

ELABORACIÓN DE MATERIALES PARA CONOCIMIENTO DE MATEMÁTICAS II

Documento elaborado por:

- **María José Madruga Vicente**
- **Sonia Jiménez Melgar**
- **Victoriano de la Fuente Lozano**
- **Pilar Pastor Gago**
- **Daniel Benito Martín**
- **Julio Rodríguez Villa**



ÍNDICE:

UNIDAD DIDÁCTICA 1 y 2: NÚMEROS NATURALES. DIVISIBILIDAD. ENTEROS.....	3
FICHA 1: Números naturales	3
FICHA 2: Divisibilidad	7
FICHA 3: Números enteros.	11
UNIDAD DIDÁCTICA 3: NÚMEROS DECIMALES.....	15
FICHA 1: Los números decimales.....	15
FICHA 2: Fracción generatriz	19
FICHA 3: Sumas y restas de números decimales	21
FICHA 4: Multiplicación y división de números decimales	21

UNIDAD DIDÁCTICA 1 y 2: NÚMEROS NATURALES. DIVISIBILIDAD. ENTEROS

FICHA 1: Números naturales

Para leer o escribir números con varios dígitos en el sistema decimal de numeración, se deben hacer agrupamientos de tres en tres cifras, de derecha a izquierda.

CLASE	Billones						Millones						Millares					
Número												1	7	7	5	0	0	1
										2	3	7	8	5	2	1	0	4
								4	3	5	6	3	2	0	5	3	1	2
					8	6	0	7	2	2	2	1	4	5	0	6	6	
				5	6	2	0	4	5	3	2	0	6	4	5	8	8	8
		4	0	0	4	5	5	2	4	0	0	6	8	9	8	4	4	1
Nombre del orden	Centena de millar	Decena de millar	Unidad de millar	Centena	Decena	Unidad	Centena de millar	Decena de millar	Unidad de millar	Centena	Decena	Unidad	Centena de millar	Decena de millar	Unidad de millar	Centena	Decena	Unidad

1. Escribe cómo se leen los números que están en el cuadro anterior:

a) 1.775.001	→
b) 237.852.104	→
c) 43.563.205.312	→
d) 860.722.145.066	→
e) 562.045.320.645.888	→
f) 40.045.524.006.898.441	→

2. Escribe con cifras los siguientes números prestando atención a los ceros intermedios:

Siete mil trescientos cuarenta	→
Seis millones, cuatrocientos veinte mil	→
Doce millones trescientos cuarenta y tres mil	→
Ciento cincuenta y dos mil millones treinta y dos mil doscientos siete	→

3. Ordena los números utilizando los signos $<$, $>$, de mayor a menor los siguientes números:

3.030, 3.300, 33.000, 3.003, 30.300, 3.303

4. Realiza las siguientes operaciones:

$12.021 + 1.017 + 53 =$	$310.107 + 98.704 + 409 =$	$23.444 + 38.003 + 659 + 136 + 1 =$
$17.809 + (182.603 - 175.518) =$	$(403.002 - 86.772) + 8.237 =$	
$25'03 - (55'2 - 33'625) =$	$86'803 - (9'405' + 37'762) =$	

5. Realiza las siguientes operaciones:

$8.574 \times 43 =$	$7.802 \times 32 =$	9.407×605
$4.563 : 45 =$	$56.757 : 62 =$	$44.559 : 237 =$

6. Calcula el valor de las siguientes operaciones combinadas:

a) $28 \cdot 4 : 2 - 16 : 8 \cdot 9 =$
b) $17 - 3 \cdot 5 + 24 : 6 \cdot 8 =$
c) $(32 - 18) : (2 \cdot 7) =$
d) $45 : (5 + 4) + 2 \cdot (36 : 9 - 2) =$

$$e) 15 \cdot (18 : 6) - 24 : 3 + 1 =$$

$$f) 25 + 60 : 3 - 6 \cdot (3 + 11) : 7 + 3 : (2 - 1) =$$

$$g) 5 \cdot (7 - 3 + 14 - 10) (5 + 3) : 2 =$$

$$h) 32 - 10 \cdot 3 + 16 : (10 - 2) =$$

$$i) 27 : (17 - 2 \cdot 4) - 1 =$$

$$j) 24 : (12 - 54 : 9) + 3 \cdot (15 - 12 : 3) + 5 - 4 : 2 =$$

$$k) 98 - 38 : 19 + 4 \cdot 6 : 3 - 2 \cdot (56 : 7 + 2) =$$

UNIDAD DIDÁCTICA 1 y 2: NÚMEROS NATURALES. DIVISIBILIDAD. ENTEROS**FICHA 2: Divisibilidad**

El número b es divisor del número a si la división $a : b$ es exacta.

Ejemplos:

2 es divisor de 8 porque $8 : 2 = 4$

9 es divisor de 18 porque $18 : 9 = 2$

8 es divisor de 80 porque $80 : 8 = 10$

Los divisores de un número son finitos.

Ejemplo: $D(10) = \{1, 2, 5, 10\}$

1. Escribe todos los divisores de:

a. $D(12) =$

b. $D(25) =$

c. $D(40) =$

d. $D(54) =$

e. $D(77) =$

2. ¿Cuáles son los divisores comunes de 12 y 18?

a. $D(12) =$

b. $D(18) =$

3. Responde a las siguientes preguntas razonando la respuesta.

a. ¿Es 5 divisor de 75?

b. ¿Es 4 divisor de 26?

c. ¿Es 7 divisor de 371?

4. Indica cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas:

a. 4 es divisor de 62

b. 24 es múltiplo de 6 y de 8

c. 35 no es múltiplo de 5

d. 7 es divisor de 112

REPASO: Criterios de divisibilidad

- Un número es divisible entre 2 (es múltiplo de 2) si termina en cifra par: 0, 2, 4, 6, 8.
- Un número es divisible entre 3 (es múltiplo de 3) si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
- Un número es divisible entre 5 (es múltiplo de 5) si termina en 0 o en 5.
- Un número es divisible entre 11 (es múltiplo de 11) si la suma de las cifras de lugar par menos la suma de las cifras de lugar impar es 0 o un múltiplo de 11.

5. Aplica los criterios de divisibilidad para rellenar la siguiente tabla:

DIVISIBLE ENTRE	2	3	5	11
375				
990				
1848				
12300				
14240				

6. Descompón en factores primos los siguientes números:

72 =	36 =	232 =	100 =	294 =
540 =	888 =	900 =	2.205 =	3.850 =

REPASO:

El mínimo común múltiplo de varios números es el menor de sus múltiplos comunes distintos de cero.

De forma abreviada se escribe m.c.m.

REGLA PRÁCTICA PARA CALCULAR EL M.C.M.:

Descomponemos en factores primos cada número.

El mínimo común múltiplo es igual al producto de los factores primos, comunes y no comunes, elevados al mayor exponente.

7. Halla el mínimo común múltiplo de los números que se indican:

24 y 32	14 y 21
9, 12 y 18	27, 36 y 63
10, 100 y 50	33, 77 y 121

REPASO: El máximo común divisor de varios números es el mayor de sus divisores comunes. De forma abreviada se escribe m.c.d.

REGLA PRÁCTICA PARA CALCULAR EL M.C.D.:

Descomponemos en factores primos cada número.

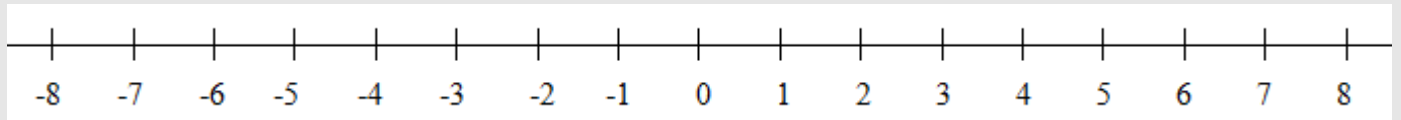
El máximo común divisor es igual al producto de los factores primos comunes, elevados al menor exponente.

8. Halla el máximo común divisor de los números que se indican:

24 y 32	14 y 21
20, 35 y 45	4, 10 y 20
10, 15 y 25	300, 360 y 420

UNIDAD DIDÁCTICA 1 y 2: NÚMEROS NATURALES. DIVISIBILIDAD. ENTEROS**FICHA 3: Números enteros.**

El conjunto Z de los números enteros está formado por el cero “0”, los números naturales (1, 2, 3, 4, ...), y sus opuestos (- 1, - 2, - 3, - 4, ...)



El valor absoluto de un número es el número que resulta al quitarle el signo:

$$|+ a| = a \quad |- a| = a$$

El opuesto de un número entero es otro número entero con el mismo valor absoluto pero de signo contrario:

El opuesto de (- 3) → +3

El opuesto de (+5) → - 5

Ordenación de números enteros:

- Todo número negativo es menor que cero: $- 5 < 0$
- Todo número positivo es mayor que cero: $5 > 0$

1. Completa:

$$|- 6| =$$

$$|+6| =$$

$$|- 2| =$$

$$|+9| =$$

$$|- 11| =$$

$$|+10| =$$

2. Completa:

a) Opuesto de (- 11) =

b) Opuesto de (+16) =

c) Opuesto de(+12) =

d) Opuest6o de (- 21) =

3. Representa en la recta y ordena de mayor a menor:

$$- 7, +4, - 1, +7, +6, - 4, - 5, +3, - 11$$

4. Ordena de menor a mayor:

a. $+5, -3, -7, 0, 1, +6, -12, -5$

b. $-6, -3, -9, 0, -1, -5, -12, -4, 3$

5. Realiza las siguientes operaciones:

a. $3 \cdot [8 + 1 - (14 - 8)] + (10 - 2) - (35 + 14) : 7 =$

b. $[(5 - 1) : (7 - 1 - 7)] - (3 - 5) : (7 - 9) =$

c. $2 - [3 - (2 - 5) \cdot 3 + 2 \cdot (1 - 3) \cdot (-2)] + 5 =$

d. $4 - 5 \cdot \{2 - 3 \cdot [-4 + 2 \cdot (5 - 4) \cdot (-1)] \cdot (-1)\} \cdot (-1) =$

$$\mathbf{e.} \quad 8 - [4 + (2 - 5) \cdot 2 - 6 \cdot 3 + (6 - 2)] \cdot (-1) + 5 \cdot (-3 - 2) =$$

$$\mathbf{f.} \quad 1 - \{2 - [3 \cdot (4 - 5) \cdot 2 - 3] \cdot 2\} \cdot (-2) =$$

$$\mathbf{g.} \quad 2 \cdot \{2 \cdot [-2 \cdot (-5 + 4) \cdot 2] + 1\} \cdot (-2) =$$

$$\mathbf{h.} \quad 6 - 4 \cdot [3 - (-1 - 2) - 3 \cdot 2 \cdot (-2) \cdot 4] + (-1) \cdot \{5 - [(-1 + 4) : 3 + 7 \cdot (-2)]\} =$$

REPASO: Potencia de un número entero.

Al elevar un número negativo a una potencia:

- Si el exponente es par, el resultado es positivo: $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$
- Si el exponente es impar, el resultado es negativo: $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$

IMPORTANTE: No debes confundir estas expresiones: $(-3)^2$ y -3^2 pues:

- $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$
- $-3^2 = -(3 \cdot 3) = -9$

REPASO: La raíz de un número negativo dependerá de la paridad del índice. Así:

- Si el índice es impar, la raíz existe: $\sqrt[3]{-27} = -3$, $\sqrt[5]{-3125} = -5$
- Si el índice es par, la raíz no existe: $\sqrt{-9}$ no existe

6. Escribe como una única potencia:

a. $(-2)^5 \cdot (+5)^5 =$

c. $(-6)^4 : (+3)^4 =$

e. $(-15)^4 : (-5)^4 =$

g. $(+3)^3 \cdot (+3) =$

i. $(-5)^{14} : (-5)^{11} =$

j. $[(-6)^8 : (-6)^4] : (-3)^4 =$

k. $[(-2)^2 \cdot (-2)^4] : (-2)^6 =$

l. $(-3)^4 : [(-15)^6 : (-5)^2] =$

b. $(+4)^3 \cdot (-5)^3 =$

d. $(-5)^{11} : (+5)^{11} =$

f. $(-2)^2 \cdot (-2)^3 =$

h. $(-6)^9 : (-6)^7 =$

7. Calcula, si existe:

a. $\sqrt{(+1)} =$

b. $\sqrt{(-1)} =$

c. $\sqrt{(+4)} =$

d. $\sqrt{(-4)} =$

e. $\sqrt{(+36)} =$

f. $\sqrt{(-49)} =$

g. $\sqrt{(+64)} =$

h. $\sqrt{(-81)} =$

i. $\sqrt{(+100)} =$

UNIDAD DIDÁCTICA 3: NÚMEROS DECIMALES**FICHA 1: Los números decimales**

Centenas	Decenas	Unidades ,	Décima	Centésimas	Milésimas	Diezmilésimas
C	D	U ,	d	c	m	dm
1	8	6 ,	1	0	7	5
	5	2 ,	2	1	0	2
		7 ,	0	2		

186,1075: ciento ochenta y seis unidades, mil setenta y cinco diezmilésimas

52,2102: cincuenta y dos unidades, dos mil ciento dos diezmilésimas

7,02: siete unidades y dos centésimas

1. Completa el siguiente cuadro:

	Centena	Decena	Unidad	Décima	Centésima	Milésima
12'08						
0'125						
25'19						
5'028						
6'7						

2. Escribe con cifras las siguientes cantidades:

Dos unidades y 8 centésimas →

Doce unidades y 18 milésimas →

Cincuenta y tres diezmilésimas →

Quinientas seis unidades y veintiuna centésimas →

Setenta y una unidades, veintidós milésimas →

Treinta y dos unidades y tres décimas →

Siete centésimas →

3. Escribe cómo se leen las siguientes cantidades:

15'024 →

45'2 →

0'025 →

15'26 →

0'235 →

21'021 →

Números decimales: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Racionales (se pueden escribir como fracción)} \\ \text{Irracionales (no se pueden escribir como fracción)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{EXACTOS} \\ \text{PERIÓDICOS} \end{array}$

Descripción:

- **Decimal exacto:** son los que tienen un número finito de cifras decimales.
Ejemplo: 3'442.
- **Decimal periódico:** Tiene un número infinito de cifras decimales pero con una estructura periódica, que se repite infinitamente, denominada periodo. Se clasifican a la vez en:
 - **Periódico Puro:** Toda la parte decimal forma parte del periodo.
Ejemplo: $3,141414141\dots = 3\overline{14}$ es periódico puro. Su periodo es 14.
 - **Periódico Mixto:** Una parte de la parte decimal no está en el periodo. A esta parte se la llama "anteperíodo".
Ejemplo, $7\overline{32571}$ es periódico mixto. Su anteperíodo es 32 y su periodo es 571.
- **Decimal no periódico con infinitas cifras decimales:** son los que tienen infinitos decimales sin ninguna estructura periódica.
Ejemplo: $\sqrt{2} = 1'41421356\dots$

4. Clasifica los siguientes números decimales:

	RACIONALES			IRRACIONALES
	DECIMALES EXACTOS	DECIMALES PERIÓDICOS		
		PUROS	MIXTOS	
3'71				
0'0525252...				
1'001001001...				
$\sqrt{3}$				
5'407				
π				
4'12525252...				
12'17				

$\sqrt{7}$				
3'01				
3'2121121112...				
8'7644444...				
5'99				
1'1424242...				
0'999999...				

¡OJO! El último tiene truco...

5. Expresa en forma decimal las siguientes fracciones, indicando de qué tipo es el número obtenido:

$$\frac{18}{5} =$$

$$\frac{13}{9} =$$

$$\frac{23}{15} =$$

$$\frac{10}{27} =$$

$$\frac{5}{7} =$$

$$\frac{35}{6} =$$

$$\frac{441}{63} =$$

$$\frac{23}{11} =$$

$$\frac{28}{56} =$$

$$\frac{13}{12} =$$

$$\frac{50}{7} =$$

$$\frac{2}{3} =$$

IMPORTANTE:

Debemos tener en cuenta una propiedad muy importante de los números decimales: Siempre, entre dos números decimales, hay infinitos números decimales:

6. Escribe tres números entre cada casilla:

2'3 < < < < 2'4 0'57 < < < < 0'58

6'1 < < < < 2'2 1'25 < < < < 1'26

8'02 < < < < 8'03 5'7 < < < < 5'71

7. Ordena de menos a mayor: 0'01, 0'008, 0'0098, 0'011, 0'015

8. Ordena de menor a mayor: 21'09, 21'1, 21'7, 21'65, 21'06, 21'20, 21'649

9. Ordena de menor a mayor: -5'21, -5'09, 5'04, 5'51, -5'088, 5'409, 5'6

UNIDAD DIDÁCTICA 3: NÚMEROS DECIMALES**FICHA 2: Fracción generatriz**

Hemos dicho que, tanto los decimales exactos como los periódicos, son números racionales, esto es, se pueden expresar en forma de fracción. Pues bien, la fracción de la cual “procede” un número decimal es su fracción generatriz (genera el número decimal).

Para calcular la fracción generatriz, procedemos de la siguiente forma:

- **Si es un número decimal exacto:**

$$FG = \frac{\text{Nº completo}}{\text{La unidad seguida de tan tos "0" como cifras decimales hay}}$$

Ejemplo: $3,71 = \frac{371}{100}$

- **Si es un número periódico:**

$$FG = \frac{\text{Nº completo} - \text{Parte que no está en el periodo}}{\text{Tantos "9" como cifras hay en el periodo y tan tos "0" como cifras hay en el anteperiodo}}$$

Ejemplos: $3,717171\dots = \frac{371-3}{99} = \frac{368}{99}$ $2,425252525\dots = \frac{2425-24}{990} = \frac{2421}{990}$

1. Calcula la fracción generatriz de los siguientes números decimales exactos:

$4,83 =$

$0,221 =$

$74,056 =$

$98,12 =$

$467,4 =$

$86,741 =$

$125,56 =$

$0,521 =$

$7,772 =$

$1,95 =$

$10,022 =$

$0,5662 =$

2. Calcula la fracción generatriz de los siguientes números decimales periódicos puros:

$4,\overline{83} =$

$0,\overline{221} =$

$74,\overline{056} =$

$98,\overline{12} =$

$467,\overline{4} =$

$86,\overline{741} =$

$125,\overline{56} =$

$0,\overline{521} =$

$7,\overline{772} =$

$1,\overline{95} =$

$10,\overline{022} =$

$0,\overline{5662} =$

3. Calcula la fracción generatriz de los siguientes números decimales periódicos mixtos:

$$4'8\bar{3} =$$

$$0'2\bar{2}1 =$$

$$74'0\bar{5}6 =$$

$$98'1\bar{2} =$$

$$467'14\bar{7}4 =$$

$$86'7\bar{4}1 =$$

$$3'07\bar{0}5 =$$

$$125'5\bar{6} =$$

$$0'5\bar{2}1 =$$

$$1'9\bar{5} =$$

$$10'0\bar{2}2 =$$

$$0'5\bar{6}6\bar{2} =$$

4. Halla la fracción generatriz de los siguientes números:

$$5'25 =$$

$$3'5\bar{4} =$$

$$3'5\bar{4} =$$

$$25'7 =$$

$$1'0\bar{5}3 =$$

$$0'1\bar{1}6 =$$

$$7'471 =$$

$$2'0\bar{8} =$$

$$65'81 =$$

$$14'1\bar{5}6 =$$

$$13'88\bar{6}5 =$$

$$5'021 =$$

$$65'8\bar{1} =$$

$$7'47\bar{2} =$$

$$0'\bar{9} =$$

5. Relaciona cada número decimal con su fracción generatriz:

$$3'5$$

$$15'2\bar{4}$$

$$110'9\bar{1}4$$

$$3'\bar{5}$$

$$12'4\bar{1}5$$

$$26'1\bar{3}8$$

$$\frac{32}{9}$$

$$\frac{23525}{900}$$

$$\frac{4097}{330}$$

$$\frac{10904}{999}$$

$$\frac{35}{10}$$

$$\frac{503}{33}$$

UNIDAD DIDÁCTICA 3: NÚMEROS DECIMALES**FICHA 3: Sumas y restas de números decimales**

1. Realiza las siguientes operaciones de números decimales:

$57'451 + 41'62 =$

$19'2 + 6'226 =$

$26'9 - 21'174 =$

$11'95 - 13'5 =$

$241'9 + 81'052 + 49'07 =$

$33'74 + 11'551 + 14'5 =$

$97'05 - (12'912 + 5'483 - 5'58) =$

$45'06 - (1'85 - 7'312 + 1'505) =$

UNIDAD DIDÁCTICA 3: NÚMEROS DECIMALES**FICHA 4: Multiplicación y división de números decimales**

1. Calcula las siguientes multiplicaciones por la unidad seguida de ceros:

$3'21 \cdot 10 =$

$0'43 \cdot 100 =$

$41'03 \cdot 100 =$

$7'02 \cdot 10 =$

$0'227 \cdot 10 =$

$22'2 \cdot 1000 =$

$31'21 \cdot 100 =$

$0'57 \cdot 1000 =$

$7'016 \cdot 10000 =$

$13'71 \cdot 10 =$

$0'13 \cdot 100 =$

$0'008 \cdot 10 =$

$0'12 \cdot 100 =$

$6'54 \cdot 1000 =$

$4'56 \cdot 100 =$

2. Calcula:

$542'7 \cdot 2'23 =$

$705'3 \cdot 6'5 =$

$5'277 \cdot 22,5 =$

$13'81 \cdot 4,31 =$

3. Calcula las siguientes divisiones hasta obtener de resto 0:

$42'7 : 5$

$87'5 : 7$

$16'89 : 3$

$36'45 : 9$

$327 : 5'2$

$87'5 : 7'03$

$1689 : 3'7$

$36'45 : 9'4$

$32'4 : 6'52$

$7'15 : 5'4$

$17'8 : 0'27$

$937'8 : 3'41$

4. Calcula las siguientes divisiones por la unidad seguida de ceros:

$3'21 : 10 =$

$0'43 : 100 =$

$41'03 : 100 =$

$7'02 : 10 =$

$0'227 : 10 =$

$22'2 : 1000 =$

$31'21 : 100 =$

$0'57 : 1000 =$

$7'016 : 10000 =$

$13'71 : 10 =$

$0'13 : 100 =$

$0'008 : 10 =$