

# PROBLEMAS CON LOS PROBLEMAS: DE RESOLVER SIN RAZONAR, A RAZONAR PARA APRENDER



**Santiago Vicente Martín.**

Universidad de Salamanca.

Dpto. Psicología Evolutiva y de la Educación.

Facultad de Educación

# Objetivo general del curso

---

Justificar la necesidad de desarrollar un **criterio** más que ejecutar un **método** concreto, y comenzar a desarrollar ese criterio

# Objetivos del curso

1.- Comprender la necesidad de enseñar a los alumnos a resolver problemas a través del razonamiento.

2.- Tomar conciencia del modo de resolver problemas que se promueve cuando se implementan los libros de texto más utilizados en las aulas.

Sesión 1

3.- Conocer los diferentes tipos de problemas de estructura aditiva y multiplicativa, y las posibilidades que ofrecen para promover el razonamiento.

4.- Aprender a utilizar las ayudas al razonamiento más efectivas y más frecuentes, en los métodos de aprendizaje más efectivos.

Sesiones  
2 y 3

# Organización de las sesiones

---

- 4 de marzo: Justificación y planteamiento general
- 10 de marzo: problemas de estructura aditiva. Ayudas
- 11 de marzo: problemas de estructura multiplicativa y otros tipos de problemas. Ayudas  
Conclusiones del curso

# Objetivos de la primera sesión

---

- Recabar indicios de las dificultades de los alumnos a la hora de resolver problemas
- Hacer un breve recorrido por los principales conocimientos que un alumno debe desarrollar
- Comprender las limitaciones de los libros de texto actuales

# Objetivos de la primera sesión

---

- Recabar indicios de las dificultades de los alumnos a la hora de resolver problemas
- Hacer un breve recorrido por los principales conocimientos que un alumno debe desarrollar
- Comprender las limitaciones de los libros de texto actuales



# ¿Tenemos un problema?: PISA 2018

---

## ¿QUÉ ES LA COMPETENCIA MATEMÁTICA?

Según el Informe PISA, la competencia matemática debe “ayudar a los individuos a reconocer el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo y a formular juicios y tomar decisiones fundamentadas imprescindibles para llegar a ser ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos”

(OCDE, 2019)

# ¿Tenemos un problema?: PISA 2018



## ELENA, LA CICLISTA



Elena acaba de comprar una nueva bicicleta con un velocímetro situado en el manillar.

El velocímetro le indica a Elena la distancia que recorre y la velocidad media del trayecto.

### Pregunta 1

PM957Q01

Durante un trayecto, Elena hizo 4 km durante los 10 primeros minutos y luego 2 km durante los 5 minutos siguientes.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es la correcta?

- A La velocidad media de Elena fue mayor durante los 10 primeros minutos que durante los 5 minutos siguientes.
- B La velocidad media de Elena fue la misma durante los 10 primeros minutos que durante los 5 minutos siguientes.
- C La velocidad media de Elena fue menor durante los 10 primeros minutos que durante los 5 minutos siguientes.
- D No se puede decir nada sobre la velocidad media de Elena a partir de la información facilitada.

### Pregunta 2

PM957Q02

Elena recorrió 6 km hasta la casa de su tía. El velocímetro marcó una velocidad media de 18 km/h para todo el trayecto.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es la correcta?

- A A Elena le llevó 20 minutos llegar a casa de su tía.
- B A Elena le llevó 30 minutos llegar a casa de su tía.
- C A Elena le llevó 3 horas llegar a casa de su tía.
- D No se puede decir cuánto tiempo le llevó a Elena llegar a casa de su tía.

### Pregunta 3:

PM957Q03

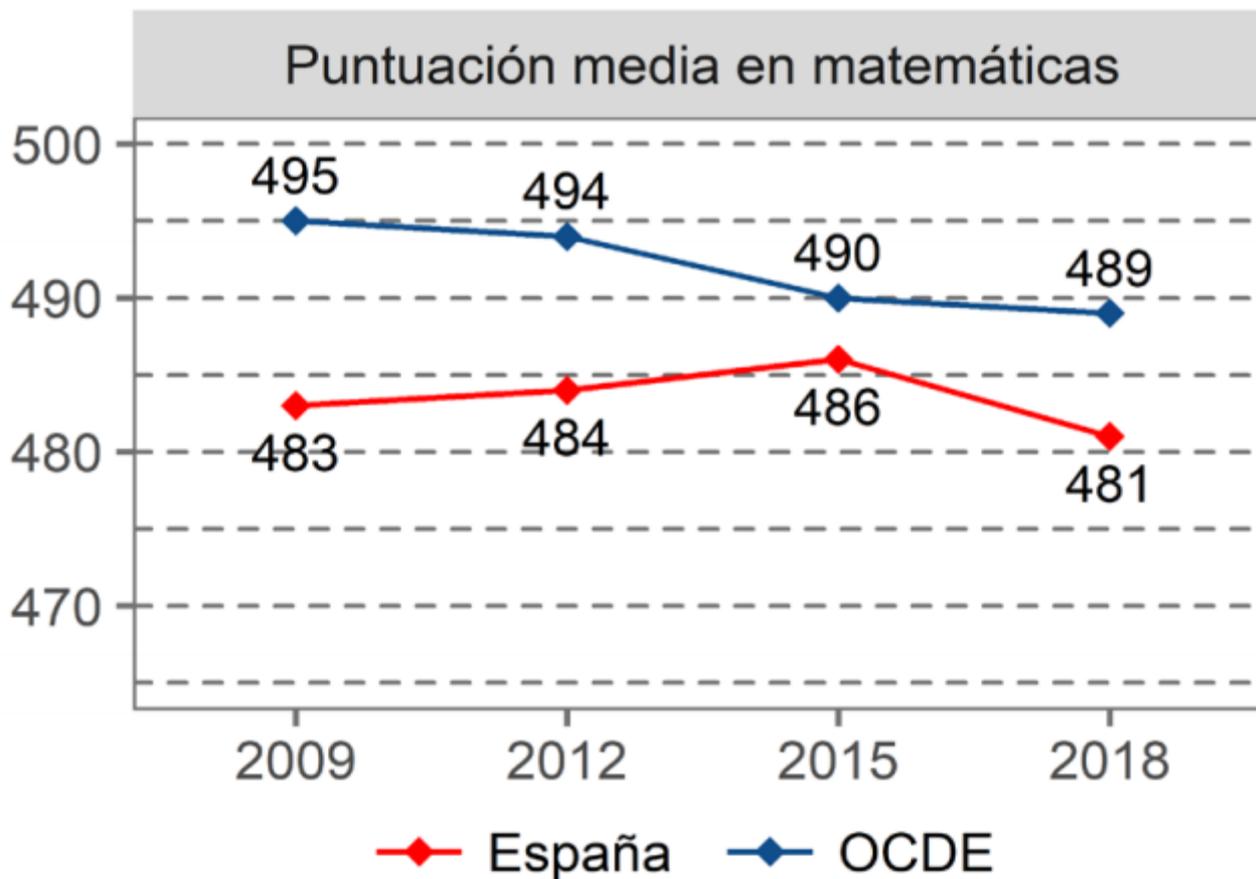
-019

Elena fue en bicicleta desde su casa al río, que está a 4 km. Le llevó 9 minutos. Volvió a casa por una ruta más corta de 3 km, que solo le llevó 6 minutos.

¿Cuál fue la velocidad media de Elena, en km/h, en su trayecto de ida y vuelta al río?

Velocidad media del trayecto: ..... km/h

# ¿Tenemos un problema?: PISA 2018



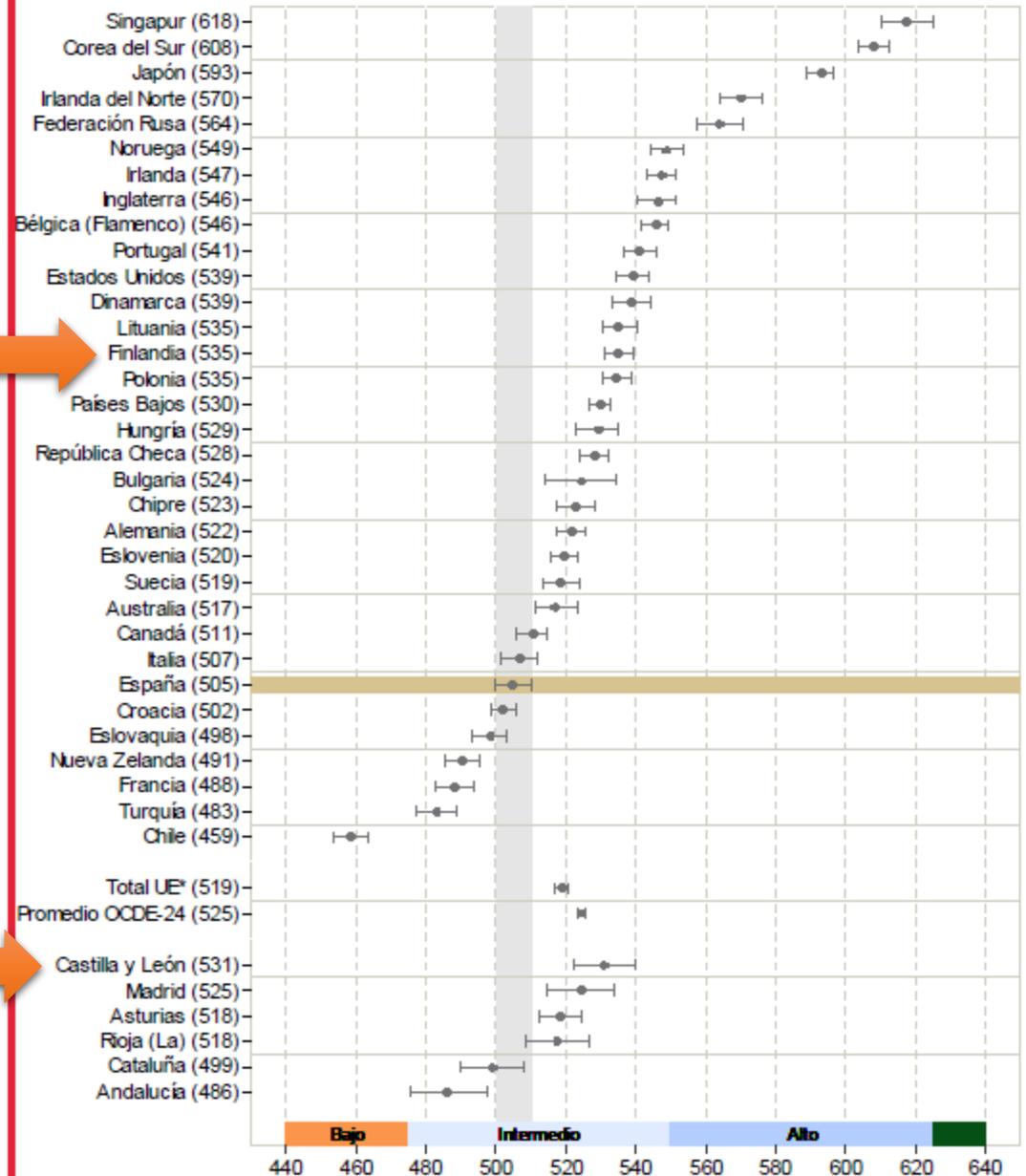
# ¿Tenemos un problema?: PISA 2018

*Cuadro 2.1. Países/economías cuya puntuación media NO es significativamente diferente de la del país de referencia en matemáticas, ordenados por puntuación*

Media	País o Región	Países y regiones cuya puntuación media en matemáticas no es significativamente distinta de la del país o región de referencia
591	<b>BSJZ (China)</b>	
569	<b>Singapur</b>	
558	<b>Macao (China)</b>	Hong Kong (China)
551	<b>Hong Kong (China)</b>	Macao (China)
502	<b>Castilla y León</b>	Francia, Canadá, Dinamarca, Irlanda, Eslovenia, Noruega, Alemania, Austria, República Checa, Islandia, Suecia, Letonia, Nueva Zelanda, Bélgica, <b>Finlandia</b> , Portugal, Reino Unido, Aragón, Asturias, País Vasco, Cantabria, Galicia, La Rioja, Navarra
481	<b>España</b>	Federación Rusa, Italia, República Eslovaca, Luxemburgo, Lituania, Hungría, Estados Unidos, Asturias, Illes Balears, La Rioja, Castilla-La Mancha, C. Valenciana, Extremadura, Comunidad de Madrid, Región de Murcia

# ¿Tenemos un TIMSS 2015

Figura 2.1 Promedios globales en Matemáticas (TIMSS)



### Acceso privado

Usuario   
 Contraseña

[Darse de alta](#) [Olvidé mis datos](#)

## Enlaces Directos



### Información para Usuarios

Tutoriales de ayuda para los usuarios del Portal.



### Noticias

Todas las Noticias y Novedades del Portal. Disponible suscripción mediante RSS.



### Becas, Ayudas y Subvenciones

Toda la información de becas de la Junta de Castilla y León.



### Calendario Escolar

Para centros docentes no universitarios de Castilla y León.



- > EDUCACYL
- > ALUMNADO
- > PROFESORADO
- > FAMILIAS
- > UNIVERSIDADES

[Inicio](#) > [Temas](#) > [Calidad y Evaluación](#) > [PISA en Castilla y León](#) > [PISA 2015](#)

## PISA 2015

El martes 6, de diciembre se han hecho públicos los resultados de PISA 2015. Castilla y León obtiene los mejores resultados de España, y se sitúa entre los mejores sistemas educativos del mundo.

Se puede encontrar más información sobre el estudio en la página web del Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (INEE)

Imprimir

Enviar a Twitter

### Ficheros disponibles

- |   |            |      |
|---|------------|------|
| <a href="#">1-Avance de resultados PISA 2015 CASTILLA Y LEÓN; Avance de resultados de Castilla y León</a> | 32 páginas | 1 MB |
| <a href="#">2-Presentación de resultados de Castilla y León; PISA 2015</a>                                | 46 páginas | 6 MB |

## Menú

### Temas

Elija una opción

### Información

Elija una opción

**DIRECCIONES  
PROVINCIALES**



**DIRECTORIO  
CENTROS**



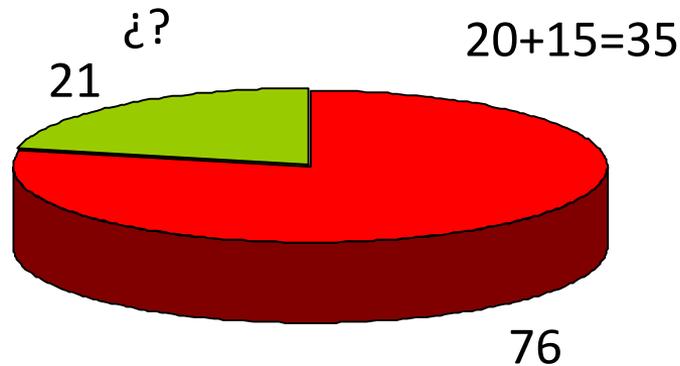
**CONSEJO**



# ¿Tenemos o no tenemos un problema?

IREM de Grenoble (1980): estudio con  
97 niños de 7 a 9 años

“En un barco hay 20 cabras y 15 vacas. ¿Cuál es la edad del capitán?”



# ¿Tenemos o no tenemos un problema?

---



# Objetivos de la primera sesión

---

- Recabar indicios de las dificultades de los alumnos a la hora de resolver problemas
- Hacer un breve recorrido por los principales conocimientos que un alumno debe desarrollar
- Comprender las limitaciones de los libros de texto actuales

# Matemáticas y problemas aritméticos en el aula

Qué necesitan  
aprender y qué  
pueden estar  
aprendiendo.



# Qué deben aprender: Sentido numérico

---

Comprensión general que tiene una persona sobre los números y operaciones; flexibilidad para emitir juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles para resolver problemas complejos

# Qué deben aprender: Sentido numérico

---

- Cálculo mental,
- Estimación del tamaño relativo de los números y del resultado de operaciones con los números,
- Reconocimiento de las relaciones parte-todo
- Conceptos de valor posicional
- Resolución de problemas

NCTM, 1989

# Punto de partida. ABN: más que un método para calcular

Aprendizaje Basado en Números: el significado es la clave



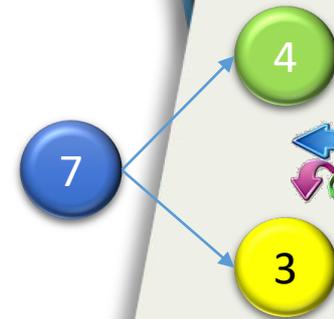
# Cómo (1): Conocimientos conceptuales

## Conteo:

- Principios de conteo
- Niveles de secuencia numérica
- Conmutatividad de la suma

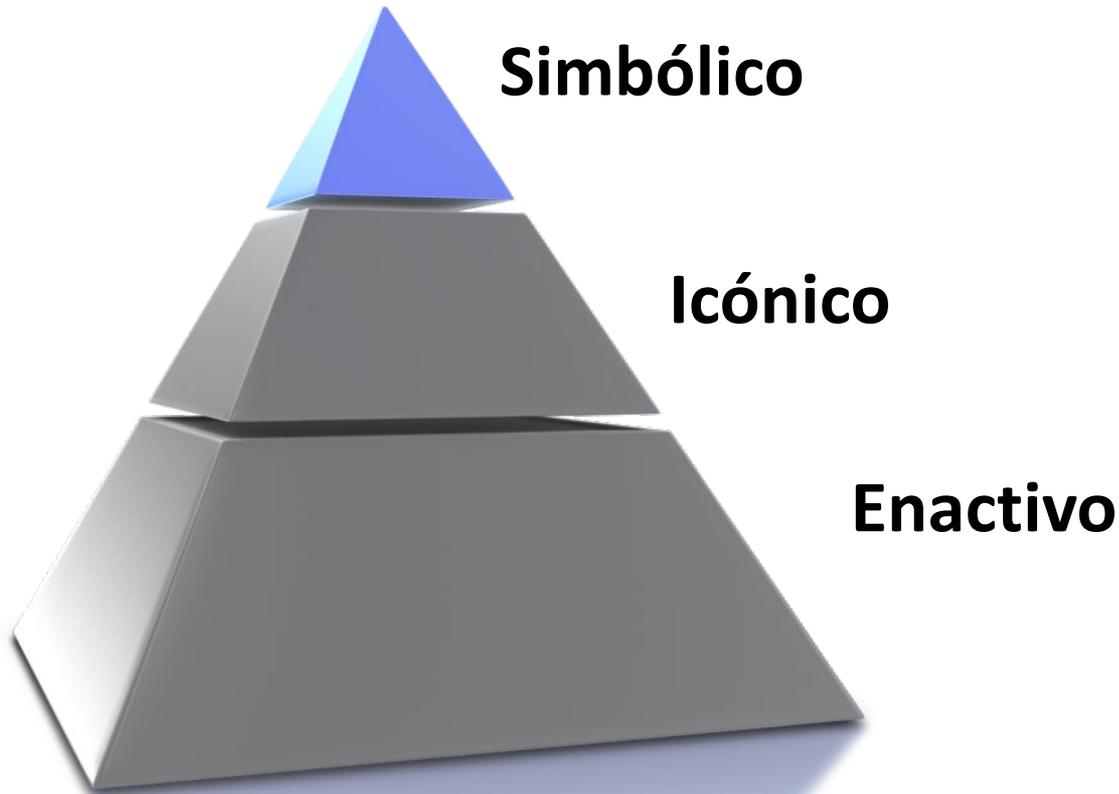
## Cálculo

- **Composición aditiva:**  $5 + 8 = 5 + (5 + 3) = 10 + 3 = 13$
- Valor posicional
- Reversibilidad suma-resta:  $5 + 3 = 8$ ;  $8 - 5 = \text{¿?}$
- Compensación:  $11 + 9 = (10 - 1) + (9 + 1)$
- Covarianza:  $11 + 9 = 10 + 9 = 19$  y como 10 es uno menos que 11, la respuesta es 20



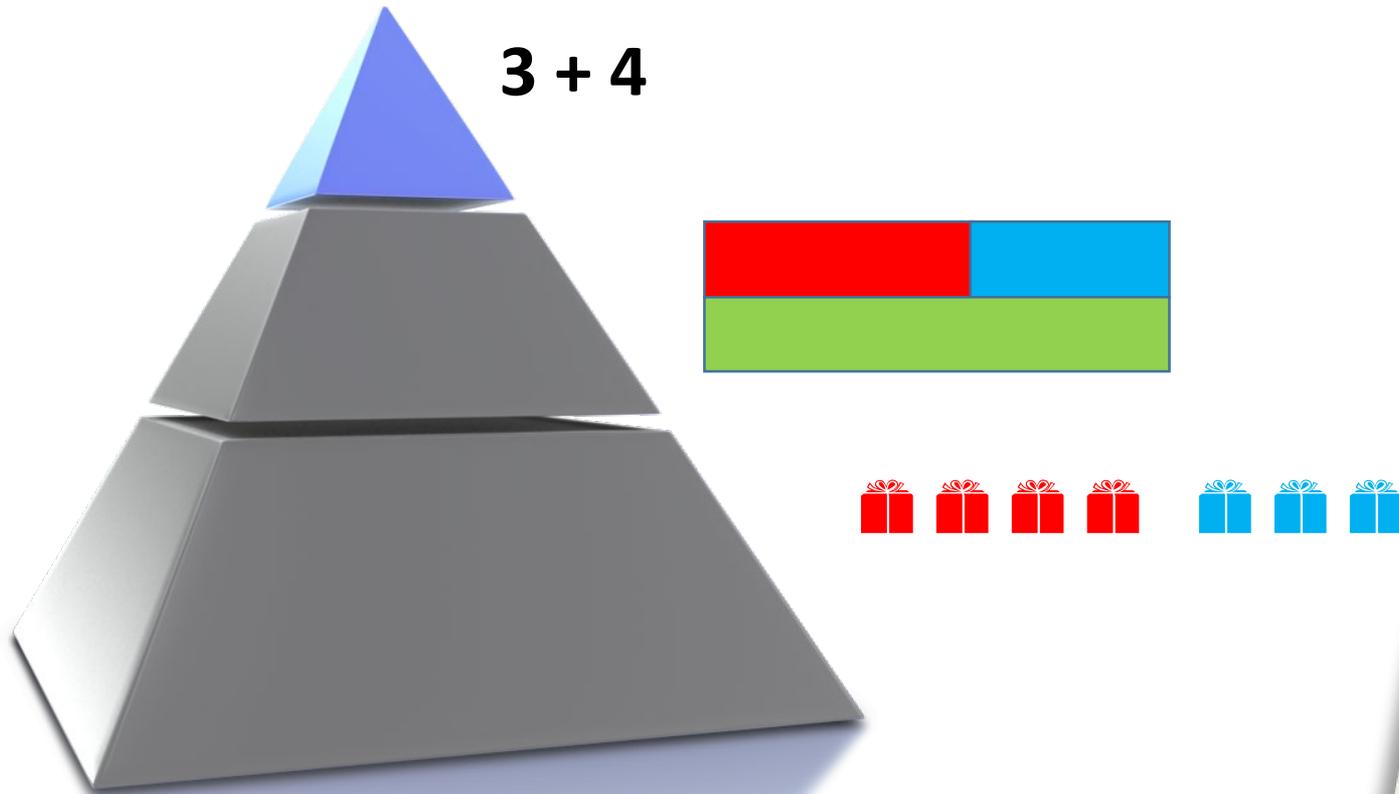
# Cómo (2): Niveles representacionales

---



**Niveles representacionales  
(Bruner, 1964)**

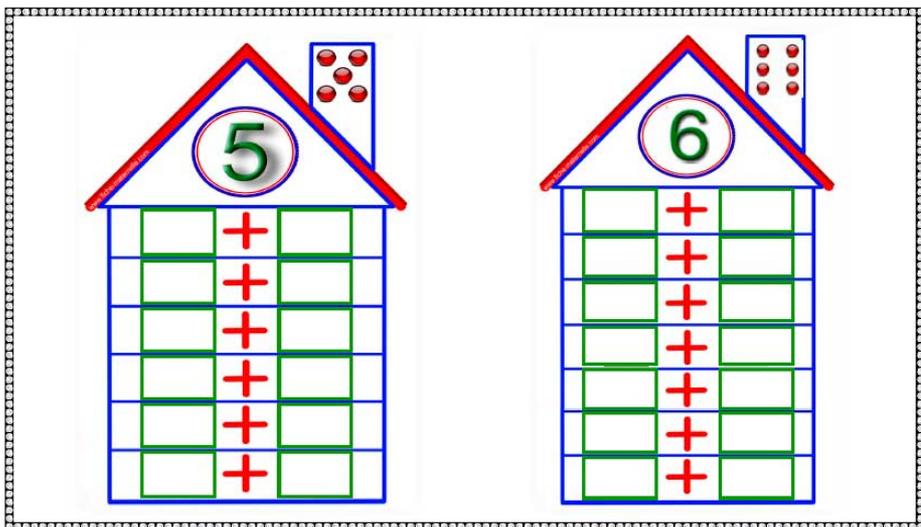
# Cómo (2): Niveles representacionales



**Niveles representacionales  
(Bruner, 1964)**

# Punto de partida. ABN: más que un método para calcular

Aprendizaje Basado en Números: el significado es la clave



**abn** Nombre: \_\_\_\_\_  
Todos los nombres y personajes mostrados en este página son copyright de sus respectivos propietarios. Su uso es solo educativo personal y sin fines de lucro.

para peques **Los amigos del 10... (1)**

¿Sabes quiénes son? Son todos los números que al sumarlos su resultado es 10. Observa el ejemplo y luego con ayuda de los palillos resuelve las sumas.

Vg.    
 $5+5=10$

$2+8=$       $7+3=$

$6+4=$       $9+1=$

$10+0=$       $4+6=$

© 123RF **9**

# Punto de partida. ABN: más que un método para calcular

Aprendizaje Basado en Números: el significado es la clave



Ejemplo



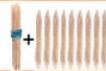
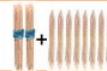
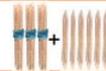
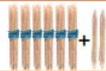
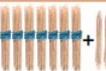
 $= 11$ 

 $10+1=11$ 

 $+ \img alt="3 ten sticks and 3 unit sticks" data-bbox="465 445 515 495"/>
 $= 43$ 

 $3+40=43$$

 Ahora lo haces tú.

 $= 19$	 $=$	 $=$
$10 + 9 = 19$	$+ =$	$+ =$
 $=$	 $=$	 $=$
$+ =$	$+ =$	$+ =$
 $=$	 $=$	 $=$
$+ =$	$+ =$	$+ =$

 $=$	 $=$	 $=$
$9 + 90 = 99$	$+ =$	$+ =$

# Punto de partida. ABN: más que un método para calcular

Aprendizaje Basado en Números: el significado es la clave

+ Vamos a hacer restas con la ayuda de la tabla del 100 y de la recta numérica. Otro ejemplo:  $92 - 37 =$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1. Sitúate en el 92. Cuenta 30 hacia atrás. Es dar tres saltos. Hazlo también en la recta numérica.

Llegas al número 62.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. Ahora cuenta hacia atrás 7 números. Llegas al 55. Ese es el resultado:

$$92 - 37 = 55$$



+ Ahora tú.

# Punto de partida. ABN: ¿más que un método para calcular?



 ¡Vamos a sumar!

 Hay que hacer la suma  $68+24$ .

Ejemplo  
 $68 + 24$



## EJEMPLO 1

Paso 1 → Paso 2 → Paso 3 → Paso 4

	68	+24
10	78	14

	68	+24
10	78	14
10	88	4

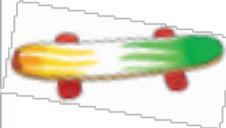
	68	+24
10	78	14
10	88	4
2	90	2

	68	+24
10	78	14
10	88	4
2	90	2
2	92	0

# Punto de partida. ABN: ¿más que un método para calcular?



## + Resolvemos problemas

				
67 €	18 €	53 €	29 €	27 €

## + ¿Cuánto te cuestan dos de estos juguetes?

Móvil + Peluche = ____ €	Peluche + Tabla = ____ €	Tabla + Balón = ____ €																																				
<table border="1"><tbody><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></tbody></table>													<table border="1"><tbody><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></tbody></table>													<table border="1"><tbody><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></tbody></table>												

# Punto de partida. ABN: ¿más que un método para calcular?

## + Problemas de sumar

+ Resuelve los problemas de sumar. Colorea la parte que falta.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Nos hemos comido 48 bombones, y aún nos quedan 22. ¿Cuántos bombones tenía la caja?

SOLUCIÓN:  
La caja tenía \_\_\_\_\_ bombones.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Me han comprado ropa. Se han gastado 64€, y aún les quedan 23€. ¿Cuánto dinero tenían antes de comprarme nada?

SOLUCIÓN:  
Tenían \_\_\_\_\_ €.

# Punto de partida. ABN: ¿más que un método para calcular?

---

En resumen: muchas ayudas para la resolución de problemas a través del **conteo y el calculo**

Michelle preparó una mezcla de jugos de manzana, zanahoria y apio.  $\frac{1}{3}$  de la mezcla era de zumo de manzana y  $\frac{2}{5}$  del resto fue jugo de apio. 315 ml de la mezcla era jugo de apio. ¿Qué volumen de la mezcla era el jugo de zanahoria?

# Las matemáticas de Singapur

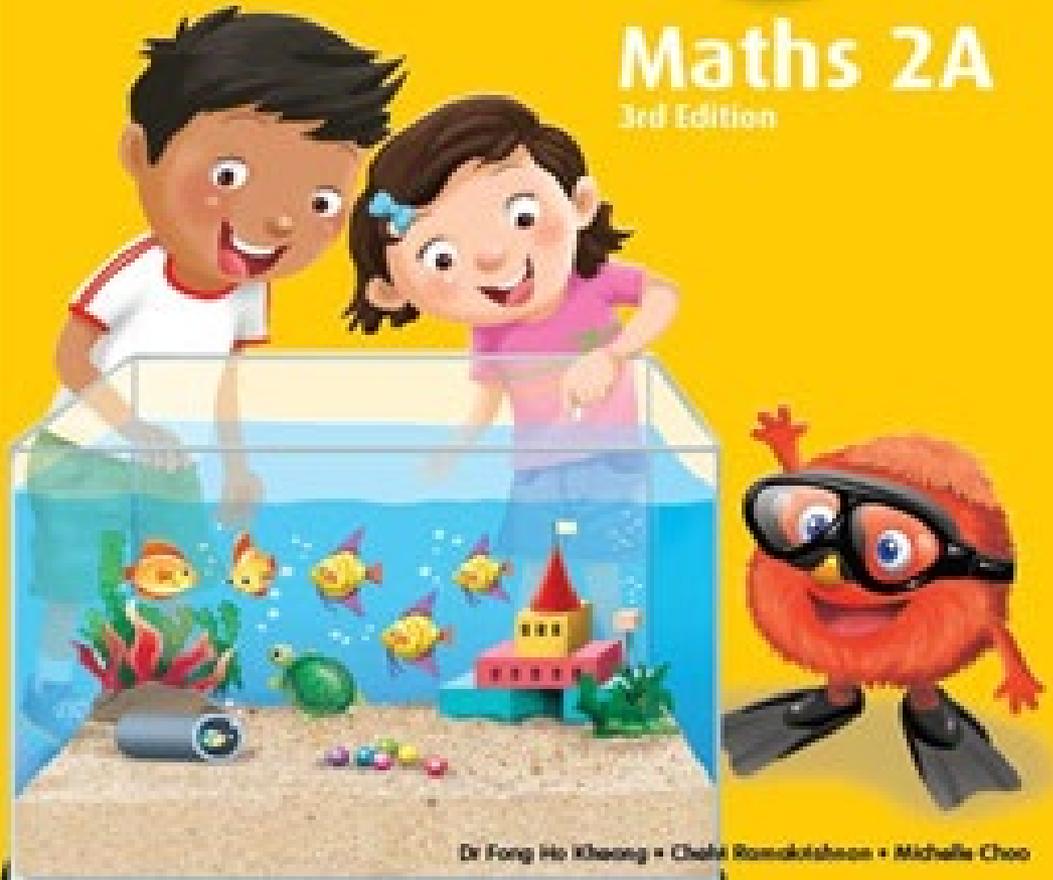
Aportaciones

**mc** Marshall Cavendish Education

Pupil's Book

**MY PALS ARE HERE!**

**Maths 2A**  
3rd Edition



Dr Fong Ho Kheng • Chela Ramakrishnan • Michelle Choo

# Singapur como complemento al ABN

**LESSON**  
**2** Making Addition Stories

**Learn** Making addition stories

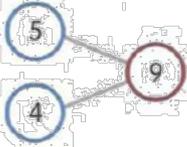
Take some  within 10.  
Make an addition story about the .  
Then write an addition equation.



5  are in a pond.  
4  join them.



$5 + 4 = 9$



There are 9  altogether.

 Ask your child to tell addition stories involving everyday situations. For example, There are 2 durians and 5 oranges. There are 7 fruits altogether.

Chapter 3: Addition Within 10

Cubos Unifix en lugar de palillos

“Familias de números” (parte-todo)

# Singapur como complemento al ABN

**Lesson 1** Counting to 1000

**Learn** Using  to show numbers to 1000

Use  to build a block of flats.  
How many  did you use?  
Is there a faster way to count the  ?

Put 10  together to make .  
10  
tens

Put 10  together to make .  
100  
one hundred

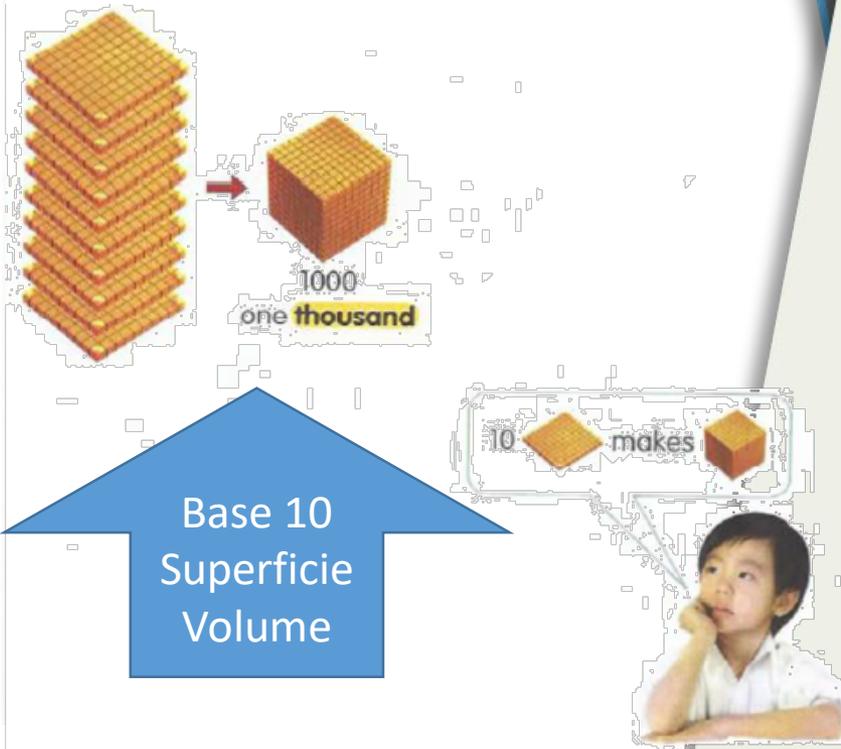
10, 20, 30, 40, 50,  
60, 70, 80, 90, 100



 100 one hundred	 200 two hundred	 300 three hundred
 400 four hundred	 500 five hundred	 600 six hundred

Lesson 1 Counting to 1000 **3**

Cubos Unifix en lugar de palillos



# Singapur como complemento al ABN

1 Helen bought 14 strawberries.  
Nala bought 17 strawberries.  
How many strawberries did they buy altogether?



14 17



They bought \_\_\_\_\_ strawberries altogether.

**Check!**



Is the answer correct?



Lesson 1 Using Part-Whole in Addition and Subtraction

“Familias de números” (parte-todo)

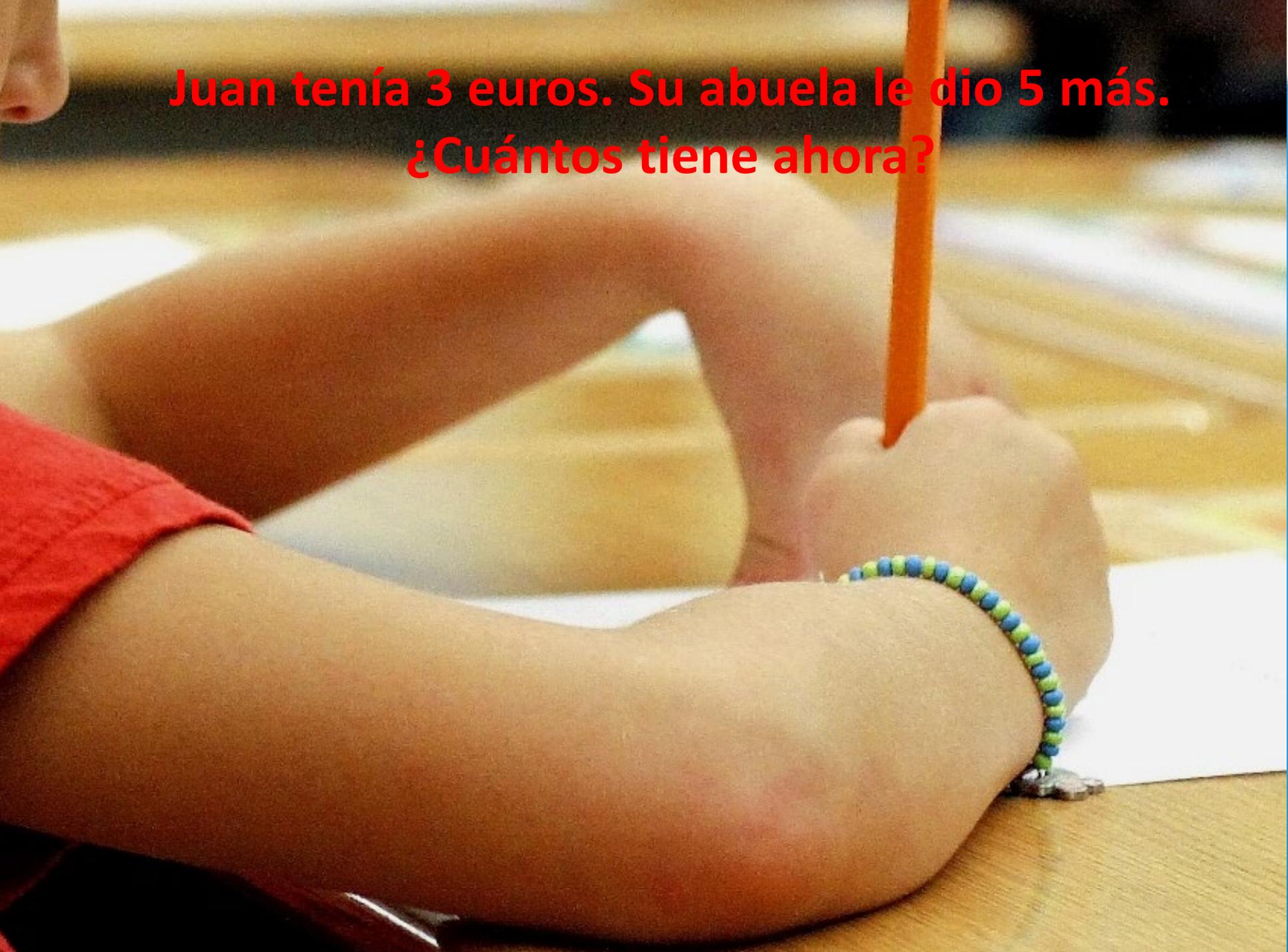
**¿Por qué es tan importante el razonamiento en resolución de problemas?**

**Comprender situaciones y no solo números**

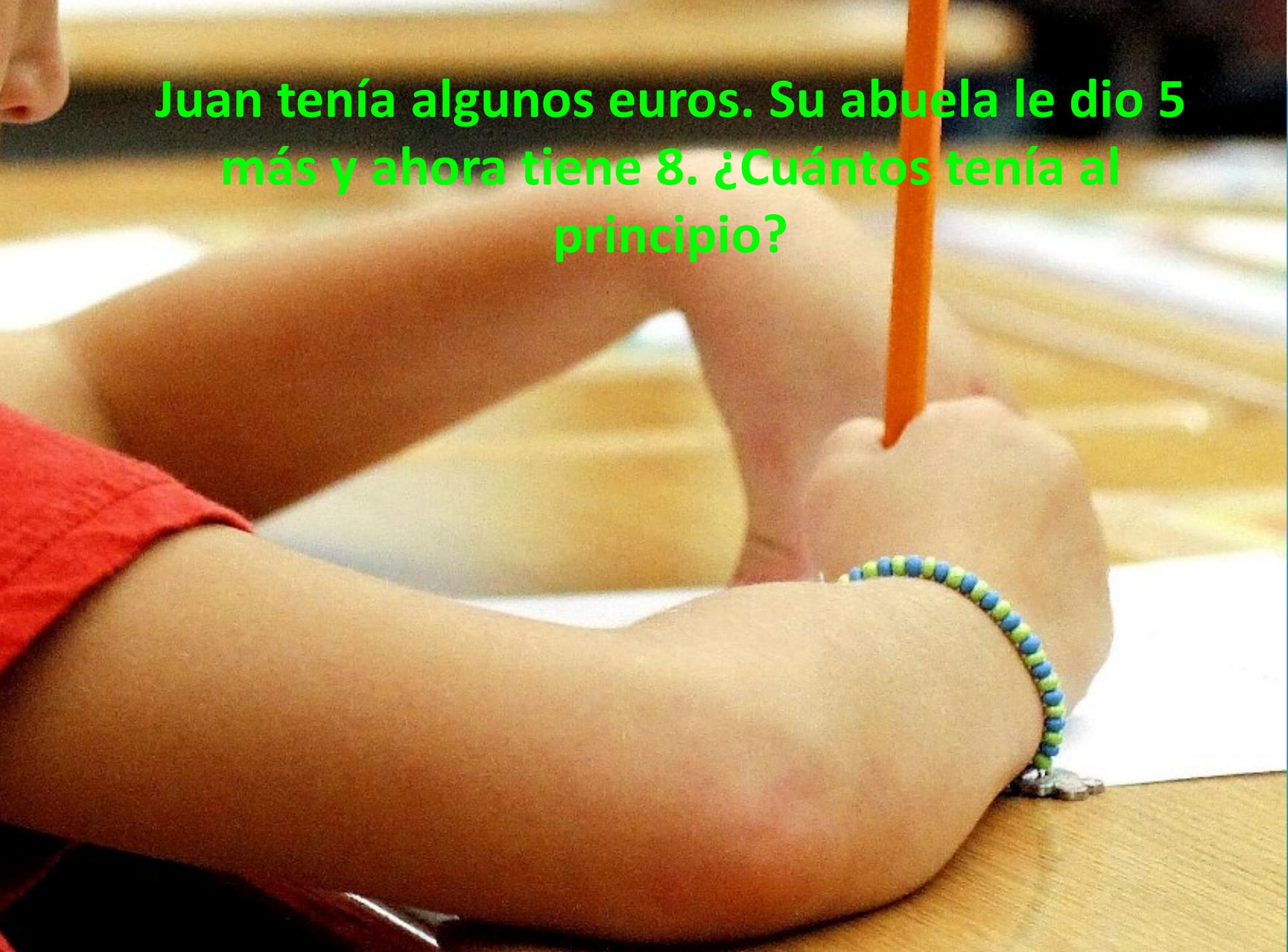


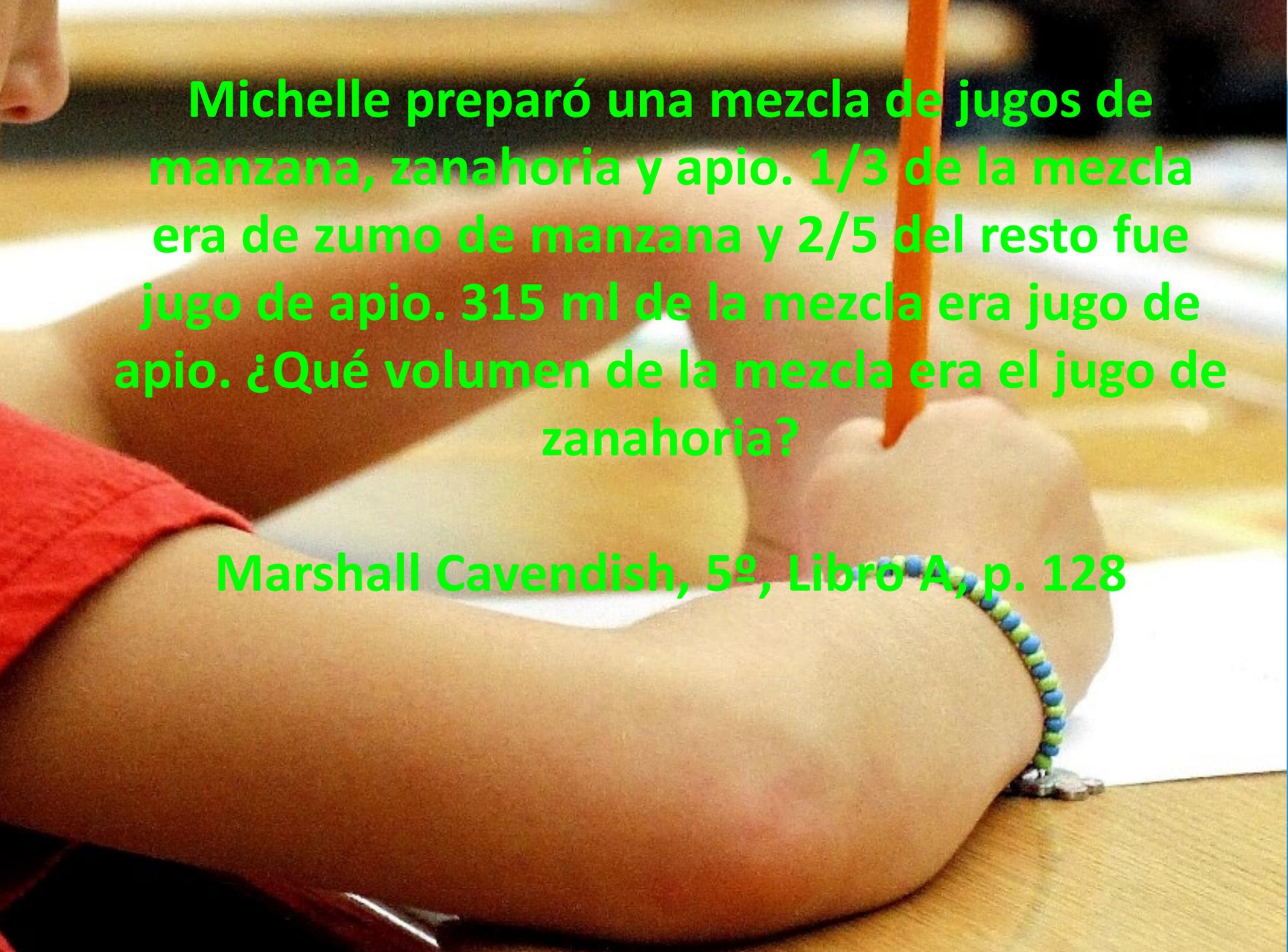
**No todos los problemas  
son iguales**

**Juan tenía 3 euros. Su abuela le dio 5 más.  
¿Cuántos tiene ahora?**



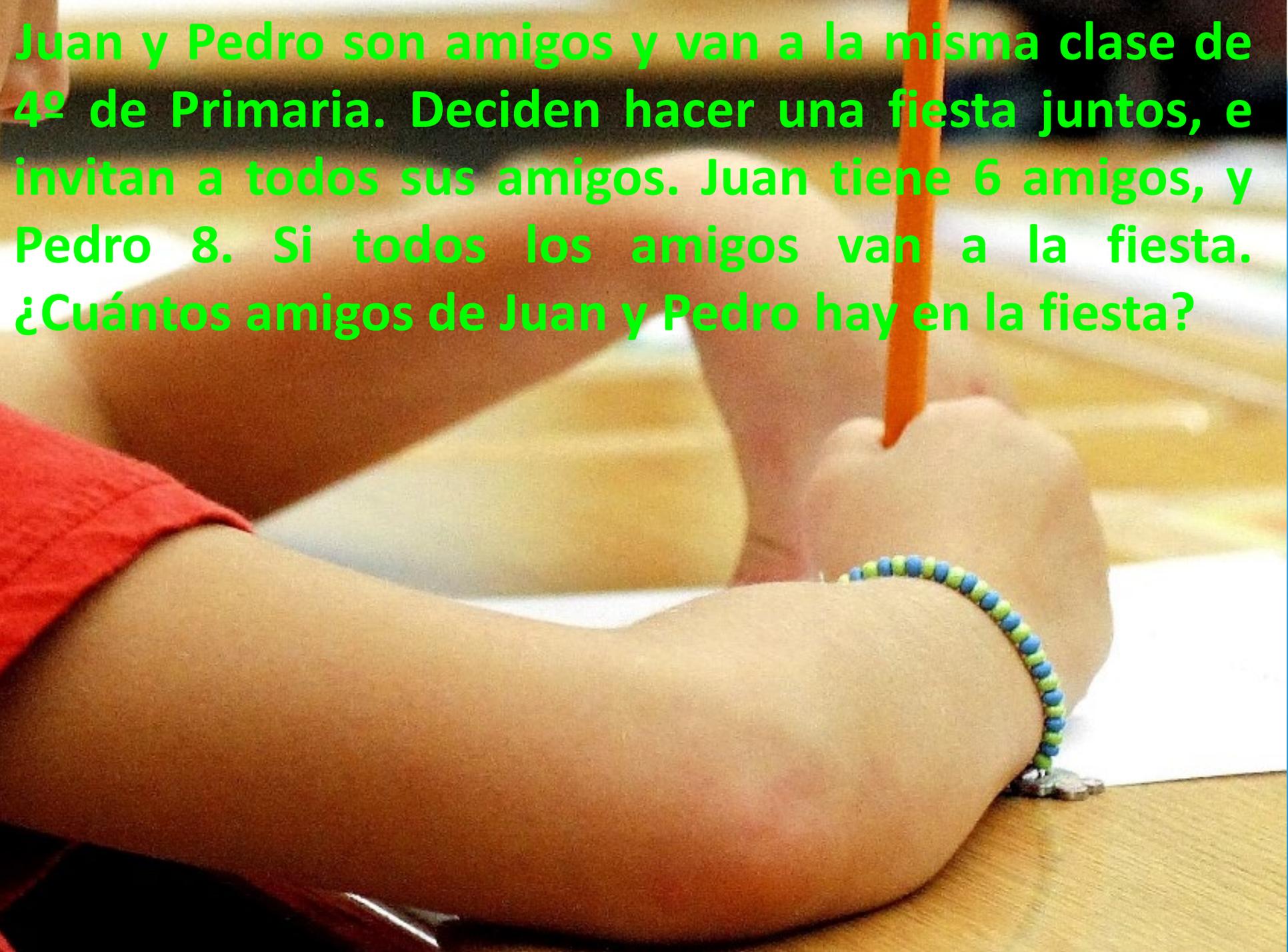
Juan tenía algunos euros. Su abuela le dio 5 más y ahora tiene 8. ¿Cuántos tenía al principio?



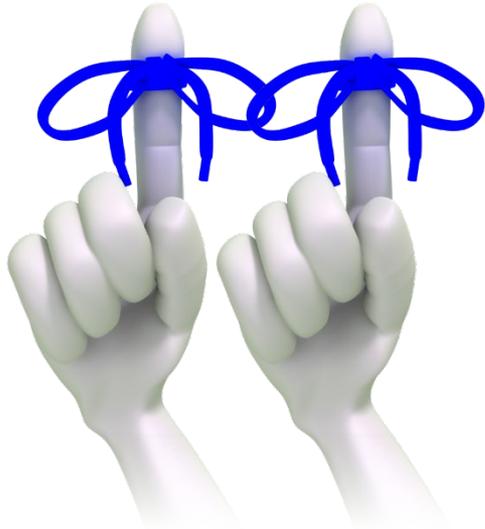
A close-up photograph of a child's hands writing on a white sheet of paper. The child is wearing a red shirt and a blue and green beaded bracelet. The background is a wooden desk. The text is overlaid on the image in a bright green color.

**Michelle preparó una mezcla de jugos de manzana, zanahoria y apio.  $\frac{1}{3}$  de la mezcla era de zumo de manzana y  $\frac{2}{5}$  del resto fue jugo de apio. 315 ml de la mezcla era jugo de apio. ¿Qué volumen de la mezcla era el jugo de zanahoria?**

**Marshall Cavendish, 5º, Libro A, p. 128**



Juan y Pedro son amigos y van a la misma clase de 4º de Primaria. Deciden hacer una fiesta juntos, e invitan a todos sus amigos. Juan tiene 6 amigos, y Pedro 8. Si todos los amigos van a la fiesta. ¿Cuántos amigos de Juan y Pedro hay en la fiesta?



**Existen 2 modos de  
resolver problemas:  
superficial y genuino**

Comprensión  
Situacional

Comprensión  
matemática

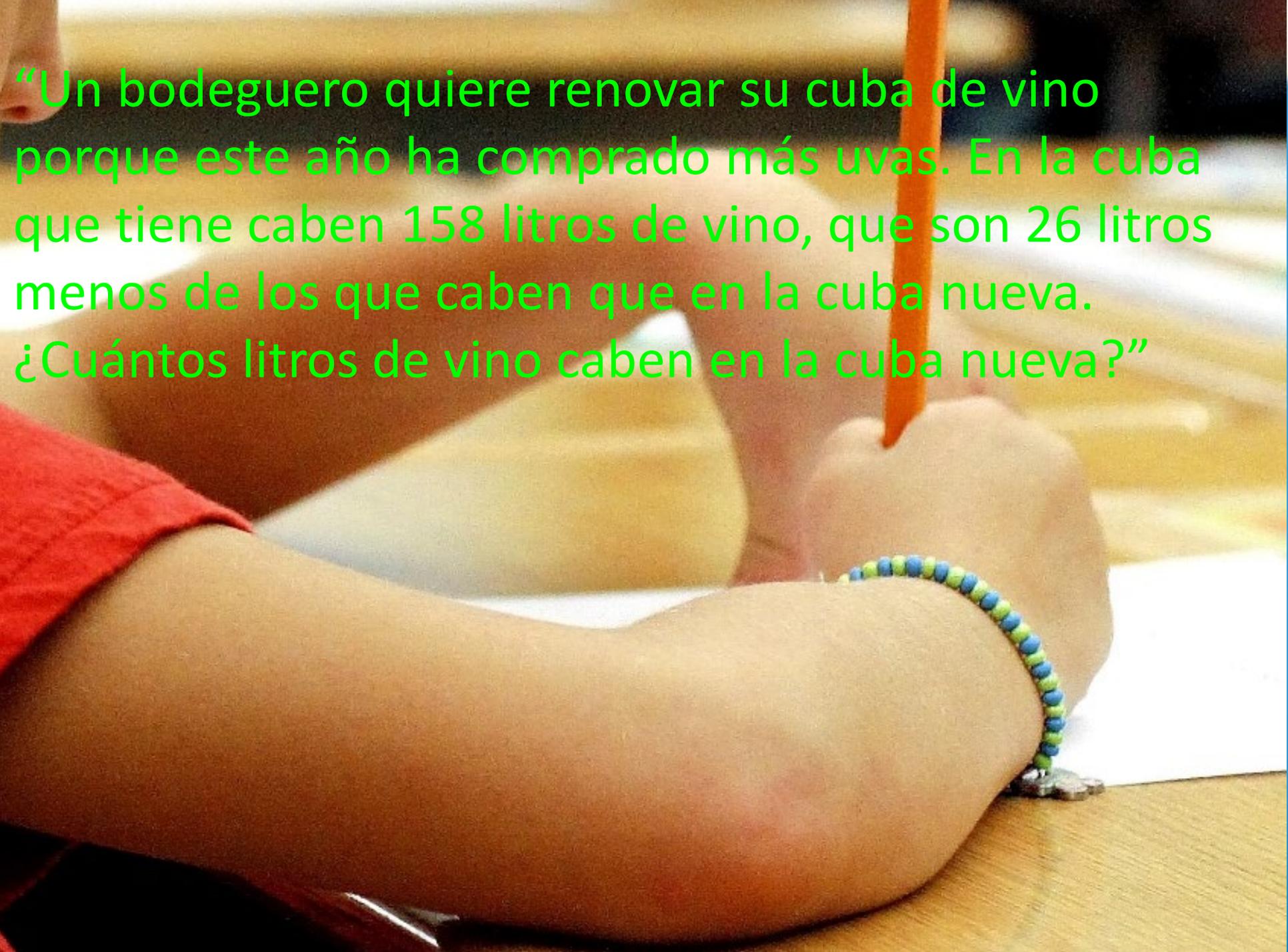
Modelo de Verschaffel, Greer y De Corte (2000)



Selección de datos  
+ palabra clave

Elección + ejecución  
de operaciones

Modelo de Verschaffel, Greer y De Corte (2000)

A close-up photograph of a child's hands writing on a piece of white paper. The child is wearing a red shirt and a blue and green beaded bracelet. The child is holding a pencil and writing on the paper. The background is a wooden desk.

“Un bodeguero quiere renovar su cuba de vino porque este año ha comprado más uvas. En la cuba que tiene caben 158 litros de vino, que son 26 litros menos de los que caben que en la cuba nueva. ¿Cuántos litros de vino caben en la cuba nueva?”



- Más uvas
- Buena cosecha
- Cuba nueva
- Más espacio

- Cuba nueva más grande
- SUMAR 158 + 26
- Comprobar

Modelo de Verschaffel, Greer y De Corte (2000)

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* 158 \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

menos que \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* 26 \*\*\*\*\*

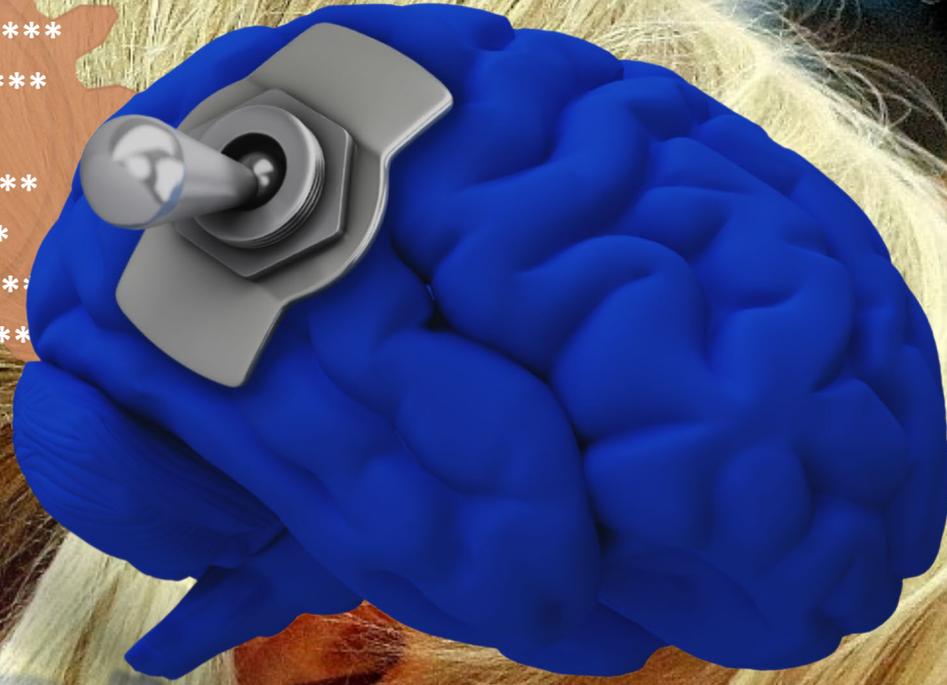
\*\*\*\*\*

Datos: 156 y 26

“menos que”

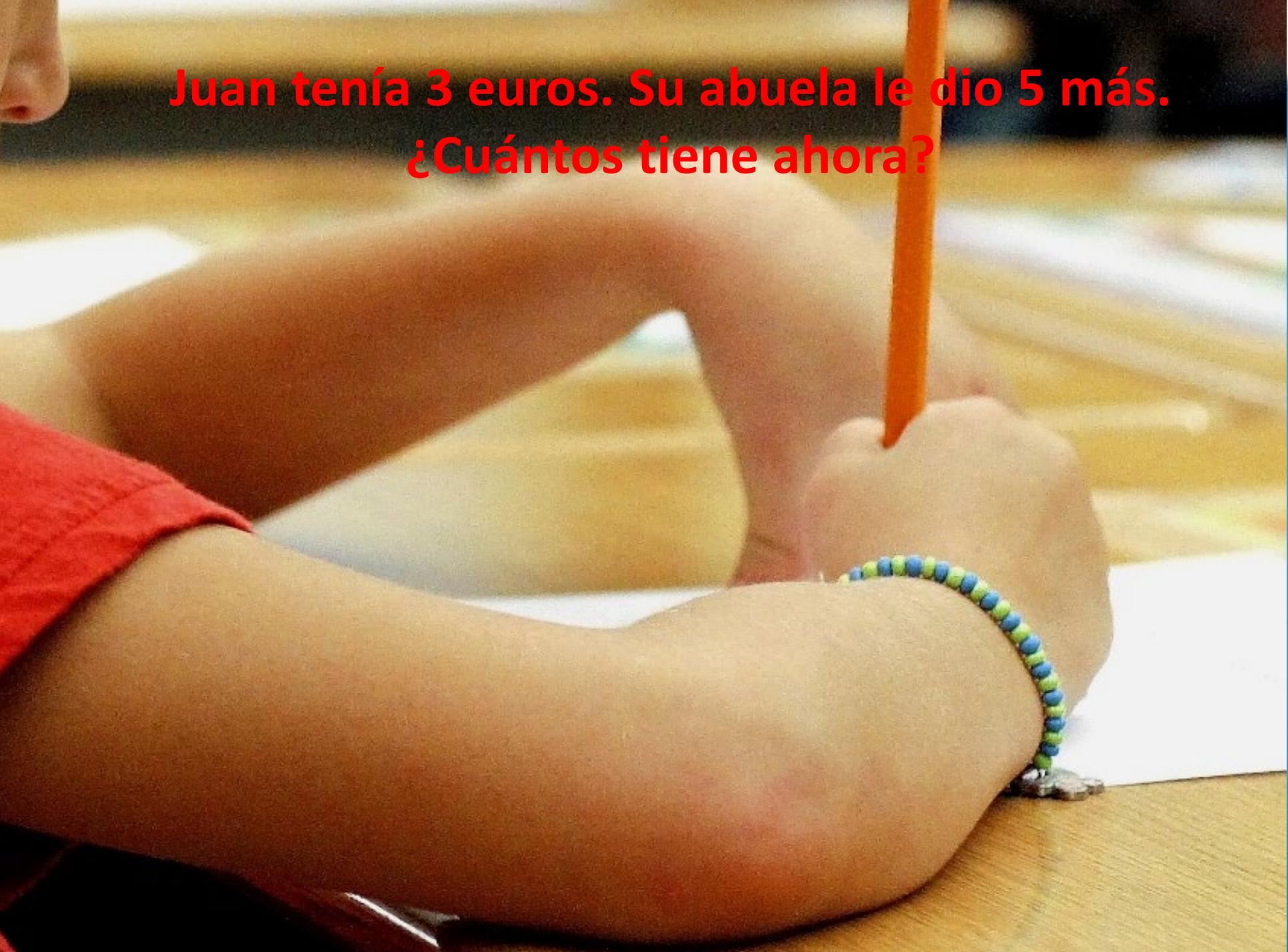
Operación: Restar

156 - 26



Modelo de Verschaffel, Greer y De Corte (2000)

**Juan tenía 3 euros. Su abuela le dio 5 más.  
¿Cuántos tiene ahora?**



“\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* 3 \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* 5 más

\*\*\*\*\*

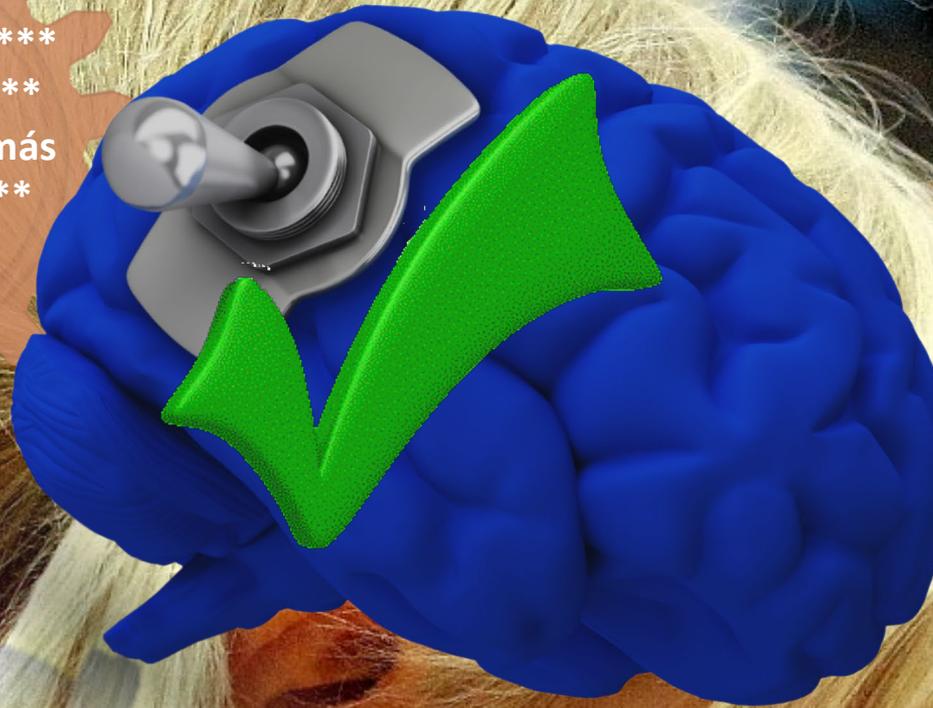
\*\*\*\*\*”

Datos: 5 y 3

Dice “más”

Operación: sumar

$5 + 3 = 8$



Modelo de Verschaffel, Greer y De Corte (2000)

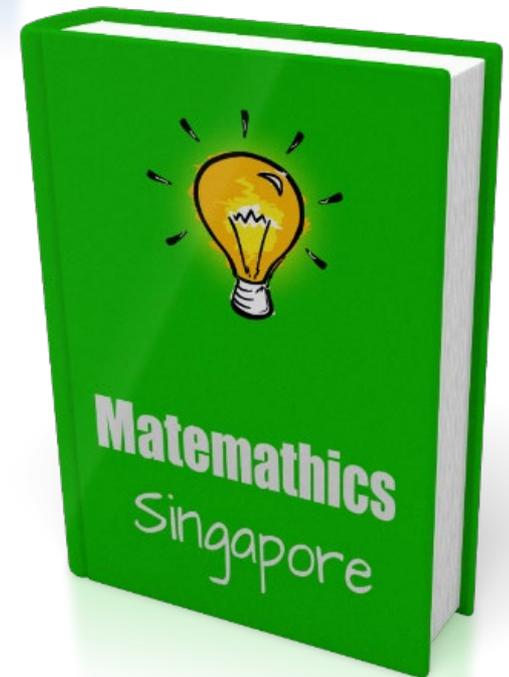
# Objetivos de la primera sesión

---

- Recabar indicios de las dificultades de los alumnos a la hora de resolver problemas
- Hacer un breve recorrido por los principales conocimientos que un alumno debe desarrollar
- **Comprender las limitaciones de los libros de texto actuales**

# Materiales de enseñanza

Qué podemos aprender de los libros de Singapur

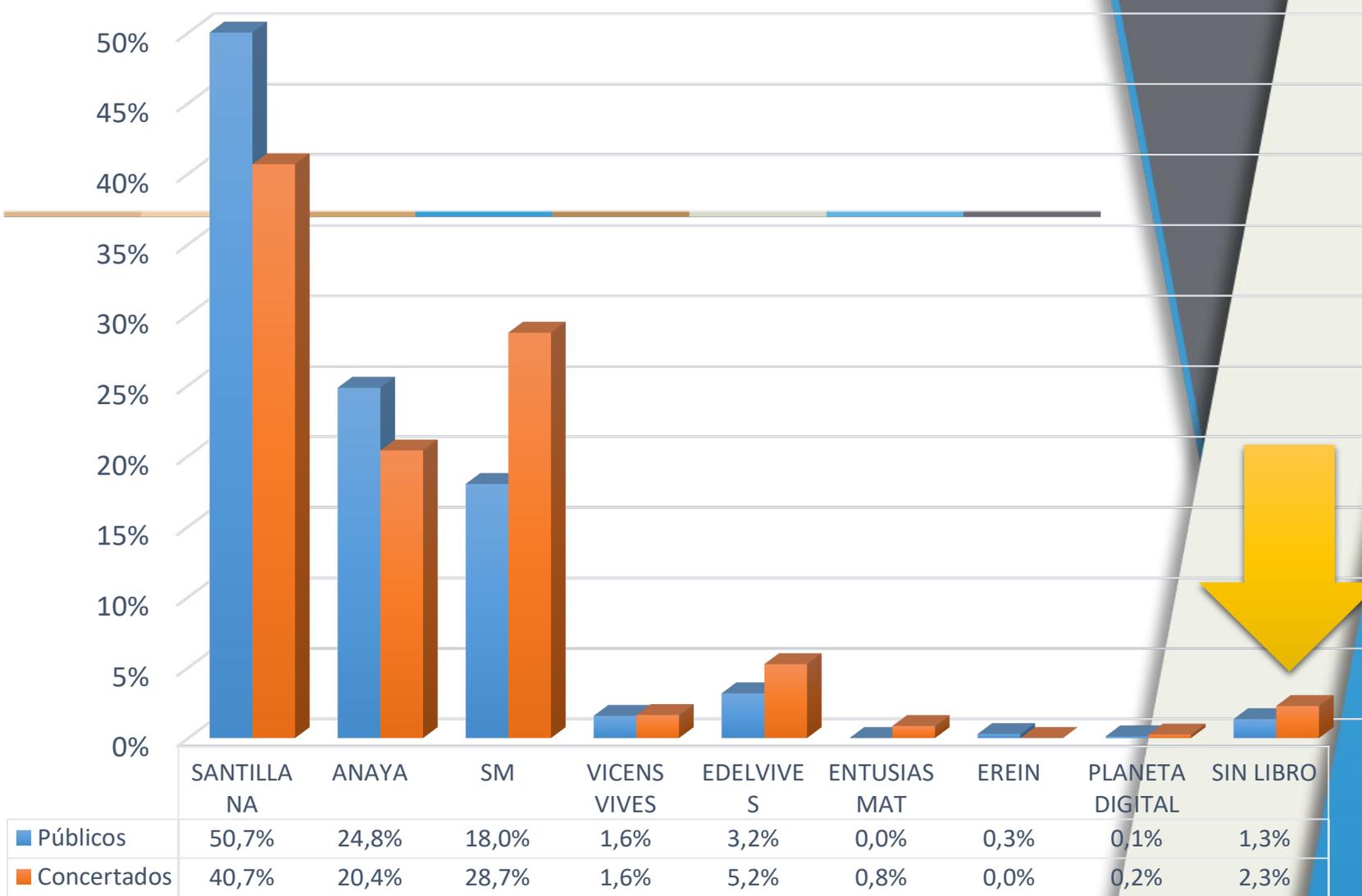


# Influencia de los libros de texto en el modo en el que los alumnos aprenden a resolver problemas

## Uso del libro de texto en clase de matemáticas

	Recurso principal	Recurso secundario	No usa
OCDE	60%	34%	6%
ESPAÑA	74%	22%	5%

Fuente: TIMSS 2007 (Mullins et al., 2008)





Modelos de resolución

Nivel de autenticidad



Variedad y complejidad semántico-matemática

Presencia y función de las ilustraciones

### 3.- Influencia de los libros de texto en el modo en el que los alumnos aprenden a resolver problemas: tipos de problemas

#### Niveles de dificultad matemática

Genuino

DIFICULTAD



Superficial

Juan tenía algunos euros. Su abuela le dio 5 más y ahora tiene 8. ¿Cuántos tenía al principio?

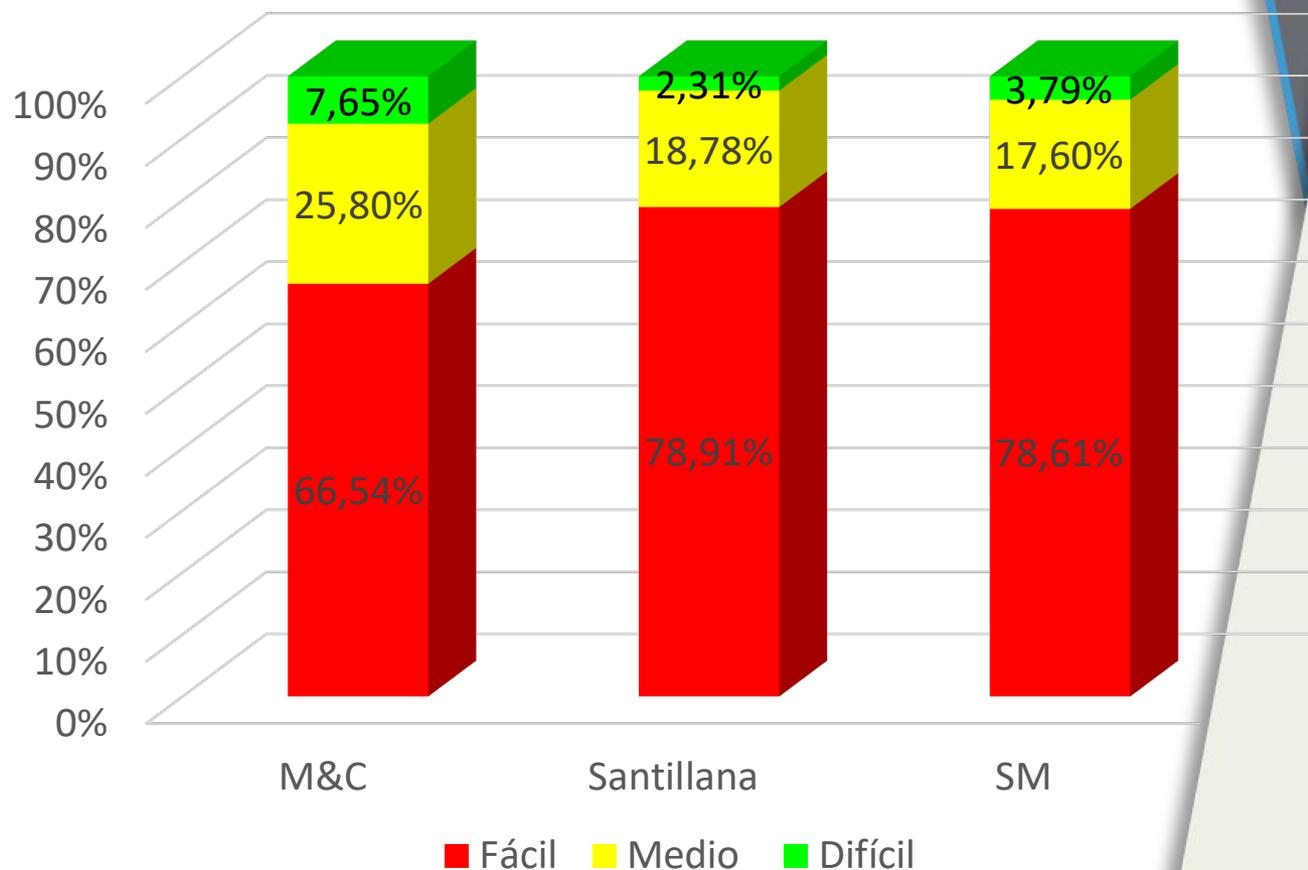
Juan tenía 3 euros. Su abuela le dio algunos más. Si ahora tiene 8, ¿Cuántos le dio su abuela?

Juan tenía 3 euros. Su abuela le dio 5 más. ¿Cuántos tiene ahora?

### 3.- Influencia de los libros de texto en el modo en el que los alumnos aprenden a resolver problemas: tipos de problemas

Niveles de dificultad matemática

DIFICULTAD MATEMÁTICA ESPAÑA-SINGAPUR



### 3.- Influencia de los libros de texto en el modo en el que los alumnos aprenden a resolver problemas: tipos de problemas

#### Niveles de autenticidad

##### Ajustados:

Félix quiere pesar a su perro, pero no consigue que esté quieto encima de la báscula. Explica lo que ha hecho para calcular cuánto pesa el perro y halla tú ese peso (3º Primaria)



##### Estereotipados

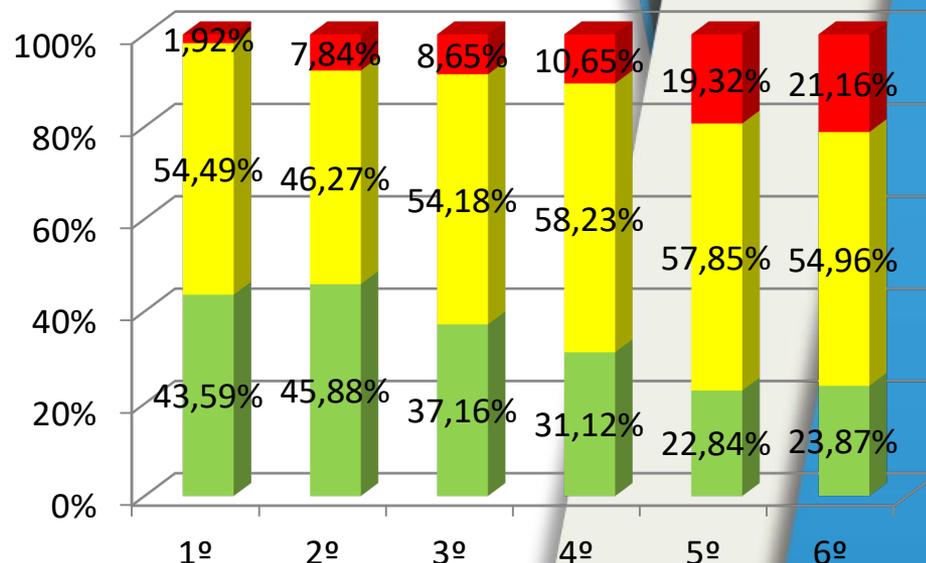
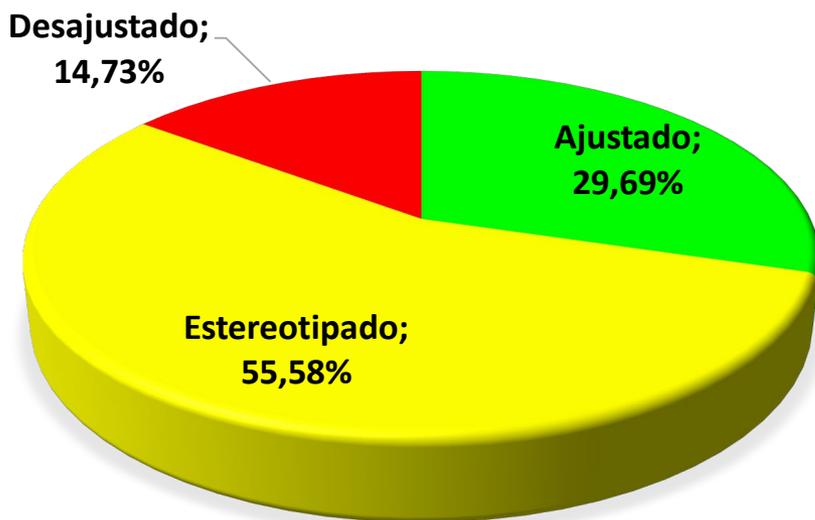
En un almacén se envasaron 42 cajas de cerezas. En cada caja pusieron 3 kilos. ¿Cuántos kilos se envasaron? (4º Primaria)

##### Desajustados

En un hormiguero hay 4 millones de hormigas. Cada una mide 3 mm de largo. Si se colocasen todas en fila, sin dejar ningún espacio entre ellas, ¿la longitud de la fila sería mayor o menor de 10 km (6º Primaria)

### 3.- Influencia de los libros de texto en el modo en el que los alumnos aprenden a resolver problemas: tipos de problemas

RESULTADOS SANTILLANA + SM



### 3.- Influencia de los libros de texto en el modo en el que los alumnos aprenden a resolver problemas: tipos de problemas

---

Para estudiar cómo funciona un hormiguero, se reparten 2783 hormigas en 23 terrarios. ¿Cuántas hormigas se colocan en cada terrario? (SM, 5º, p. 39)

Julián llena su pecera echando 9 jarras de 1 litro, 18 botes de  $\frac{1}{3}$  de litro y 24 vasos de  $\frac{1}{4}$  de litro. ¿Cuántos litros caben en la pecera de Julián? (Santillana, 3º, p. 207)

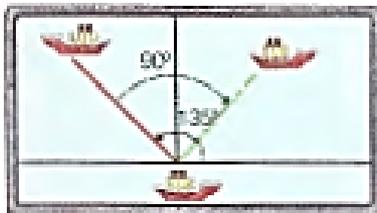
Emilio ha comprado filetes de ternera que pesan cinco sextos de kilo, y filetes de cerdo que pesan tres séptimos de kilo. ¿Qué fracción de kilo pesan en total los filetes? ¿Pesan más o menos de un kilo? (Santillana, 6º, p. 95)

### 3.- Influencia de los libros de texto en el modo en el que los alumnos aprenden a resolver problemas: tipos de problemas

Se va a repoblar de pinos un terreno rectangular de 1 km de largo por 240 m de ancho. Cada pino se planta en un cuadrado de 2 m de lado. Los pinos se transportan en camiones con 375 pinos cada uno. ¿Cuántos camiones se han necesitado para repoblar todo el terreno? (Santillana, 5º, p. 24)

En unas elecciones para delegado de clase Mariano consiguió 95 votos y Mónica consiguió el doble. ¿Cuántas personas votaron en las elecciones? (Santillana, 3º, p. 137)

4. Un barco dispone de brújula para saber su posición. Si al partir, el viento lo hizo girar  $135^\circ$  hacia la izquierda, y después una ola lo impulsó  $90^\circ$  a la derecha, ¿dónde está situado ahora el barco?



► Solución: \_\_\_\_\_

### 3.- Influencia de los libros de texto en el modo en el que los alumnos aprenden a resolver problemas: tipos de problemas

**5 RAZONAMIENTO.** Lee y contesta.

Jaime le dice a su hermana Lorena:  
«Yo mido 160 cm y la representación, a escala,  
de mi altura es la que se indica en este dibujo».  
¿A qué escala está hecho?

$$160 : 4 = 40$$

Está a escala 1 : 40.



(Santillana, 6º, cuadernillo 3, p.7)

En el comedor del colegio había 124 zumos de naranja. Durante la semana los alumnos se bebieron algunos de los zumos. ¿Cuántos zumos quedaron?

(Santillana, 2º, p. 139)



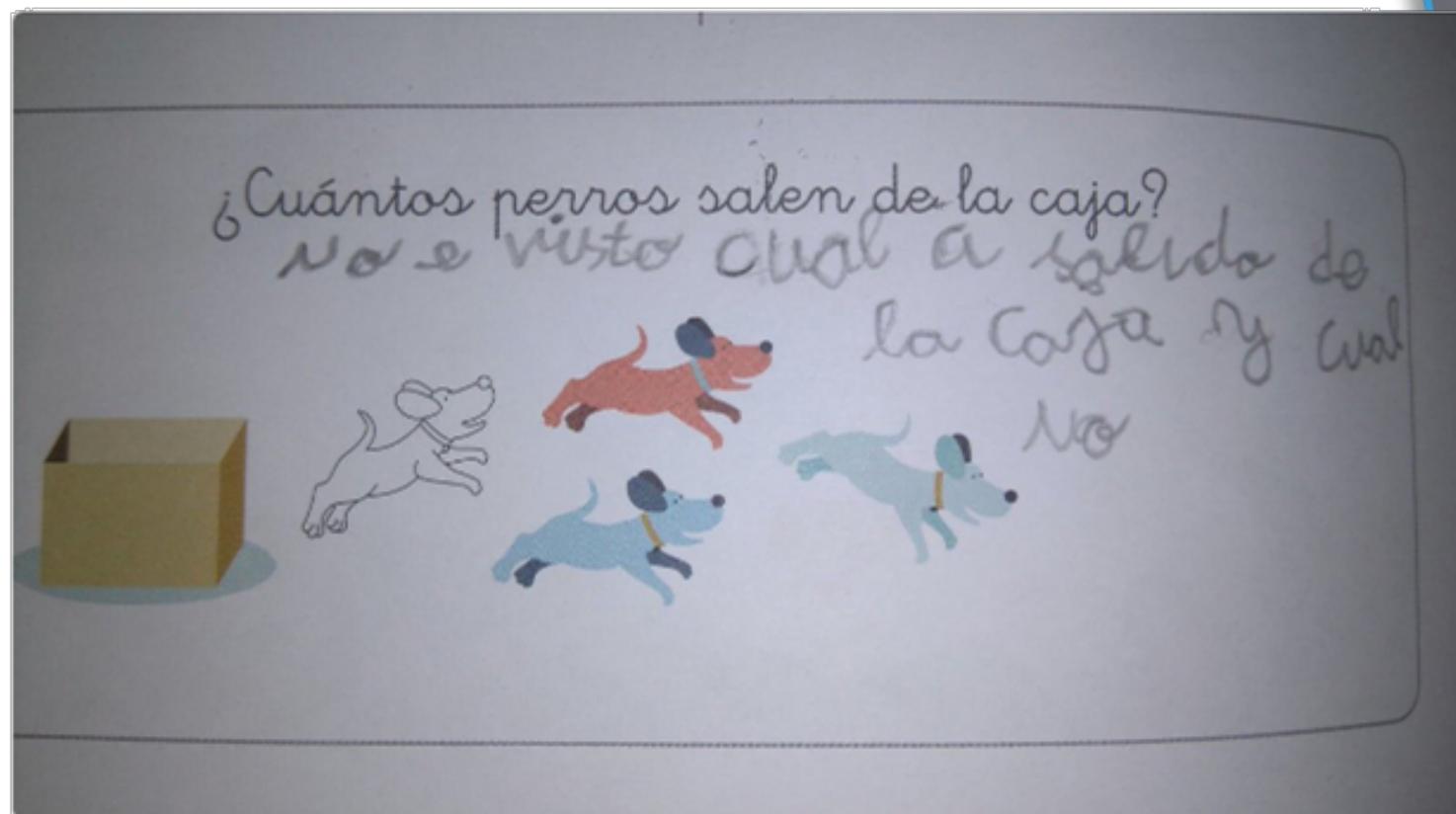
madrereciente

@madrereciente

Seguir



Marina es una amiga de mi hija que es más lista que el hambre. Si fuera un examen debería puntuar doble. 😎 😊 ✓



2:34 - 18 ago. 2017



**Victor (Wikie)**  
@VMengual



Los profesores de mi hijo se pasan tres pueblos, soy incapaz de solucionar el problema y es de segundo de primaria!!!

Si la solución es distinta a "algunos limoneros más" yo, no la encuentro... [pic.twitter.com/5P7dT9defH](https://pic.twitter.com/5P7dT9defH)

2. En un parque había 473 limoneros. Luego, se plantaron algunos limoneros más. Ahora, hay en el monte 620 pinos canarios. ¿Cuántos limoneros se plantaron?

DATOS	OPERACIONES
473 Limoneros 620 Pinos	$620 - 473 = 147$

♡ 1.160 17:11 - 6 dic. 2019



💬 1.285 personas están hablando de esto



# Y sin embargo...

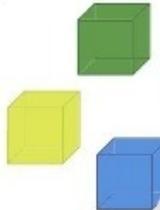
## RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Isabel, Pablo y Rocio han traído entre los tres 145 cubos de diferentes colores. Isabel ha traído 35 cubos verdes y 5 amarillos. Pablo ha traído cubos azules, y Rocio, 12 cubos amarillos y 7 verdes.

— ¿Cuántos cubos ha traído cada uno?

Lee el enunciado e indica si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes afirmaciones:

- Isabel, Pablo y Rocio tienen 145 cubos entre los tres. \_\_\_
- Isabel no tiene cubos verdes. \_\_\_
- Rocio tiene 12 cubos amarillos e Isabel, 5. \_\_\_
- Pablo solo tiene cubos azules. \_\_\_
- Rocio e Isabel tienen cubos verdes. \_\_\_



Expresa las condiciones del enunciado.

- Sabemos los cubos que tienen \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_.
- Desconocemos los cubos que tiene \_\_\_\_\_.
- Sumando los cubos de los tres, tenemos \_\_\_\_\_ cubos.

Completa la tabla de ensayo-error.

Asigna valores a la cantidad de cubos que tiene Pablo y completa para obtener la respuesta:

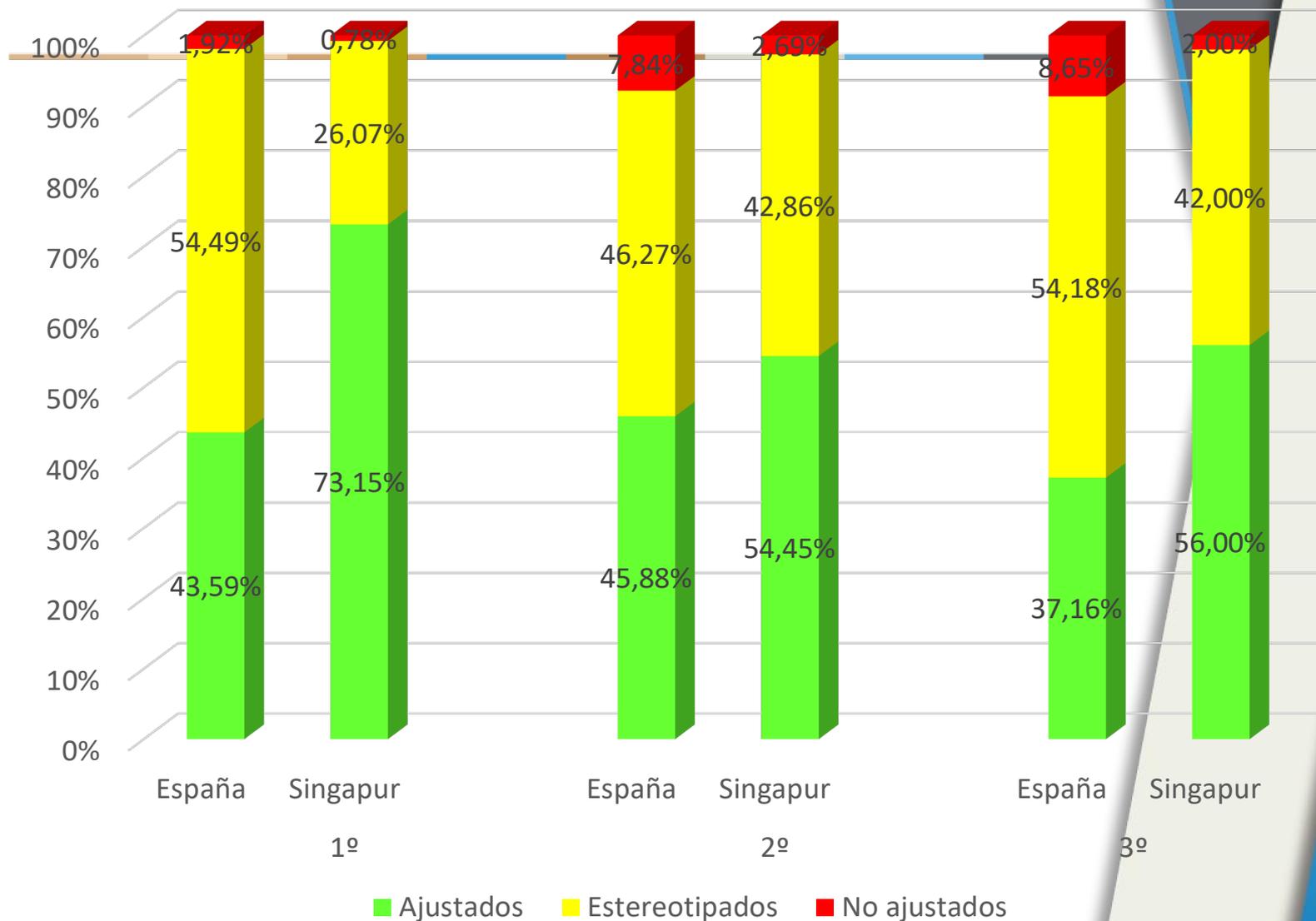
Cubos de Isabel	Cubos de Rocio	Cubos de Pablo	Suma	Total de cubos: 145
40	19	40	99	No
40	19	60	119	
___	19	___	___	___
___	___	___	___	___
40	___	90	___	___
___	19	100	159	___

Revisa los pasos seguidos y comprueba las operaciones.

Aplica esta estrategia para comprobar el resultado:

$$40 + 20 + \underline{\quad} = 140$$

### 3.- Influencia de los libros de texto en el modo en el que los alumnos aprenden a resolver problemas: tipos de problemas



# 3.- Influencia de los libros de texto en el modo en el que los alumnos aprenden a resolver problemas: modelos de resolución

## Solución de problemas

Para resolver un problema, debes seguir cuatro pasos:

- 1 Explica el problema.
- 2 Escribe los datos que conoces.
- 3 Calcula y escribe la solución.
- 4 Comprueba si está bien hecho.

Observa el siguiente ejemplo.



1. Irene tenía 9 cintas de colores. Ha puesto 5 cintas en su cometa. ¿Cuántas cintas le sobran?

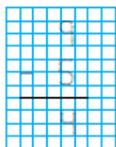
- 1 Explica el problema.  
¿Qué tenía Irene? ¿Qué ha hecho? ¿Qué te preguntan?

- 2 Escribe los datos que conoces.

Cintas que tenía ▶ 9

Cintas que ha puesto ▶ 5

- 3 Calcula y escribe la solución.  
Piensa siempre qué operación debes hacer.



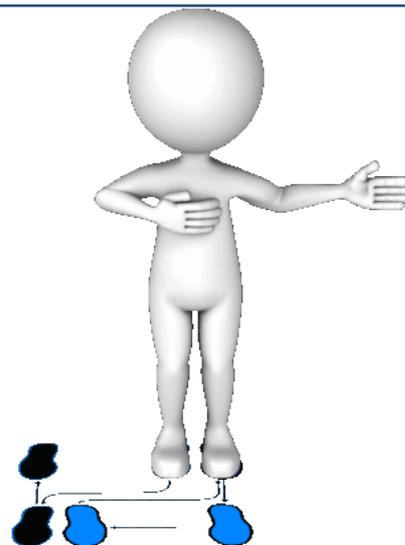
Completa la solución.

Le sobran 4 cintas.

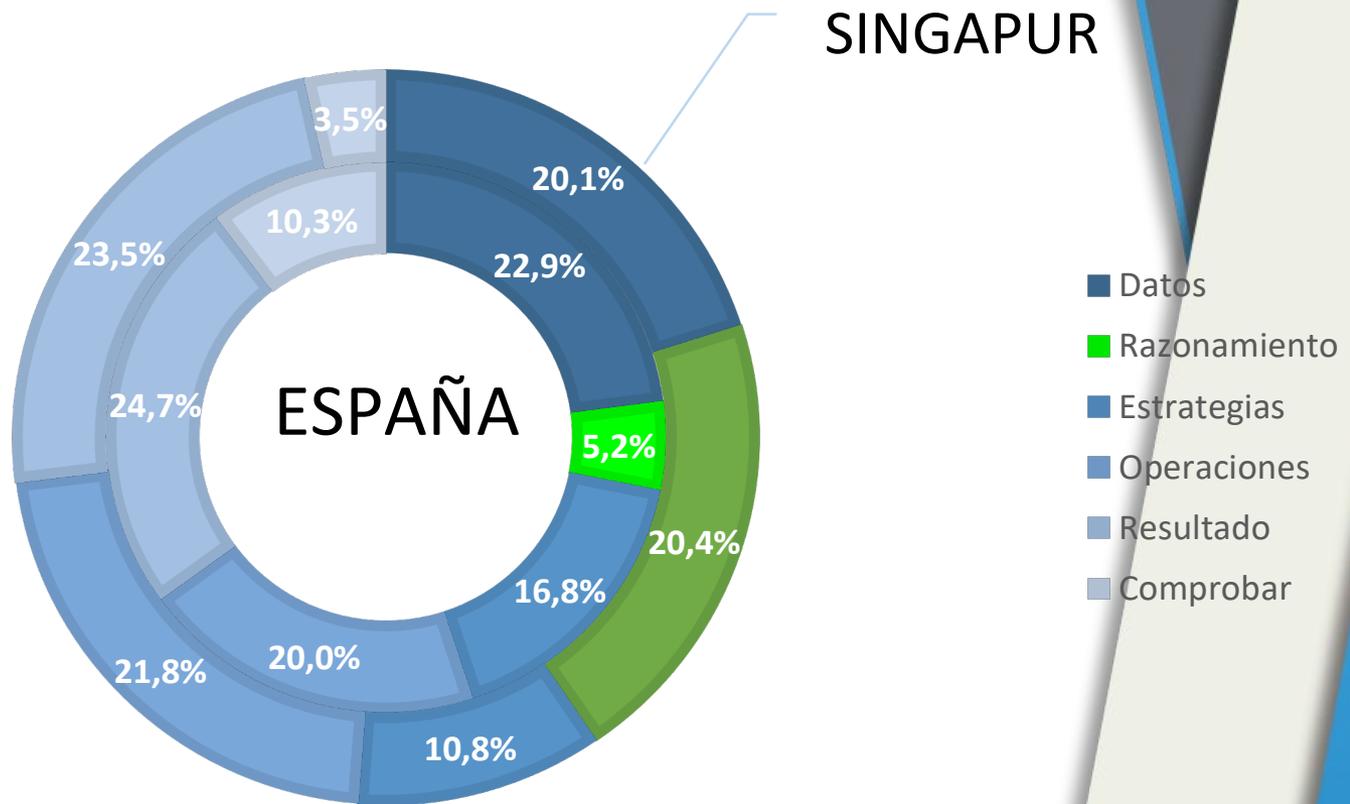
- 4 Comprueba si está bien hecho.



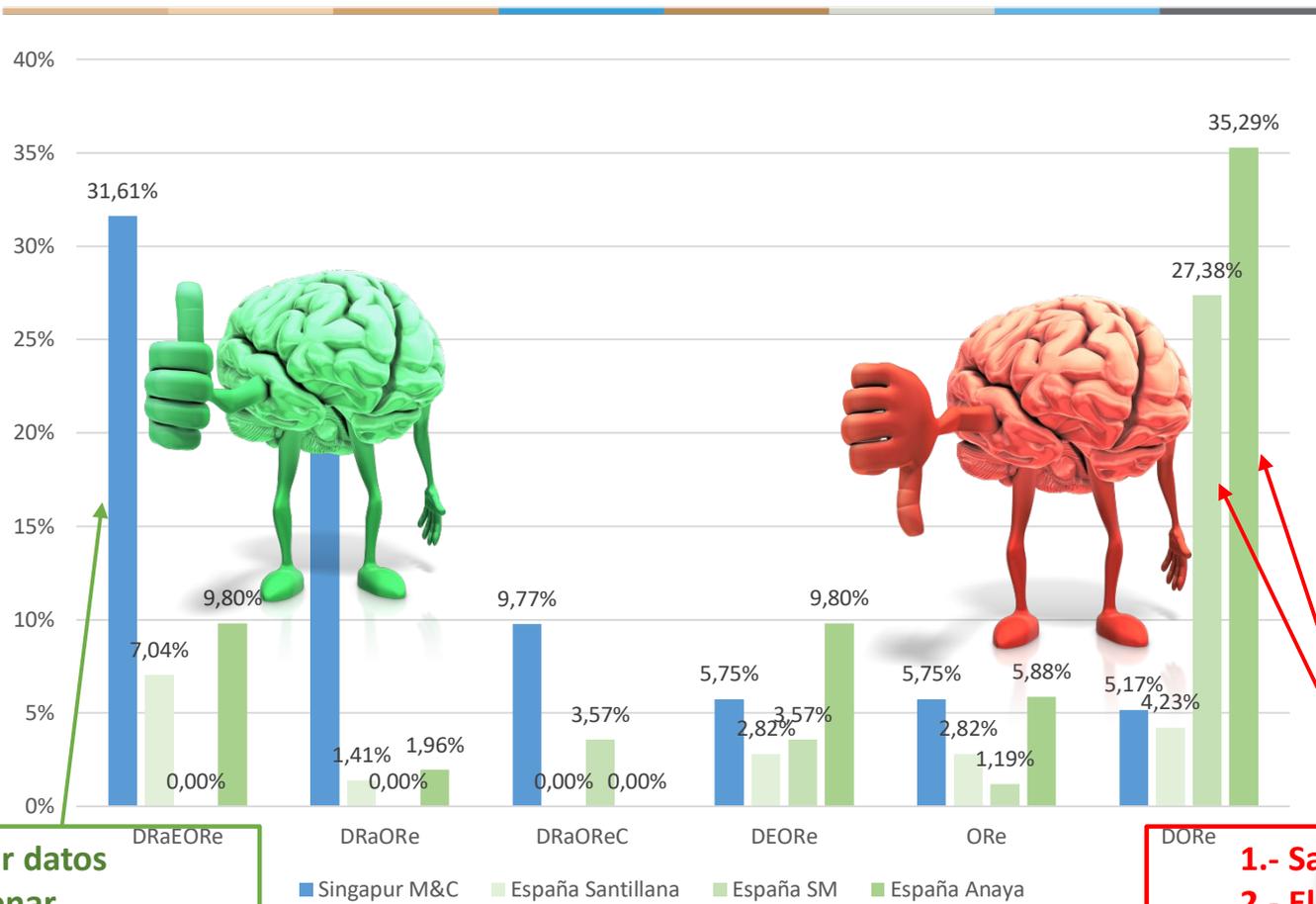
CATEGORÍAS
1.- EXTRAER DATOS
2.- RAZONAMIENTO
3.-ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN
4.-ELECCIÓN DE OPERACIÓN
5.- EXPRESIÓN DE RESULTADO
6.-COMPROBAR RESULTADO



### 3.- Influencia de los libros de texto en el modo en el que los alumnos aprenden a resolver problemas: modelos de resolución



### 3.- Influencia de los libros de texto en el modo en el que los alumnos aprenden a resolver problemas: modelos de resolución



- 1.- Sacar datos
- 2.- Razonar
- 3.- Plantear estrategia
- 4.- Elegir Operación
- 5.- Presentar resultado

- 1.- Sacar datos
- 2.- Elegir Operación
- 3.- Presentar resultado

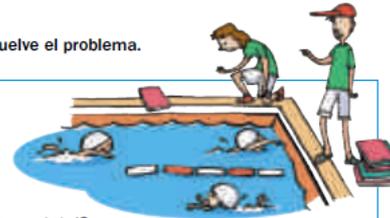
Fuente: Sánchez & Vicente, 2015; Vicente, Sánchez & Verschaffel, 2019.



## Solución de problemas

### Inventar el dato que falta

Inventa un valor para el dato que falta y resuelve el problema.



En la clase de natación hay 15 chicas y algunos chicos. ¿Cuántas personas hay en total?

#### 1.º COMPRENDE.

**Pregunta** ► ¿Cuántas personas hay en total?

**Datos** ► Hay 15 chicas  
Hay ? chicos

Para calcular el total de personas, nos falta el número de chicos de la clase. Inventamos un valor. Por ejemplo: en la clase hay 17 chicos.

#### 2.º PIENSA QUÉ HAY QUE HACER.

Hay que sumar el número de chicas, 15, y el número de chicos, 17.

#### 3.º CALCULA.

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 17 \\ \hline 32 \end{array}$$

**Solución:** En la clase hay en total 32 personas.

#### 4.º COMPRUEBA.

Revisa si lo has hecho bien.

1. He regalado a mi madre un ramo con 12 rosas y algunos claveles. ¿Cuántas flores tiene en total el ramo?
2. Pedro tenía ahorrados 50 euros y gastó parte de sus ahorros en un libro. ¿Cuántos euros le quedaron?
3. Mario tiene 8 años y su hermana Dori tiene algunos años más que él. ¿Cuántos años tiene Dori?
4. En la peluquería han atendido a 15 personas morenas, 6 rubias y algunas pelirrojas. ¿A cuántas personas han atendido en total?
5. Rebeca compró un monopatín por 42 euros y Mateo compró otro por un poco menos. ¿Cuánto le costó su monopatín a Mateo?



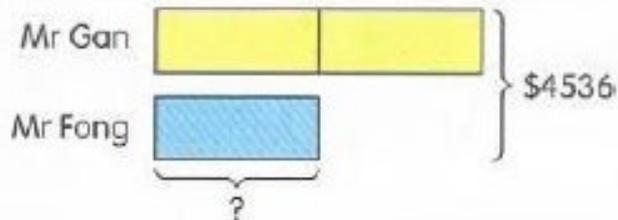
**Step 1** What have I gathered from the problem?

How much did Mr Gan and Mr Fong have altogether?  
Who had more?



**Step 2** How do I solve it?  
I can draw a model.

**Step 3** What do I need to find?  
I need to find Mr Gan's share.  
Then, I need to find how much Mr Gan had left.



$$3 \text{ units} = \$4536$$

$$1 \text{ unit} = \$4536 \div 3 \\ = \$1512$$

Mr Fong's share was \$1512.

$$2 \text{ units} = \$1512 \times 2 \\ = \$3024$$

Mr Gan's share was \$3024.

**Step 4** How can I check my answer?  
I can use estimation to check  
if my answers are reasonable.

# Solución de problemas

## Representar datos con dibujos

Resuelve los siguientes problemas representando el dato desconocido con un dibujo. Comprueba después que la solución es correcta.

En las dos clases de 6.º recogieron alimentos para una campaña solidaria. En 6.º B recogieron 9 kg más que en 6.º A y entre las dos clases recogieron 71 kg de alimentos. ¿Cuántos kilos recogieron en cada clase?

► No sabemos cuántos kilos se recogieron en 6.º A. Representamos ese dato con un dibujo ► ●

1.º Escribimos los datos del problema.

Kilos que recogieron en 6.º A: ●

Kilos que recogieron en 6.º B: ● + 9

2.º Expresamos la condición del problema: la suma de las dos cantidades es 71 kg, y calculamos.

$$\bullet + \bullet + 9 = 71$$

$$2 \times \bullet + 9 = 71$$

$$2 \times \bullet = 71 - 9 = 62$$

$$\bullet = 62 : 2 = 31$$

3.º Hallamos la solución.

$$6.º A \text{ ► } \bullet = 31 \text{ kg}$$

$$6.º B \text{ ► } \bullet + 9 = 31 + 9 = 40 \text{ kg}$$

4.º Comprobamos.

$$40 = 31 + 9$$

$$31 + 40 = 71$$



**Solución:** En 6.º A recogieron 31 kg de alimentos y en 6.º B recogieron 40 kg.



# Conclusiones (3)

**Libros  
Españoles**

**&**

**Libros  
Singapur**

- Problemas más  
variados y auténticos  
- Modelos con más  
razonamiento

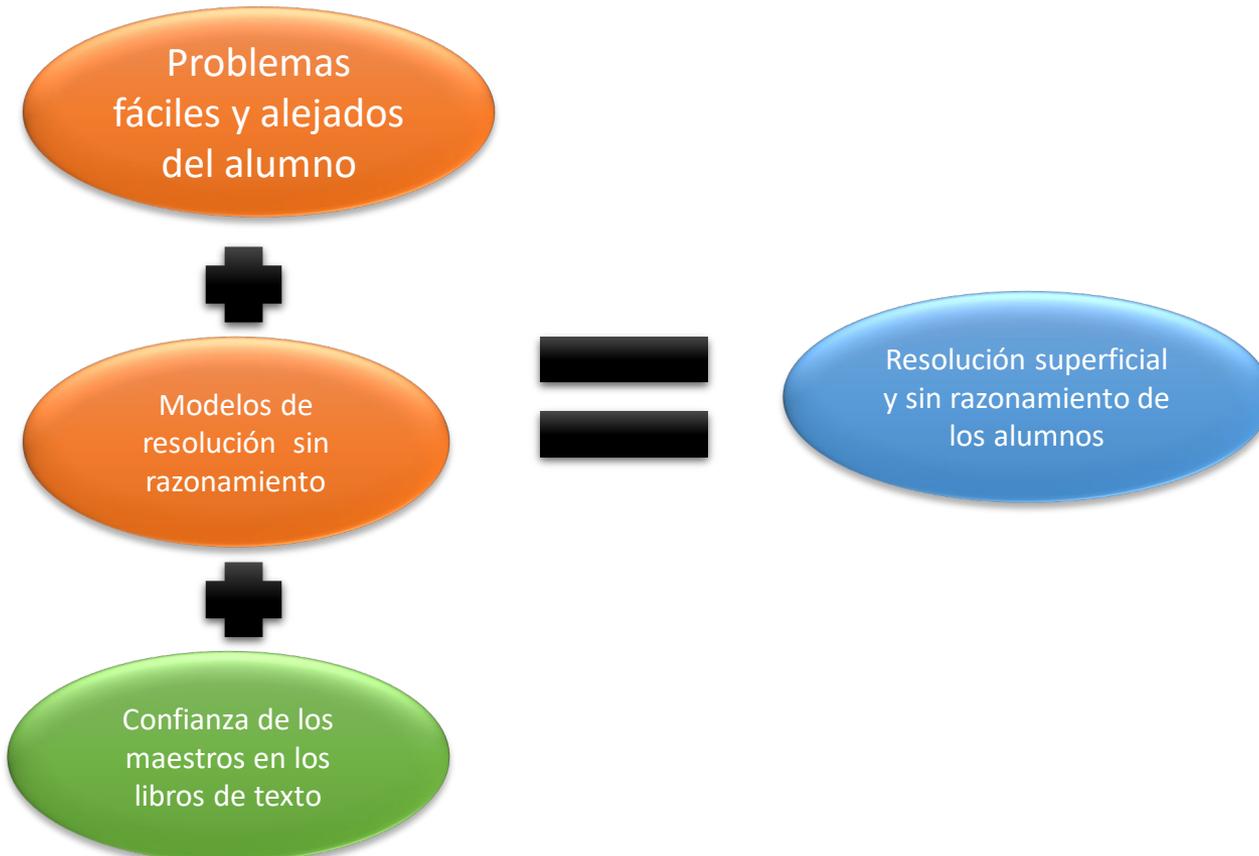
+

-



# Conclusiones (4)

Elementos que entorpecen la comprensión de los problemas



# Conclusiones (4)

Elementos que podrían favorecer la comprensión de los problemas

---



# ¿Causas? ¿Soluciones?



**¡ MUCHAS GRACIAS!**

