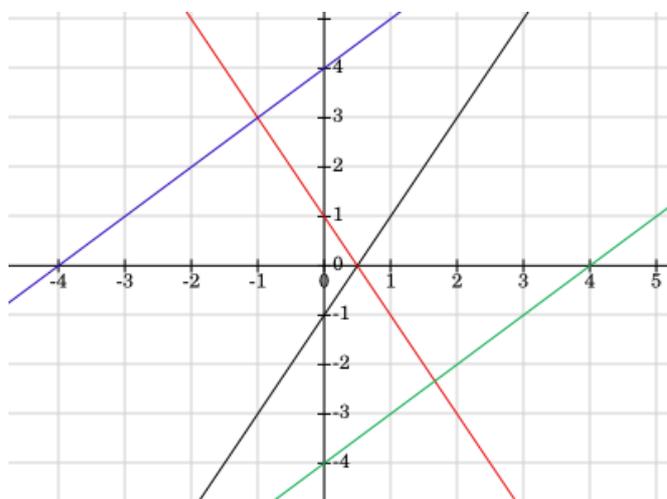
$$y = x + 7$$

$$y = -2x + 8$$

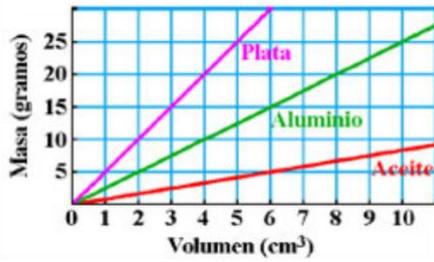
$$y = -x - 3$$

Actividad 5:

A la vista de las gráficas de estas funciones, escribe las ecuaciones de las rectas correspondientes:



Actividad 6:



Las gráficas siguientes relacionan la masa y el volumen de dos metales y aceite.

- Halla la densidad de cada una de las sustancias. Recuerda que la fórmula es: $d = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$
- Calcula la pendiente de cada una de las rectas e índice el significado que tiene.
- ¿Cuál tiene mayor densidad y cuál menor?
- ¿Qué masa tendrán 4 dm³ de plata?
- ¿Qué volumen ocupa 1/2 kg de aceite?

Actividad 7:

En cierta ferretería venden rollos de 20 m de alambre por 5 euros.

- ¿Cuánto cuesta cada metro de alambre?
- Completa la siguiente tabla de valores:

x (metros)	0,5	1	2,5	3	5	10
y (coste)						

- Representa la correspondiente gráfica.
- Escribe la expresión algebraica de esta función, ¿cuál es la pendiente?

Actividad 8:

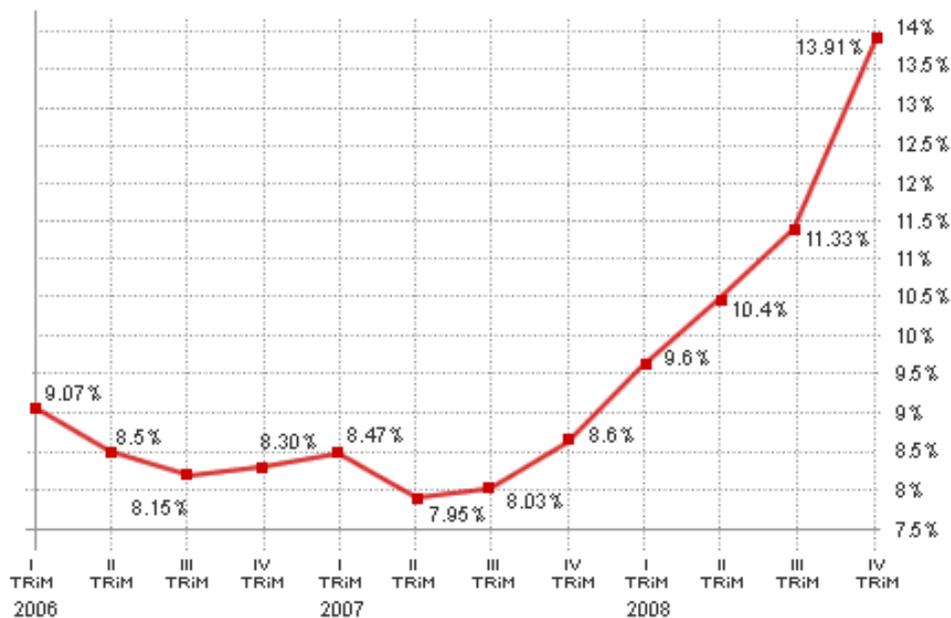
Un bar paga a su proveedor 1,50€ por cada bote de banderillas.

- Haz una tabla de valores para cantidades de botes entre 1 y 8.
- Dibuja la gráfica de valores.
- ¿Cuánto costarán 15 botes?

Actividad 9:

He aquí una gráfica con la tasa de paro en España en el periodo (2006 – 2008). Coméntala. Habla también del significado de la pendiente de los tramos.

Tasa del Paro según EPA (INE)

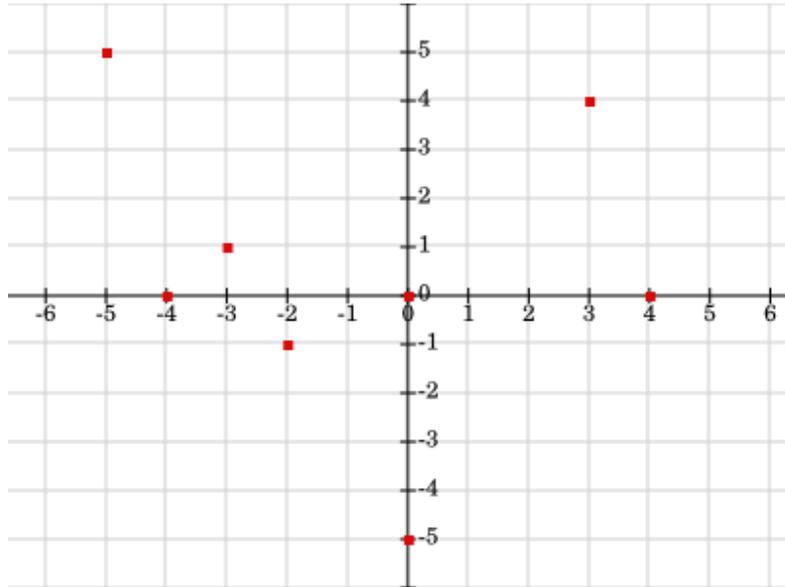


Soluciones a los practica

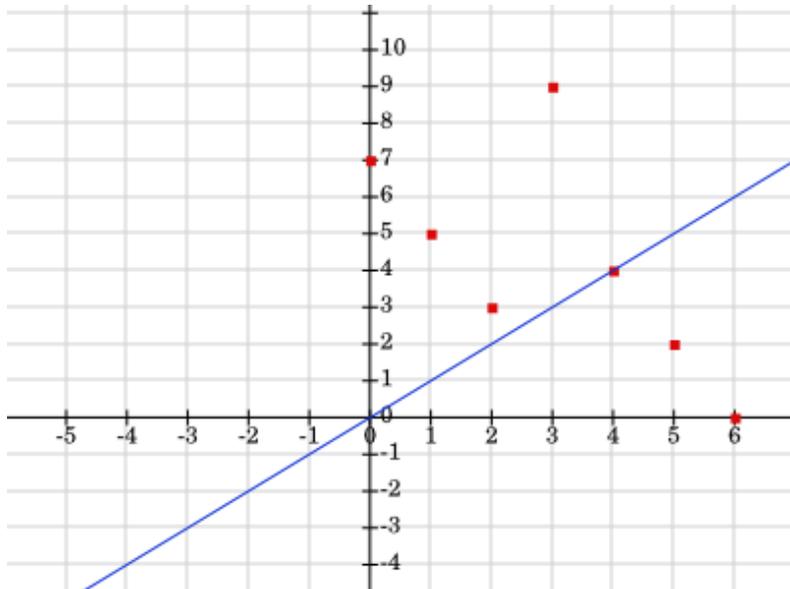
Practica 1

- a) El peso de una fruta Independiente
Su precio Dependiente
- b) El gasto en combustible Dependiente
Los kilómetros recorridos Independiente
- c) La nota final Dependiente
Las horas de estudio Independiente
- d) El peso de un paquete Independiente
Los sellos a pegar Dependiente
- e) Llamadas telefónicas Independiente
La factura a pagar Dependiente
- f) Las horas trabajadas Independiente
El sueldo a percibir Dependiente

Practica 2



Practica 3



Practica 4

a)		b)	
x	y	x	y
-3	3	-3	8
-2	2	-2	3
-1	1	-1	0
0	0	0	1
1	-1	1	0
2	-2	2	3
3	-3	3	8
c)		d)	
x	y	x	y
-3	4	-3	-27
-2	2	-2	-8
-1	0	-1	-1
0	-2	0	0
1	-4	1	1
2	-6	2	8
3	-8	3	27
e)		f)	
x	y	x	y
-3	0	-3	6
-2	1	-2	6
-1	2	-1	2
0	3	0	0
1	4	1	0
2	5	2	2
3	6	3	6

Practica 5

$P(0,0)$ $P'(1,5)$ _____

$$a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

$$a = \frac{5 - 0}{1 - 0}$$

$$a = \frac{5}{1} = 5$$

$P(0,0)$ $P'(2,4)$ _____

$$a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

$$a = \frac{4 - 0}{2 - 0}$$

$$a = \frac{4}{2} = 2$$

Practica 6

$P(-1,4)$ $P'(0,3)$ _____

$$a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

$$a = \frac{3 - 4}{0 - (-1)}$$

$P(0,3)$ $P'(2,4)$ _____

$$a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

$$a = \frac{4 - 3}{2 - 0}$$

$P(0,0)$ $P'(1,3)$ _____

$$a = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

$$a = \frac{3 - 0}{1 - 0}$$

$$a = \frac{-1}{1} = -1$$

Miramos la ordenada en el origen: $b = 3$

$$y = -x + 3$$

$$a = \frac{1}{2}$$

Miramos la ordenada en el origen: $b = 3$

$$y = \frac{1}{2}x + 3$$

$$a = \frac{3}{1} = 3$$

Miramos la ordenada en el origen: $b = 0$

$$y = 3x$$

Practica 7

a)

Gráfica que representa la velocidad de un móvil respecto del tiempo. A los 10 segundos alcanza una velocidad de 20 m/s partiendo desde el reposo, así que acelera.

Después mantiene la velocidad durante 30 segundos y por último en 5 segundos vuelve al reposo, esto es, frena.

b)

Gráfica que representa el precio en euros del Kw/h en España y en la zona euro durante varios años (2006-2011).

El precio del Kw/h crece más rápidamente en España que en la zona euro equiparándose tan sólo a mediados del 2008.

La tendencia es que siga subiendo más en España que en la zona euro.

Bibliografía

- Gobierno de Aragón. Matemáticas y Tecnología, módulo 3. Educación Secundaria para Personas Adultas. España. Gobierno de Aragón. 2011. 134 p.
- Web: <http://recursostic.educacion.es/bancoimagenes/web/> INTEF (Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado).
- Web: elpais.com. El PAÍS.
- Web: <http://www.laverdad.es>. La Verdad de Murcia.
- Web: <http://fooplot.com/>
- Web: http://quiz.uprm.edu/tutorials_master
- Web: <http://economy.blogs.ie.edu>
- Web: <http://cinematicaenunadimensionssystemas.blogspot.com.es/>