

Ámbito Científico-Tecnológico | Módulo IV | Bloque 4 | Unidad 4
Estamos rodeados de cuerpos.... geométricos

Cierto, mires por donde mires no podrás dejar de ver cuerpos geométricos de todo tipo. Por eso es importante conocerlos, tocarlos y manejarlos. De esta manera, su trabajo con ellos nos resultará mucho más comprensible y sencillo.

*Este es un mundo apasionante, incluso divertido y con un poco de lógica apenas tendrás que memorizar algunas fórmulas.
¡Adelante!*

Módulo IV

Unidad 4

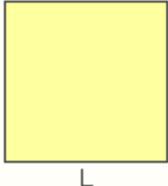
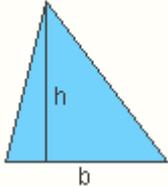
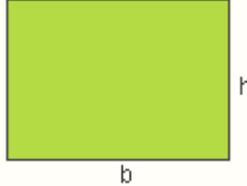
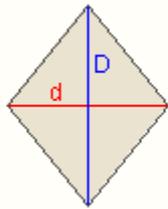
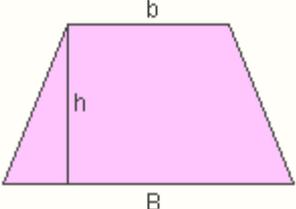
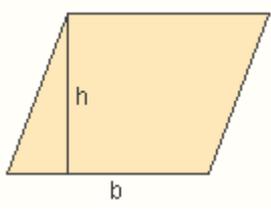
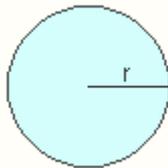
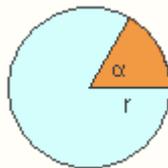
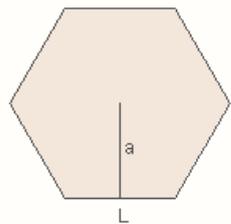
Índice

1. Cuerpos geométricos	3
1.1 Poliedros.....	4
1.1.1 Poliedros regulares	4
1.1.2 Prismas.....	5
1.1.3 Pirámides.....	7
1.2 Cuerpos de revolución	9
1.3 Dos casos singulares	12
Glosario	13
Actividades	13
Soluciones a los practica.	15
Bibliografía.....	17

1. Cuerpos geométricos

Antes de comenzar esta unidad debes recordar las áreas de las figuras planas vistas en una unidad anterior ya que se te serán de mucha utilidad ahora.

Recordatorio:

Cuadrado	Triángulo	Rectángulo
		
$S = l \cdot l = l^2$	$S = \frac{b \cdot a}{2}$	$S = b \cdot h$
Rombo	Trapezio	Paralelogramo
		
$S = \frac{D \cdot d}{2}$	$S = \frac{B + b}{2} \cdot h$	$S = b \cdot h$
Círculo	Sector circular	Polígono regular
		
$S = \pi r^2$	$S = \frac{\pi r^2 \cdot \alpha}{360}$	$S = \frac{P \cdot a}{2}$
	$\alpha = \text{ángulo del sector}$	$P = \text{perímetro } a = \text{apotema}$

Imágenes: Matemáticas y Tecnología. Gobierno de Aragón.

Cuando hablamos de cuerpos geométricos estamos utilizando dos palabras. Con la palabra cuerpo nos referimos a los objetos que tienen las tres dimensiones, largo, ancho y alto por lo que estamos ante un nuevo concepto, el **volumen**. Y con la palabra geométrico nos referimos a que dentro de todos los cuerpos, la mayoría presentan una forma irregular excepto los geométricos que tienen algunas características especiales desde el punto de vista matemático. “Echando un ojo” a tu alrededor verás que estamos rodeados de cuerpos geométricos por todos lados: lavadora, frigorífico, el dormitorio, el cubo de Rubik, una caja de zapatos, etc.

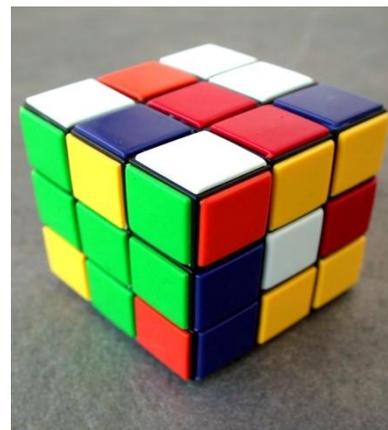


Imagen: Cubo de Rubik. [INTEF](#)

Los cuerpos geométricos se dividen en:

Poliedros: están delimitados por superficies planas.

Cuerpos de revolución: los que están delimitados por alguna superficie curva.

1.1 Poliedros

Un poliedro es un cuerpo geométrico en el que todas sus caras son polígonos. Veamos tres elementos esenciales:

Caras: son los polígonos que forman la superficie del poliedro.

Aristas: son segmentos que resultan de la unión de las caras.

Vértices: son los puntos donde se juntan tres o más aristas.

En el caso de la figura, el cubo, posee 6 caras, 12 aristas y 8 vértices.

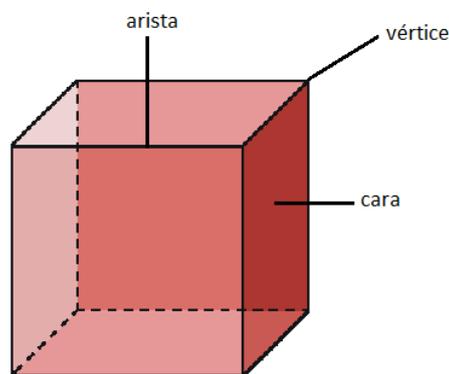


Imagen: Poliedro. [INTEF](#)

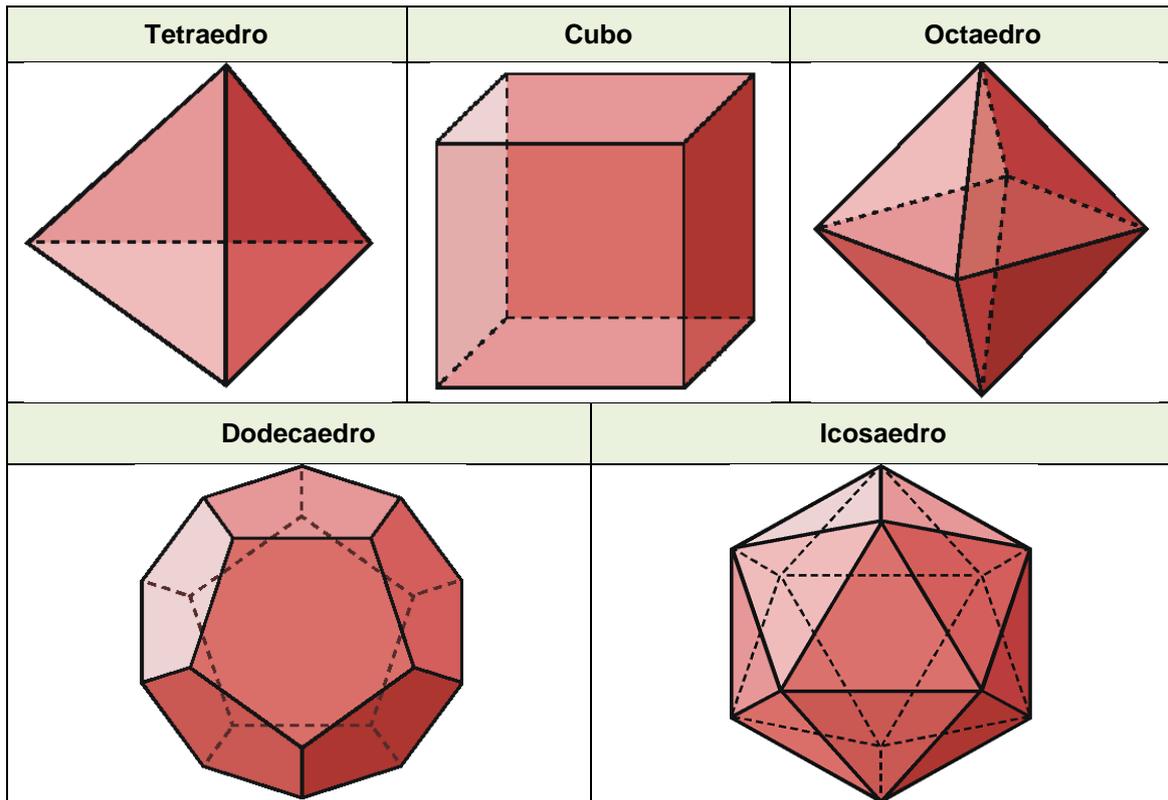
Ahora bien, dentro de los poliedros, según sean las caras, podemos distinguir los:

Poliedros regulares: cuando todas las caras son el mismo polígono regular.

Poliedros irregulares: cuando las caras son polígonos irregulares o bien las caras son polígonos regulares diferentes entre sí.

1.1.1 Poliedros regulares

Los poliedros regulares son aquellos que tienen todas las caras iguales (polígonos regulares) y son tan sólo cinco: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro, icosaedro.



Imágenes: [INTEF](#)

Practica:

1 ¿Cuántas caras, aristas y vértices tienen el...?:

- a) Tetraedro
- b) Cubo
- c) Octaedro

1.1.2 Prismas

Un prisma es un poliedro cuyas **bases** son dos polígonos iguales y sus **caras laterales** son paralelogramos.

La altura es el segmento que une las dos bases perpendicularmente o una base y la prolongación de la otra. Si es perpendicular a ambas estamos ante un prisma recto, como el de la figura y si no fuera así, estaríamos ante un prisma inclinado.

Si las caras laterales son todas iguales estamos ante un prisma regular, como el de la figura. En caso

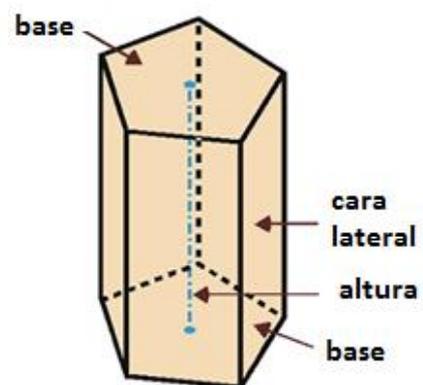


Imagen: [INTEF](#)

contrario, se denomina prisma irregular.

En los cuerpos geométricos vamos a calcular siempre tres apartados, el **área lateral**, el **área total** y el **volumen**. Para ello hay formulas pero lo mejor es que emplees la lógica y así no tendrás que aprenderte un sinfín de fórmulas.

Ejemplo:

En este prisma recto de medidas:

Largo = 4 cm.; ancho = 3 cm. y alto = 10 cm.

Vamos a calcular:

Área lateral: para ello agarra con dos dedos el prisma, uno arriba y otro abajo y hazlo girar. Eso que ves girar es el área lateral. En nuestro caso son todos rectángulos y la fórmula para calcular el área la conocemos: $S = b \cdot a$

Caras laterales que tenemos:

dos cuya superficie es: $S = 4 \cdot 10 = 40cm^2$ $40 \cdot 2 = 80cm^2$

dos cuya superficie es: $S = 3 \cdot 10 = 30cm^2$ $30 \cdot 2 = 60cm^2$

$$\text{Área lateral} = 140cm^2$$

Área total: es la suma del área lateral más las dos bases.

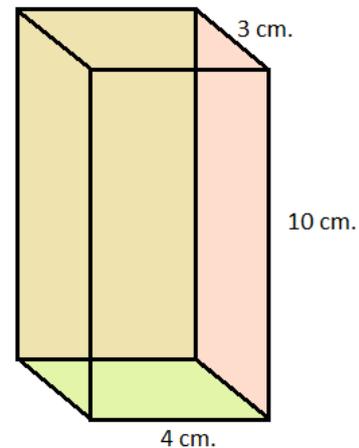
Las bases son dos rectángulos cuya superficie es:

$$S = 4 \cdot 3 = 12cm^2$$

$$12 \cdot 2 = 24cm^2 \quad \text{Área total} = 140 + 24 = 164cm^2$$

Volumen: área de la base por la altura o también en este caso, multiplicamos el largo por el ancho y por el alto.

$$\text{Volumen} = 10 \cdot 4 \cdot 3 = 120cm^3$$



Ejemplo:

Este es un prisma recto triangular porque sus bases son triángulos.

Las medidas del triángulo son: base = 8 cm. y la altura del triángulo = 1 cm.

Vamos a calcular:

Área lateral: al igual que antes, agarra con dos dedos el prisma, uno arriba y otro abajo y hazlo girar. Eso que ves girar es el área lateral. Son todos rectángulos y la fórmula para calcular el área la conocemos: $S = b \cdot a$

Caras laterales que tenemos:

Dos, cuya superficie es: $S = 4 \cdot 10 = 40cm^2$

$$40 \cdot 2 = 80cm^2$$

Una, cuya superficie es: $S = 8 \cdot 10 = 80cm^2$

$$\text{Área lateral} = 40 + 80 = 120cm^2$$

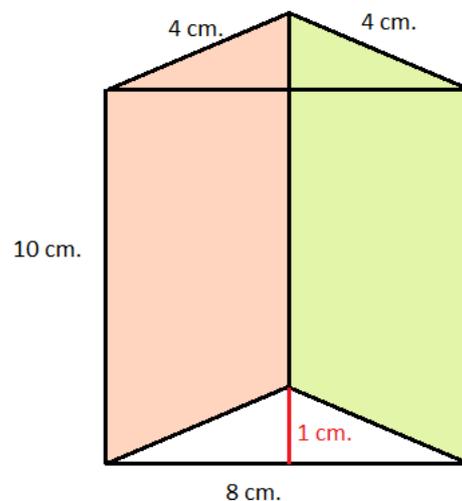
Área total: es la suma del área lateral más las dos bases triangulares cuya superficie es:

$$S = \frac{8 \cdot 1}{2} = \frac{8}{2} = 4cm^2$$

$$\text{Área total} = 120 + 4 = 124cm^2$$

Volumen: área de la base por la altura.

$$\text{Volumen} = 4 \cdot 10 = 40cm^3$$



Practica:

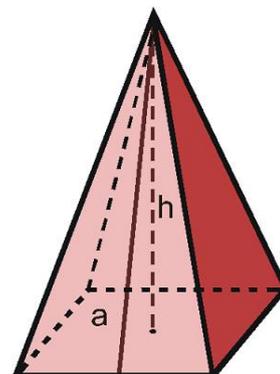
2. **Calcula el cartón necesario para confeccionar esta caja de zapatos ¿Cuál será su volumen?**



Imagen: [INTEF](#)

1.1.3 Pirámides

Las pirámides son poliedros que tienen una sola base formada por un polígono y caras triangulares que se juntan en un punto superior llamado cúspide. La altura (h) es el segmento que une perpendicularmente la cúspide con la base o su prolongación. Si es perpendicular a la base estamos ante una pirámide recta, como la de la figura y si no fuera así, estaríamos ante una pirámide inclinada. Dependiendo del polígono de la base tendremos pirámides triangulares, cuadrangulares, etc.



De igual modo que en los prismas, debemos saber calcular el área lateral, área total y el volumen. Y como en el caso anterior, vamos a emplear la lógica para no tener que aprender fórmulas innecesarias.

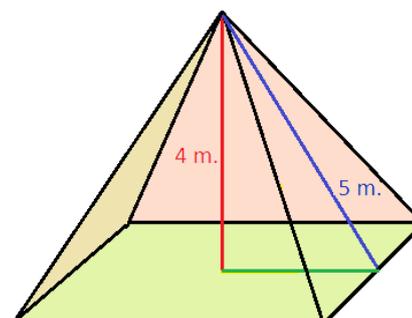
Ejemplo:

Esta pirámide de base cuadrada tiene las siguientes medidas:

Lado del cuadrado = 6 m.; altura de la pirámide = 4 m. y altura de la cara triangular = 5 m.

Vamos a calcular:

Área lateral: para ello agarra con dos dedos la pirámide, uno arriba y otro abajo y hazlo girar. Eso que ves girar es el área lateral. En nuestro caso son todos triángulos y la fórmula para calcular el área la



conocemos:

$$S = \frac{b \cdot a}{2}$$

Tenemos cuatro caras triangulares cuya superficie es:

$$S = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15m^2$$

$$15 \cdot 4 = 60 m^2$$

$$\text{Área lateral} = 60 m^2$$

Área total: es la suma del área lateral más la base.

La base es un cuadrado: $S = 6 \cdot 6 = 36 m^2$

$$\text{Área total} = 60 + 36 = 96 m^2$$

Volumen: área de la base por la altura dividido entre tres (3)

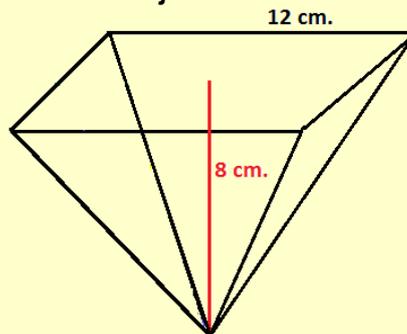
$$\text{Volumen} = 60 m^3$$

$$V = \frac{\text{área base} \cdot \text{altura}}{3}$$

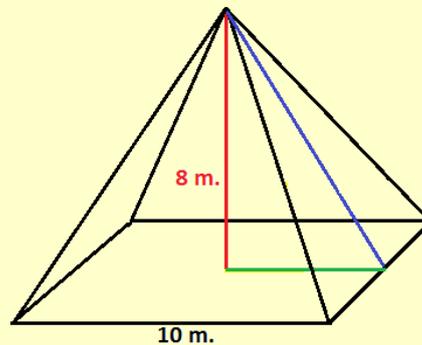
$$V = \frac{36 \cdot 5}{3} = 60 m^3$$

Practica:

3. a) Calcula el volumen de este objeto.



b) Si deseamos cubrir con pizarra la cúpula cuadrada de la torre.
¿Cuántos metros cuadrados debemos poner de pizarra.



1.2 Cuerpos de revolución

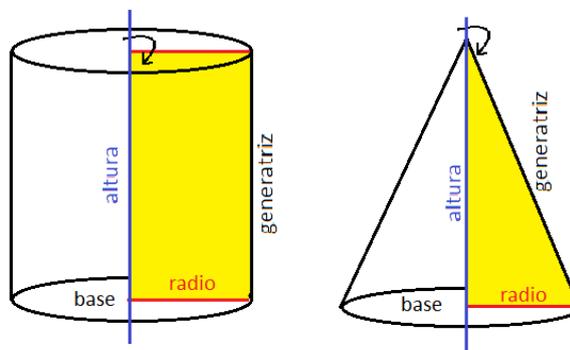
Un cuerpo de revolución es aquel que se genera tras hacer girar una figura plana sobre un eje de simetría. Al girar surge un cuerpo geométrico con superficies curvas por lo que también se les denomina cuerpos redondos.

En un cuerpo de revolución distinguimos las siguientes partes:

Base: es el círculo de la figura.

Altura: es el segmento perpendicular que une la cúspide o la base superior con la base inferior.

Generatriz: es el lado de la figura, que al hacer el giro, crea el cuerpo de revolución.



• El cilindro

El cilindro es un cuerpo de revolución generado al girar un rectángulo sobre uno de sus lados. El lado paralelo será la generatriz. La altura une perpendicularmente las dos bases o una base y la prolongación de la otra. Si es perpendicular estamos ante un cilindro recto, como el de la figura anterior y si no fuera así, estaríamos ante un cilindro inclinado.

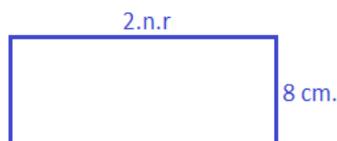
De igual modo que en los prismas y pirámides, debemos saber calcular el área lateral, área total y el volumen. Y como en los casos anteriores, vamos a emplear la lógica para no tener que aprender fórmulas innecesarias.

Ejemplo:

En este cilindro recto de medidas: radio = 3 cm.; altura = 8 cm. vamos a calcular:

Área lateral: para ello agarra con dos dedos el cilindro, uno arriba y otro abajo y hazlo girar. Eso que ves girar es el área lateral. En nuestro caso es un rectángulo y la fórmula para calcular el área la conocemos: $S = b \cdot a$

La base coincide con la longitud de la circunferencia de radio 3 cm. cuya longitud viene dada por la expresión $L = 2\pi R$



La base: $2\pi R = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 = 18,84 \text{ cm}$

$$S = b \cdot a = 18,84 \cdot 8 = 150,72 \text{ cm}^2$$

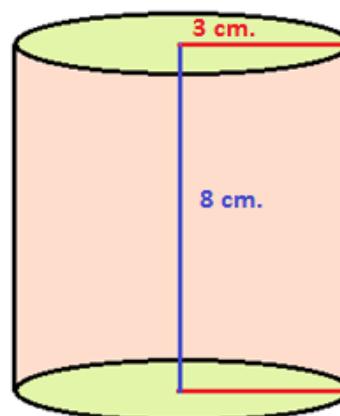
$$\text{Área lateral} = 150,72 \text{ cm}^2$$

Área total: es la suma del área lateral más las dos bases.

Las bases son dos círculos cuya superficie es:

$$S = \pi \cdot R^2 = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26 \text{ cm}^2$$

$$28,26 \cdot 2 = 56,52 \text{ cm}^2$$



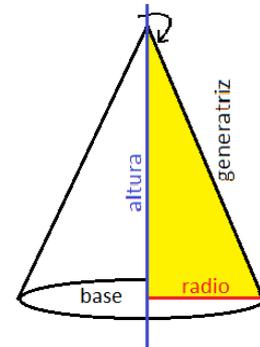
$$\text{Área total} = 150,72 + 56,52 = 207,24 \text{ cm}^2$$

Volumen: área de la base por la altura. La base es un círculo, así que $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$

$$\text{Volumen} = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 8 = 226,08 \text{ cm}^3$$

- **El cono**

El cono es un cuerpo de revolución generado al girar un triángulo rectángulo sobre uno de sus catetos. La generatriz es la hipotenusa. La base es el segmento que une perpendicularmente el vértice con la base o su prolongación. Si es perpendicular estamos ante un cilindro recto, como el de la figura y si no fuera así, estaríamos ante un cilindro inclinado.



De igual modo que en los prismas y pirámides, debemos saber calcular el área lateral, área total y el volumen. Y como en los casos anteriores, vamos a emplear la lógica en la medida de lo posible para no tener que aprender fórmulas innecesarias.

Ejemplo:

En este cono de medidas radio = 3 m.; altura = 7 m. y generatriz = 7,6 m. vamos a calcular:

Área lateral: al igual que antes, agarras con dos dedos el cono, uno arriba y otro abajo y hazlo girar. Eso que ves girar es el área lateral cuya fórmula es:

$$A_l = \pi \cdot R \cdot g$$

$$A_l = 3,14 \cdot 3 \cdot 7,6$$

$$\text{Área lateral} = 71,59 \text{ m}^2$$

Área total: es la suma del área lateral más el de la base.

La base es un círculo cuya superficie es:

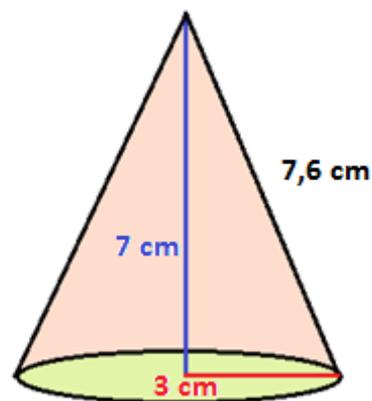
$$S = \pi \cdot R^2 = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26 \text{ m}^2$$

$$\text{Área total} = 71,59 + 28,26 = 99,85 \text{ m}^2$$

Volumen: área de la base por la altura dividido por tres (3). La base es un círculo, así que

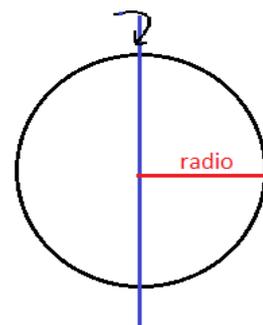
$$V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h}{3}$$

$$\text{Volumen} = \frac{3,14 \cdot 3^2 \cdot 7}{3} = 65,94 \text{ m}^3$$



- **La esfera**

La esfera es un cuerpo de revolución generado al girar un círculo sobre su diámetro. Debemos conocer el radio para realizar los cálculos necesarios con el fin de hallar el área total o el volumen. En este caso no nos queda más remedio que aprendernos las fórmulas correspondientes.



$\text{Área} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$
$\text{Volumen} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$

Ejemplo:

En esta esfera de radio = 4 cm. vamos a calcular:

Área:

$$\text{Área} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$

$$\text{Área} = 4 \cdot 3,14 \cdot 4^2$$

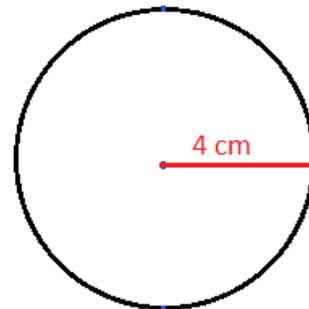
$$\text{Área} = 200,96 \text{ cm}^2$$

Volumen:

$$\text{Volumen} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

$$\text{Volumen} = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 4^3$$

$$\text{Volumen} = 267,94 \text{ cm}^3$$



Practica:

4. Responde a estas preguntas:

- a) Cuál es el volumen de este bote si tiene 8 cm. de diámetro y 6 cm. de alto.
- b) Si quisiéramos añadirle una etiqueta que rodee al bote, ¿cuánto papel nos haría falta?



Imagen: [INTEF](#)

- c) Dibuja un cono de 3 cm. de radio y 4 cm. de altura. Calcula su área total y el volumen.
- d) Un rodamiento esférico de una maquinaria tiene un diámetro de 2 cm. ¿Cuál será su volumen?

1.3 Dos casos singulares

A continuación te presentamos dos casos de cuerpos geométricos singulares.

- **El tronco de pirámide**

El tronco de pirámide se origina cuando cortamos a una pirámide mediante un plano paralelo a la base y nos quedamos con la parte inferior.

El tronco de pirámide está formado por dos bases semejantes (polígonos) y sus caras laterales son trapecios. Esto te puede ayudar a la hora de hallar el área lateral, total o el volumen. No obstante, aquí tienes las siguientes fórmulas:

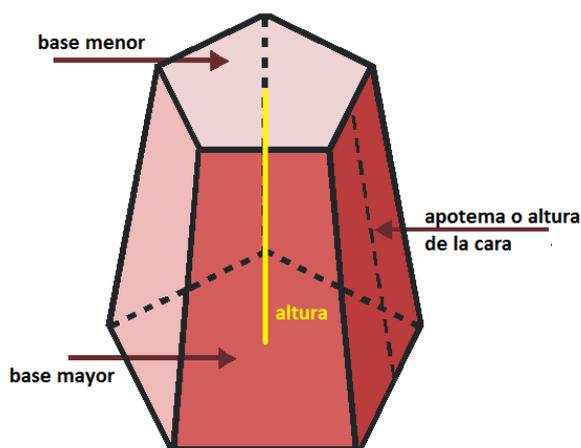


Imagen: [INTEF](#)

Área lateral:

$$S = \frac{(P + p)}{2} \cdot a$$

Área total:

$$\text{Área total} = \text{área lateral} + \text{área bases}$$

Volumen:

$$V = \frac{h}{3} \cdot (A + A' + \sqrt{A \cdot A'})$$

Notas:

P = perímetro base mayor
 p = perímetro base menor
 a = apotema
 h = altura
 A = área de la base mayor
 A' = área de la base menor

- **El tronco de cono**

El tronco de cono se origina cuando cortamos al cono mediante un plano paralelo a la base y nos quedamos con la parte inferior.

El tronco de cono está formado por dos bases semejantes (círculos) y su cara lateral es curva.:

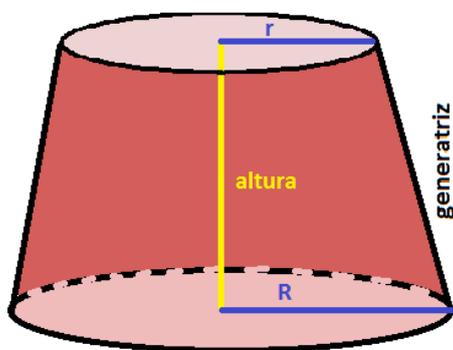


Imagen: [INTEF](#)

Área lateral:

$$S = \pi(R + r) \cdot g$$

Área total:

$$\text{Área total} = \text{área lateral} + \text{área bases}$$

Volumen:

$$V = \frac{1}{3} \cdot h(R^2 + r^2 + R \cdot r)$$

Notas:

R = radio base mayor
 r = radio base menor
 g = generatriz
 h = altura

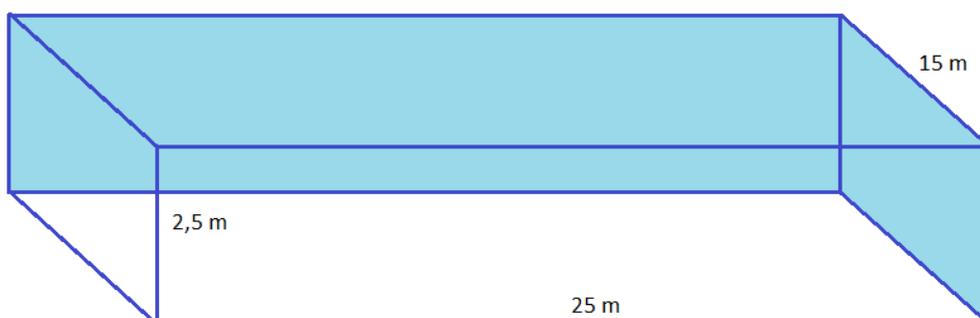
Glosario

- **Poliedro:** es un cuerpo geométrico en el que todas sus caras son polígonos.
- **Cuerpo de revolución:** cuerpo geométrico que están delimitado por alguna superficie curva.
- **Prisma:** es un poliedro cuyas bases son dos polígonos iguales y sus caras laterales son paralelogramos.
- **Pirámide:** es un poliedro que tienen una sola base formada por un polígono y caras triangulares que se juntan en un punto superior llamado cúspide.

Actividades

Actividad 1:

En una piscina como la de la figura, ¿cuánta agua cabe?



Actividad 2:

¿Cuál es el área total de un cubo de hormigón de 1 m de lado? ¿Y su volumen?

Actividad 3:

Un pivote como el de la figura tiene un diámetro de 20 cm.
¿Cuál será su volumen?



Imagen: Pivote. [INTEF](#)

Actividad 4:

Una apisonadora tiene un rodillo de 1,4 m de diámetro por 1,8 m de largo. ¿Qué superficie de tierra apisona cada vuelta que da el rodillo?

Actividad 5:

Queremos pintar una habitación rectangular, incluido el techo, de 4m de ancho, 5,5m de largo y 3m de altura. Cada bote a utilizar contiene pintura suficiente para 30 m^2 , ¿cuántos necesitaremos?

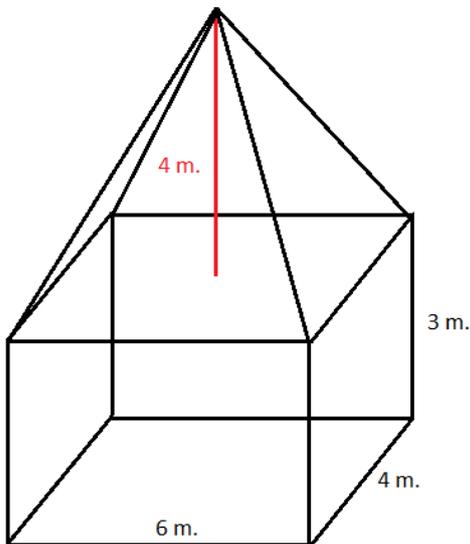
Actividad 6:

Un cubo y una esfera tienen el mismo volumen 125 m^3 , ¿tienen la misma superficie? Si hubiera que construir un depósito cúbico o esférico, con el mismo volumen, de qué forma se emplea menos material?

Actividad 7:

En la siguiente figura calcula:

- a) El volumen de la misma..
- b) La superficie lateral de toda la figura.



Actividad 8:

Un recipiente cúbico de 20 cm de arista está lleno de agua. Se introduce en él una bola de cristal de 10 cm de radio y luego se saca con cuidado. Calcula el volumen del agua que se ha derramado.

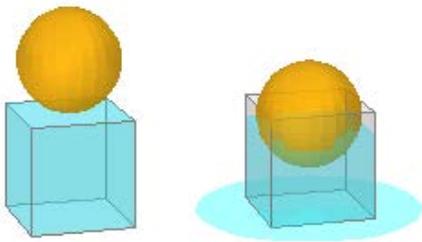
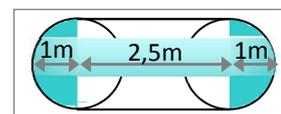


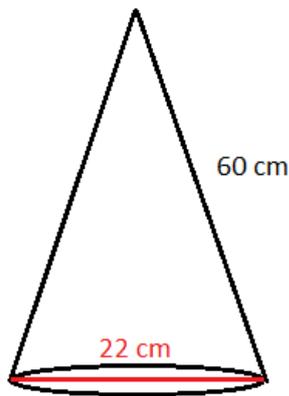
Imagen: Matemáticas y Tecnología. [Gobierno de Aragón](#)

Actividad 9:

Calcula en litros la capacidad máxima del depósito de la figura, formado por un cilindro y dos semiesferas.



Actividad 10:



En Semana Santa se suelen ver en las procesiones los tradicionales capuchones cuyas medidas son las que muestra la figura.

¿Cuántos metros cuadrados de cartón se llevará fabricar uno de ellos?

Soluciones a los practica

Practica 1

	Caras	Aristas	Vértices
Tetraedro	4	6	4
Cubo	6	12	8
Octaedro	8	12	6

Practica 2

Para hacer la caja con cartón necesitamos saber el área total. Fijámonos, vemos que todas sus caras son rectángulos cuya fórmula para calcular la superficie es $S = b \cdot a$

Cara1 $S = 35 \cdot 12 = 420 \text{ cm}^2$ Como son dos caras $420 \cdot 2 = 840 \text{ cm}^2$

Cara2 $S = 20 \cdot 12 = 240 \text{ cm}^2$ Como son dos caras $240 \cdot 2 = 480 \text{ cm}^2$

Cara3 $S = 35 \cdot 20 = 700 \text{ cm}^2$ Como son dos caras $700 \cdot 2 = 1400 \text{ cm}^2$

Sumamos todos los resultados: $S = 840 + 480 + 1400 = 2720 \text{ cm}^2 = 0,272 \text{ m}^2$

Practica 3

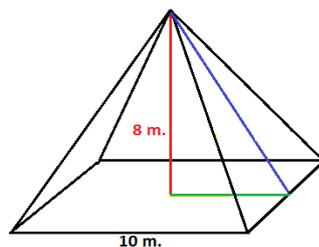
a)

Calculamos el volumen de la pirámide cuadrada cuya fórmula es:

$$V = \frac{\text{área base} \cdot \text{altura}}{3}$$
$$V = \frac{12 \cdot 12 \cdot 8}{3} = 384 \text{ cm}^3$$

$$V = 384 \text{ cm}^3$$

b) Para colocar pizarra en la cubierta lo que debemos calcular es el área lateral porque es donde iría colocada la pizarra. Vemos que tenemos cuatro triángulos, así que si calculamos la superficie de uno de ellos y la multiplicamos por cuatro, problema resuelto.



Para calcular la superficie de la cara triangular necesitamos conocer la base (10 m.) y la altura del triángulo (línea azul).

Si nos fijamos, vemos que se nos ha formado un triángulo rectángulo en el que conocemos un cateto (8 m.) y otro cateto (5 m.). Calculemos la hipotenusa mediante el teorema de Pitágoras.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$8^2 + 5^2 = c^2$$

$$64 + 25 = c^2$$

$$89 = c^2$$

$$c = \sqrt{89} = 9,4 \text{ m.}$$

Ahora que ya conocemos la longitud de la altura de la cara triangular, calculamos el área del triángulo:

$$S = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{10 \cdot 9,4}{2} = \frac{94}{2} = 47 \text{ m}^2$$

Como tenemos cuatro caras $47 \cdot 4 = 188 \text{ m}^2$

188m² de pizarra debemos colocar

Practica 4

a)



Calculemos el volumen de este bote sabiendo que el diámetro es 8 cm por lo que el radio = 4 cm. Altura = 6 cm.

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot h$$

$$V = 3,14 \cdot 4^2 \cdot 6$$

$$V = 301,44 \text{ cm}^3$$

b)

Ahora vamos a ponerle una etiqueta que rodeará a todo el bote. Estamos ante el área lateral de un cilindro.



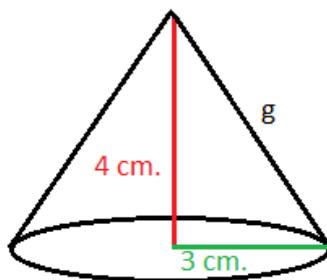
Esta sería la forma de la etiqueta, un rectángulo cuyas medidas están puestas en la imagen.

$$S = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

$$S = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 6$$

$$S = 150,72 \text{ cm}^2$$

c)



Calculemos el área total que es la suma del área lateral más el área de la base, un círculo.

$$\text{Área total} = \pi \cdot R \cdot g + \pi \cdot R^2$$

Primero debemos calcular la generatriz (g). Se nos ha formado un triángulo rectángulo, así que aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa en nuestro caso.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$c = \sqrt{25} = 5 \text{ cm.}$$

Conocida la generatriz $g = 5 \text{ cm}$. aplicamos la expresión del área total

$$\text{Área total} = 3,14 \cdot 3 \cdot 5 + 3,14 \cdot 3^2$$

$$\text{Área total} = 75,36 \text{ cm}^2$$

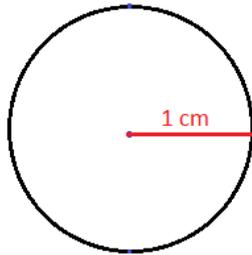
Pasemos a calcular el volumen para lo que usamos la expresión correspondiente.

$$V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{3,14 \cdot 3^2 \cdot 4}{3}$$

$$V = 37,68 \text{ cm}^3$$

d)



Tenemos que hallar el volumen de una esfera de diámetro 2 cm. por lo que $R = 1 \text{ cm}$.

$$\text{Volumen} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

$$\text{Volumen} = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 1^3$$

$$\text{Volumen} = 4,18 \text{ cm}^3$$

Bibliografía recomendada

- Gobierno de Aragón. *Matemáticas y Tecnología, módulo 4. Educación Secundaria para Personas Adultas*. España. Gobierno de Aragón. 2011. 126 p.
- Web: <http://recursostic.educacion.es/bancoimagenes/web/> INTEF (Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado).
- Web: <http://matematicasesomj.blogspot.com.es/p/segunda-evaluacion.html>