

# PROBLEMAS CON LOS PROBLEMAS: DE RESOLVER SIN RAZONAR, A RAZONAR PARA APRENDER



**Santiago Vicente Martín.**

Universidad de Salamanca.

Dpto. Psicología Evolutiva y de la Educación.

Facultad de Educación

# Objetivos del curso

1.- Comprender la necesidad de enseñar a los alumnos a resolver problemas a través del razonamiento.

2.- Tomar conciencia del modo de resolver problemas que se promueve cuando se implementan los libros de texto más utilizados en las aulas.

Sesión 1

3.- Conocer los diferentes tipos de problemas de estructura aditiva y multiplicativa, y las posibilidades que ofrecen para promover el razonamiento.

4.- Aprender a utilizar las ayudas al razonamiento más efectivas y más frecuentes, en los métodos de aprendizaje más efectivos.

Sesiones  
2 y 3

# Organización de las sesiones

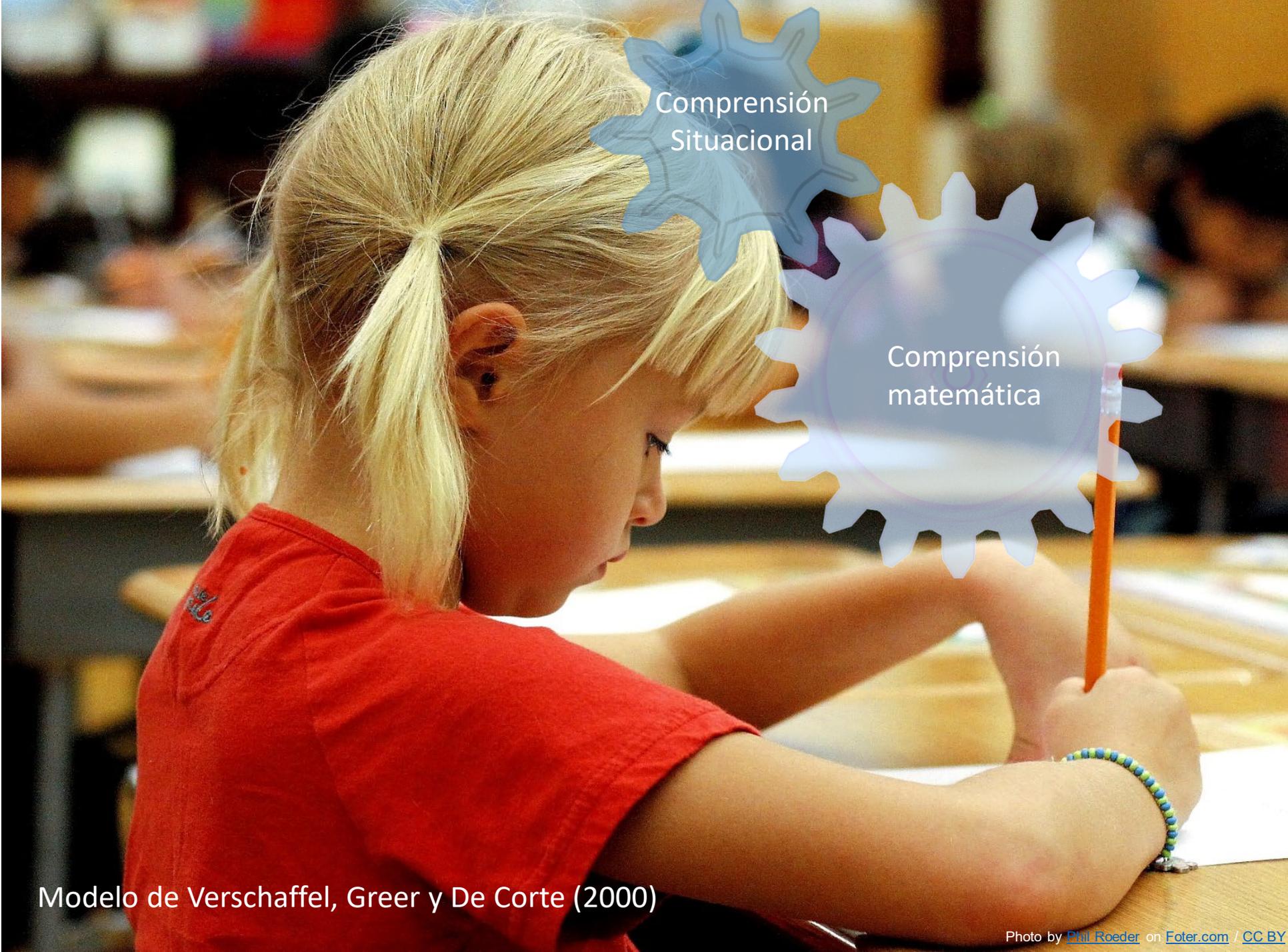
---

- 4 de marzo: Justificación y planteamiento general
- 10 de marzo: problemas de estructura aditiva. Ayudas
- 11 de marzo: problemas de estructura multiplicativa y otros tipos de problemas. Ayudas  
Conclusiones del curso

# Antes de empezar...

Recordamos  
algunas ideas...





Comprensión  
Situacional

Comprensión  
matemática

Modelo de Verschaffel, Greer y De Corte (2000)



Selección de datos  
+ palabra clave

Elección + ejecución  
de operaciones

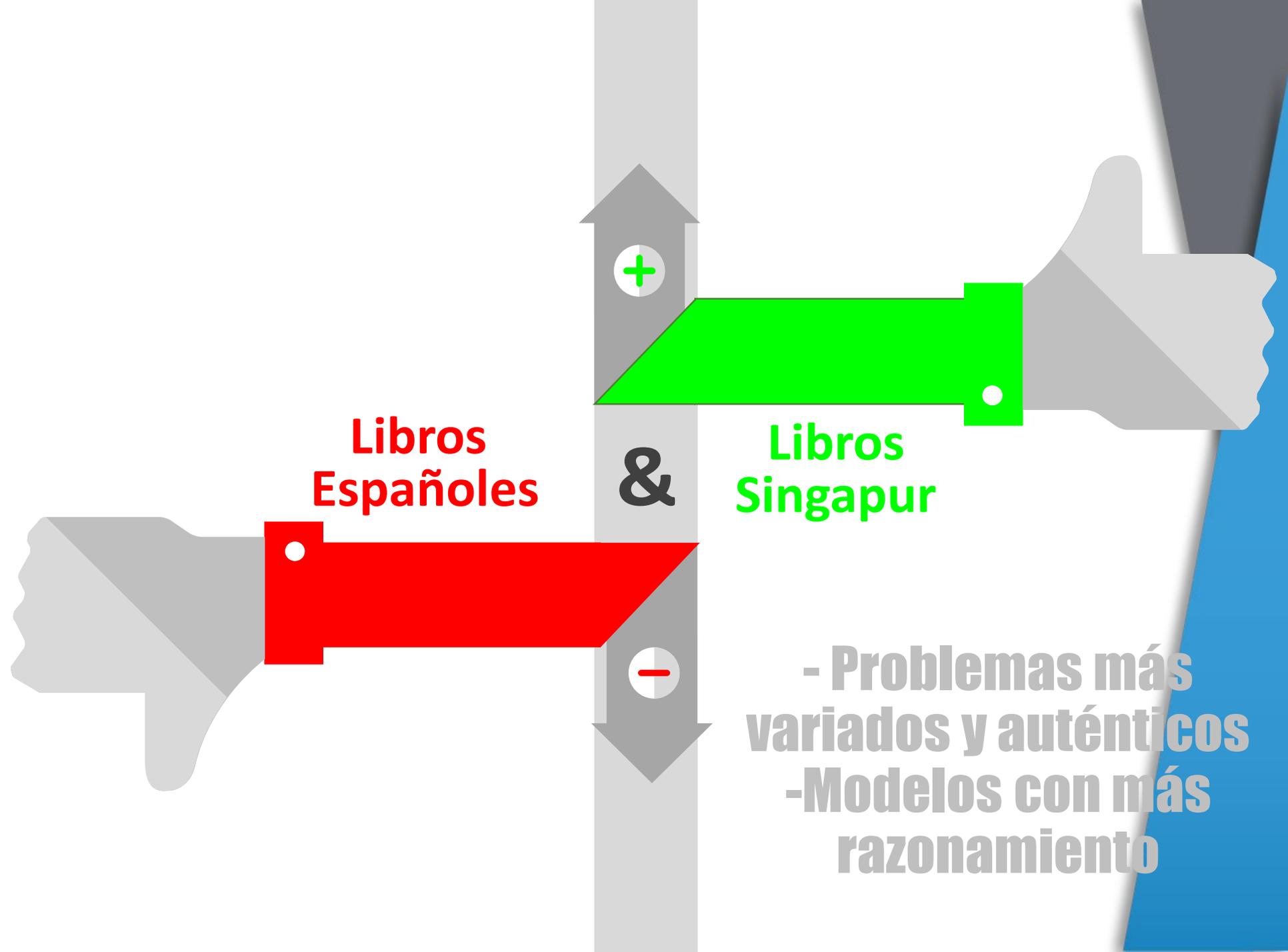
Modelo de Verschaffel, Greer y De Corte (2000)

**Libros  
Españoles**

**&**

**Libros  
Singapur**

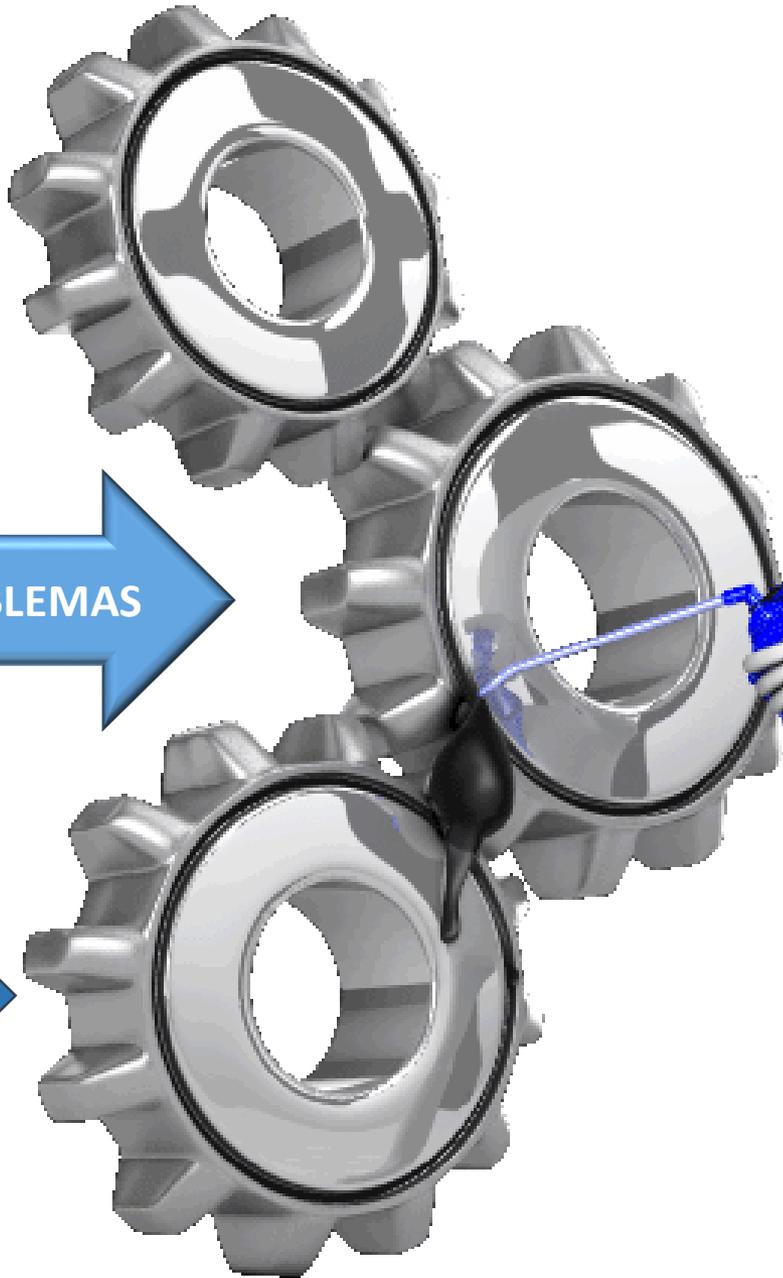
**- Problemas más  
variados y auténticos  
-Modelos con más  
razonamiento**



MODELOS

PROBLEMAS

ALUMNO

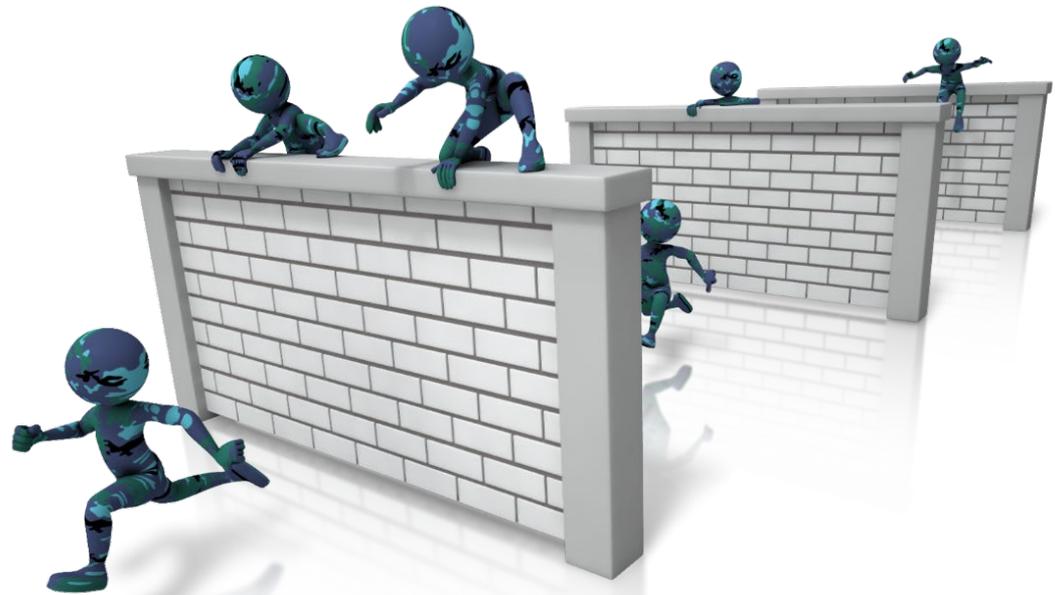


TÚ

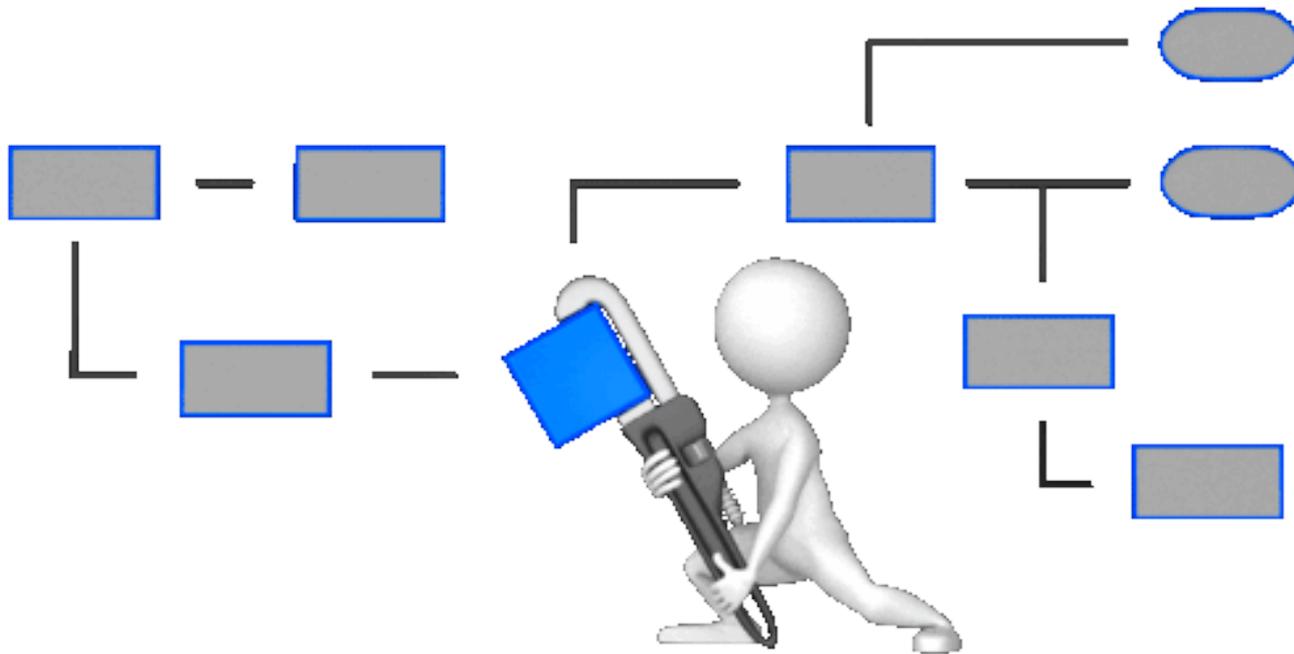


# ¿Qué se puede hacer?

Ejemplos prácticos de cómo sobrevivir a un libro mediocre



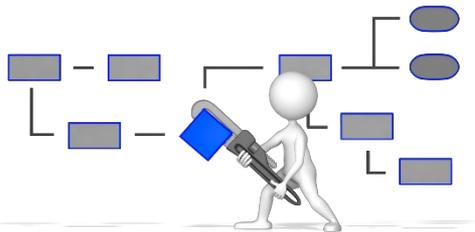
# Qué podemos hacer con los libros que tenemos. Aumentar la variedad de los problemas



## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos. Aumentar la variedad de los problemas

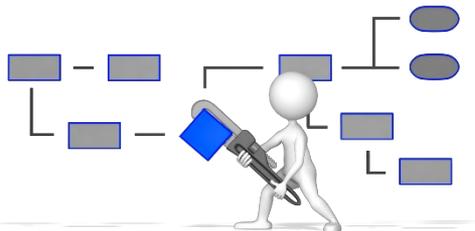
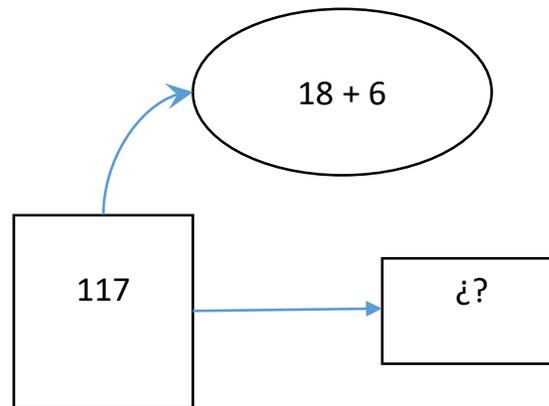
---

Elena tenía 117 €. Compró un disco que costaba 18 € y un libro que costaba 6 €. ¿Cuánto dinero le quedó después de comprar? (Santillana, 3º, p. 67)



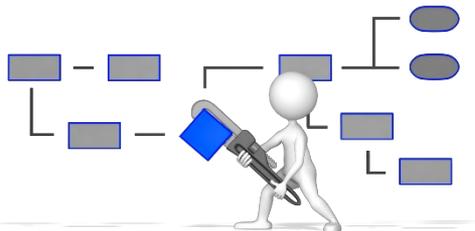
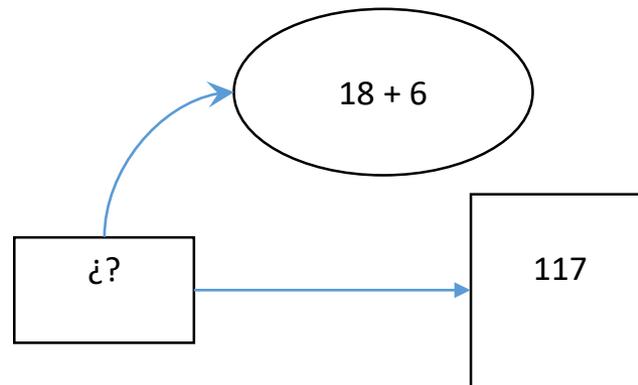
## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos. Aumentar la variedad de los problemas

Elena tenía 117 €. Compró un disco que costaba 18 € y un libro que costaba 6 €. ¿Cuánto dinero le quedó después de comprar? (Santillana, 3º, p. 67)



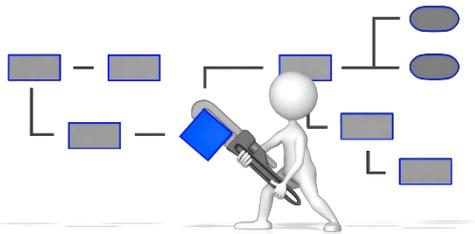
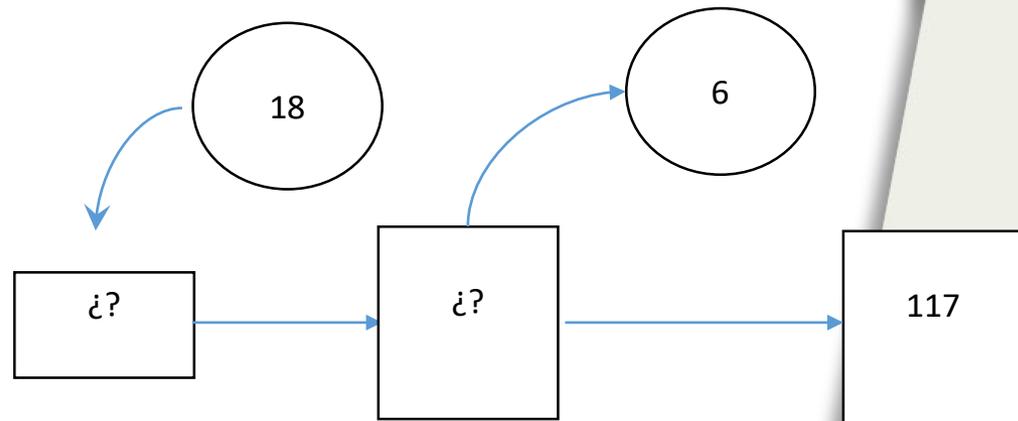
## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos. Aumentar la variedad de los problemas

Elena tenía algunos €. Compró un disco que costaba 18 € y un libro que costaba 6 €. Si al final tenía 117€ ¿cuánto dinero tenía antes de la compra?



## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos. Aumentar la variedad de los problemas

Elena tenía algunos €. Sacó 18€ del cajero y compró un libro que costaba 6 €. Si al final tenía 117€ ¿cuánto dinero tenía al principio?



## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos. Aumentar la variedad de los problemas

Elena tenía 117 €. Compró un disco que costaba 15 € y un libro que costaba 6 €.

¿Cuánto dinero costaban el libro y el disco juntos?

¿Cuánto dinero costaba el libro menos que el disco?

¿Cuánto dinero costaba el disco más que el libro?

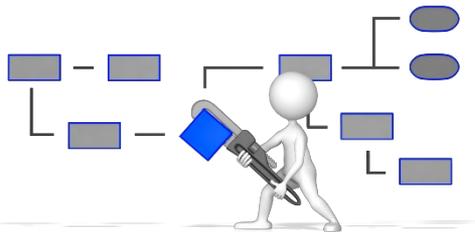
¿Cuántos discos podría haber comprado con el dinero que tenía?

¿Cuántos libros puede comprar si se gasta la 72 euros en discos?

¿Cuántas veces cuesta el libro menos que el disco?

¿Cuántas veces cuesta el disco más que el libro?

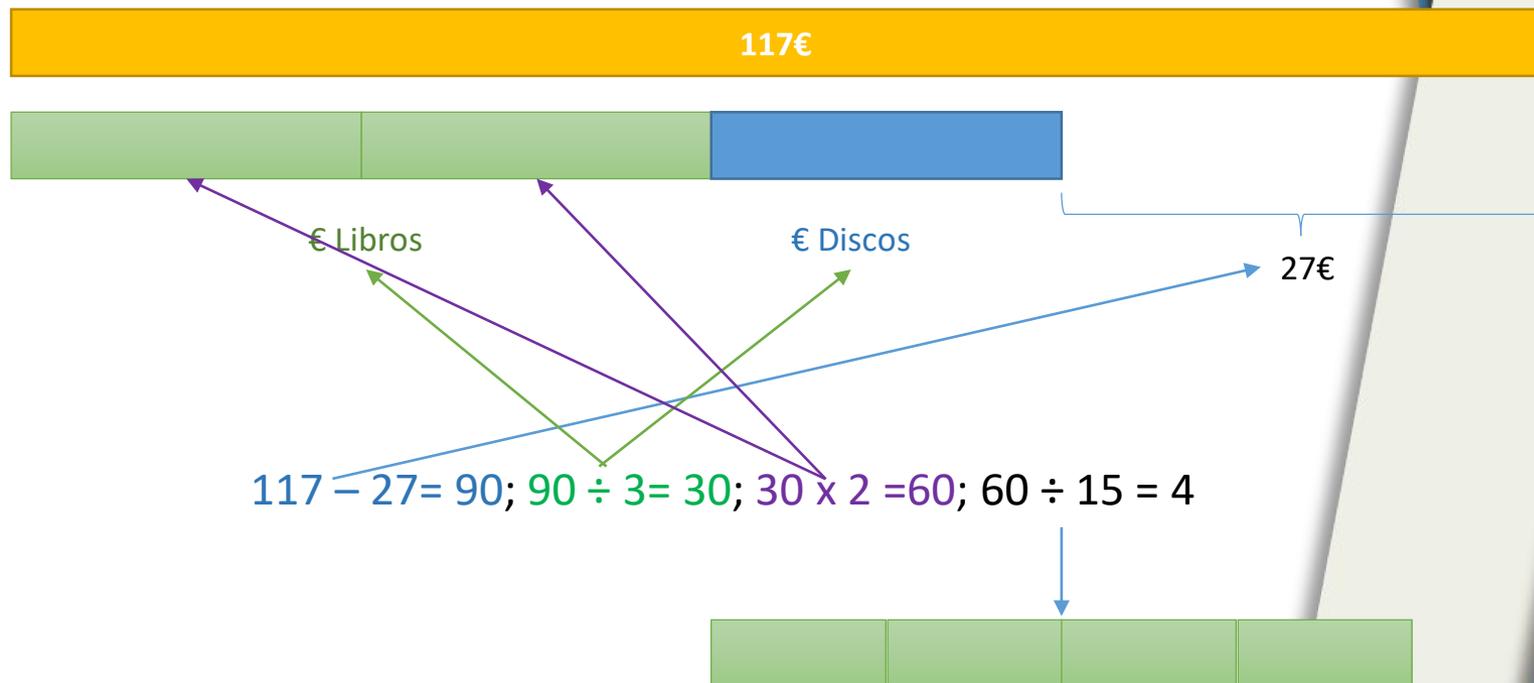
Si Elena se gasta el doble en libros que en discos y al final le sobran 27 euros, ¿cuántos libros compró?



## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos.

### Aumentar la variedad de los problemas. **Ayudas**

Elena tenía 117 €. Compró discos que costaban 18 € y libros costaban 6 €. Si Elena se gasta el doble en libros que en discos y al final le sobran 27 euros, ¿cuántos libros compró?



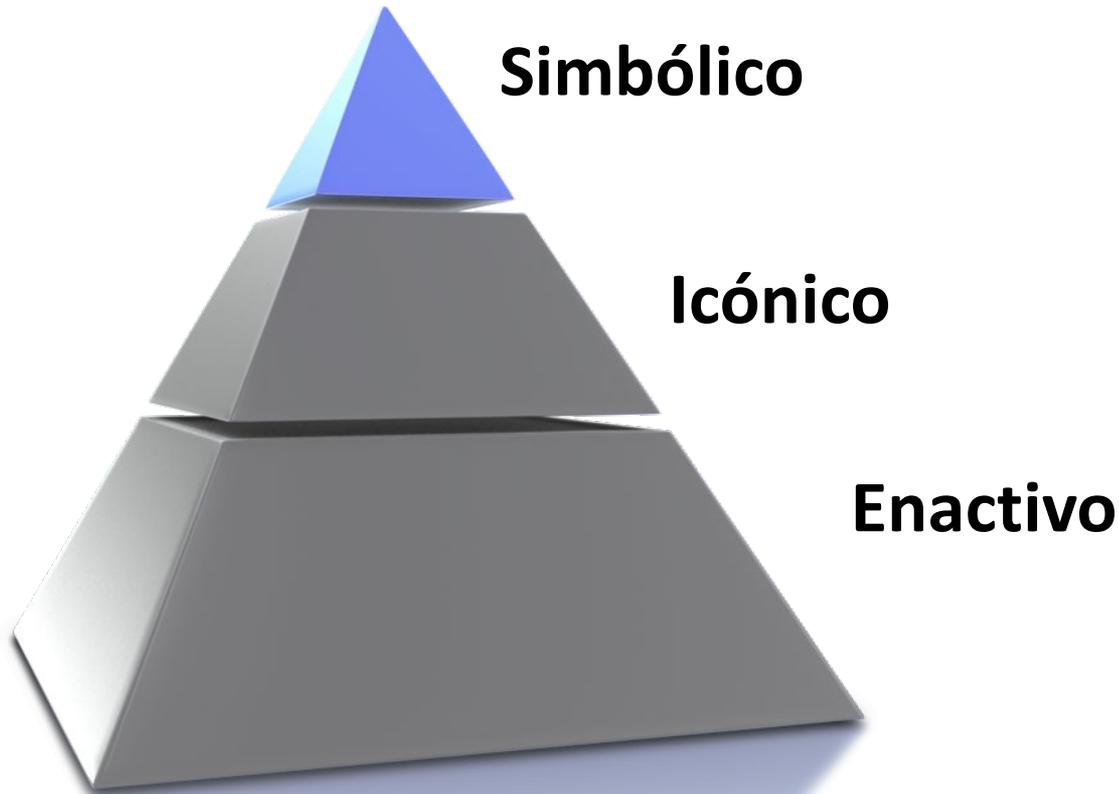
## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos.

Aumentar la variedad de los problemas. **Ayudas**



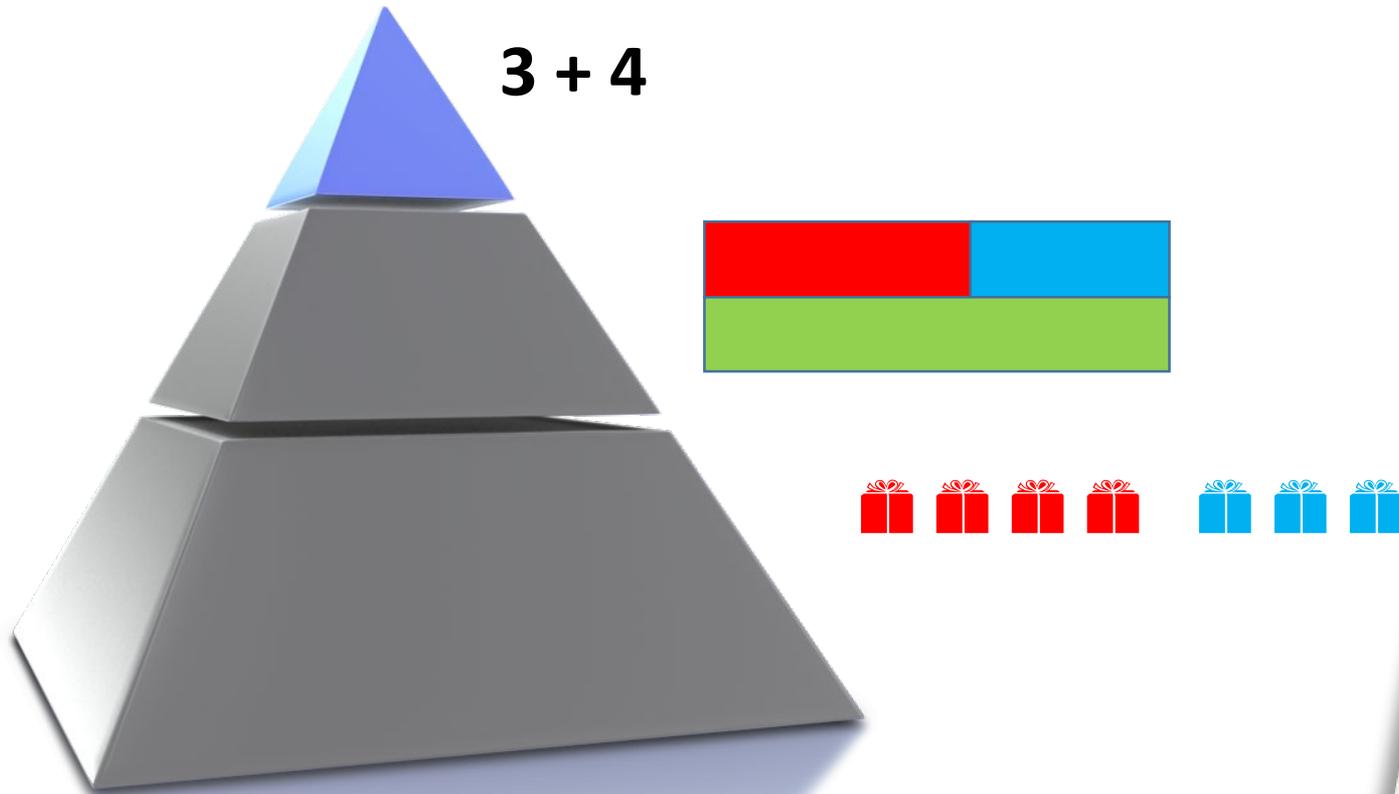
# Cómo (2): Niveles representacionales

---



**Niveles representacionales  
(Bruner, 1964)**

# Cómo (2): Niveles representacionales

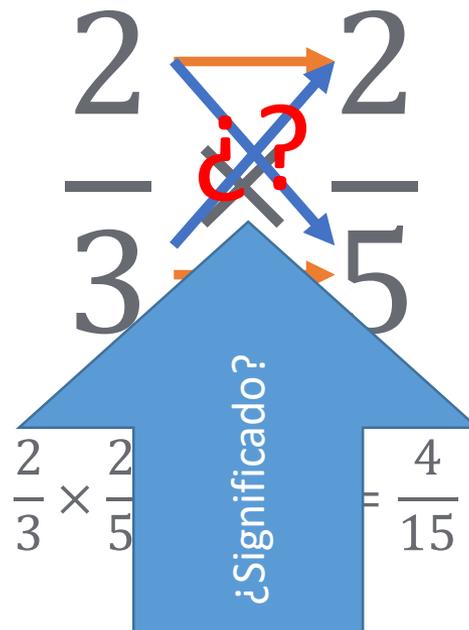


**Niveles representacionales  
(Bruner, 1964)**

## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos.

**Aumentar la variedad de los problemas. Ayudas**

Michelle preparó una mezcla de jugos de manzana, zanahoria y apio.  $\frac{1}{3}$  de la mezcla era de zumo de manzana y  $\frac{2}{5}$  del resto fue jugo de apio. 315 ml de la mezcla era jugo de apio. ¿Qué volumen de la mezcla era el jugo de zanahoria?



## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos.

**Aumentar la variedad de los problemas. Ayudas**

---

Michelle preparó una mezcla de jugos de manzana, zanahoria y apio.  $\frac{1}{3}$  de la mezcla era de zumo de manzana y  $\frac{2}{5}$  del resto fue jugo de apio. 315 ml de la mezcla era jugo de apio. ¿Qué volumen de la mezcla era el jugo de zanahoria?

---

## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos.

**Aumentar la variedad de los problemas. Ayudas**

---

Michelle preparó una mezcla de jugos de manzana, zanahoria y apio.  $\frac{1}{3}$  de la mezcla era de zumo de manzana y  $\frac{2}{5}$  del resto fue jugo de apio. 315 ml de la mezcla era jugo de apio. ¿Qué volumen de la mezcla era el jugo de zanahoria?

## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos.

**Aumentar la variedad de los problemas. Ayudas**

Michelle preparó una mezcla de jugos de manzana, zanahoria y apio.  $\frac{1}{3}$  de la mezcla era de zumo de manzana y  $\frac{2}{5}$  del resto fue jugo de apio. 315 ml de la mezcla era jugo de apio. ¿Qué volumen de la mezcla era el jugo de zanahoria?



## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos.

**Aumentar la variedad de los problemas. Ayudas**

Michelle preparó una mezcla de jugos de manzana, zanahoria y apio.  $\frac{1}{3}$  de la mezcla era de zumo de manzana y  $\frac{2}{5}$  del resto fue jugo de apio. 315 ml de la mezcla era jugo de apio. ¿Qué volumen de la mezcla era el jugo de zanahoria?



## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos.

Aumentar la variedad de los problemas. **Ayudas**

Michelle preparó una mezcla de jugos de manzana, zanahoria y apio.  $\frac{1}{3}$  de la mezcla era de zumo de manzana y  $\frac{2}{5}$  del resto fue jugo de apio. 315 ml de la mezcla era jugo de apio. ¿Qué volumen de la mezcla era el jugo de zanahoria?



## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos.

Aumentar la variedad de los problemas. **Ayudas**

Michelle preparó una mezcla de jugos de manzana, zanahoria y apio.  $\frac{1}{3}$  de la mezcla era de zumo de manzana y  $\frac{2}{5}$  del resto fue jugo de apio. 315 ml de la mezcla era jugo de apio. ¿Qué volumen de la mezcla era el jugo de zanahoria?



## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos.

Aumentar la variedad de los problemas. **Ayudas**

Michelle preparó una mezcla de jugos de manzana, zanahoria y apio.  $\frac{1}{3}$  de la mezcla era de zumo de manzana y  $\frac{2}{5}$  del resto fue jugo de apio. 315 ml de la mezcla era jugo de apio. ¿Qué volumen de la mezcla era el jugo de zanahoria?



## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos.

Aumentar la variedad de los problemas. **Ayudas**

Michelle preparó una mezcla de jugos de manzana, zanahoria y apio.  $\frac{1}{3}$  de la mezcla era de zumo de manzana y  $\frac{2}{5}$  del resto fue jugo de apio. 315 ml de la mezcla era jugo de apio. ¿Qué volumen de la mezcla era el jugo de zanahoria?

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{3 \times 5} = \frac{4}{15}$$



## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos.

Aumentar la variedad de los problemas. **Ayudas**

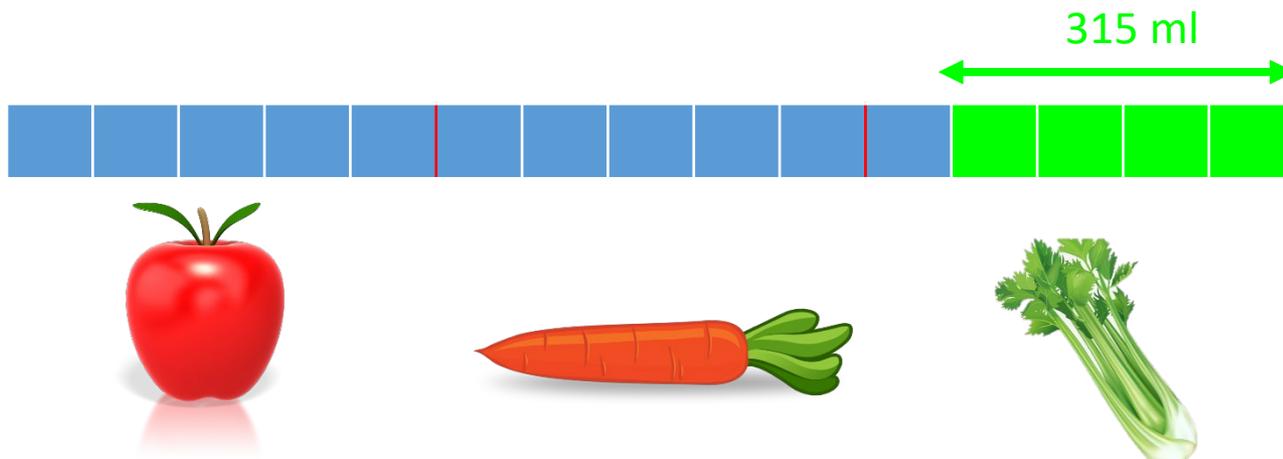
Michelle preparó una mezcla de jugos de manzana, zanahoria y apio.  $\frac{1}{3}$  de la mezcla era de zumo de manzana y  $\frac{2}{5}$  del resto fue jugo de apio. **315 ml de la mezcla era jugo de apio.** ¿Qué volumen de la mezcla era el jugo de zanahoria?



## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos.

Aumentar la variedad de los problemas. **Ayudas**

Michelle preparó una mezcla de jugos de manzana, zanahoria y apio.  $\frac{1}{3}$  de la mezcla era de zumo de manzana y  $\frac{2}{5}$  del resto fue jugo de apio. **315 ml de la mezcla era jugo de apio.** ¿Qué volumen de la mezcla era el jugo de zanahoria?



# ¿Cómo aumentar la variedad de problemas según su estructura matemática



## Problemas de estructura aditiva



## Problemas de estructura multiplicativa



# Problemas de estructura aditiva

Tipos y subtipos



# 1.- TIPOS DE PROBLEMAS

Juan tiene 3 € y su hermana Ana tiene 5 €. ¿Cuánto dinero tienen entre los dos?

Juan tiene 3 €. Si le dieran 5 más tendría los mismos que su hermana Ana. ¿Cuánto dinero tiene Ana?

$$3 + 5 = \text{¿?}$$

Ana tenía 3 € y su abuela le dio 5 más. ¿Cuántos tiene ahora?

Juan tenía 3 € y su hermana Ana tiene 5 € más que él. ¿Cuánto dinero tiene Ana?

# 1.- TIPOS DE PROBLEMAS

COMBINACIÓN

IGUALACIÓN ←  $3 + 5 = \text{¿?}$  → CAMBIO

COMPARACIÓN

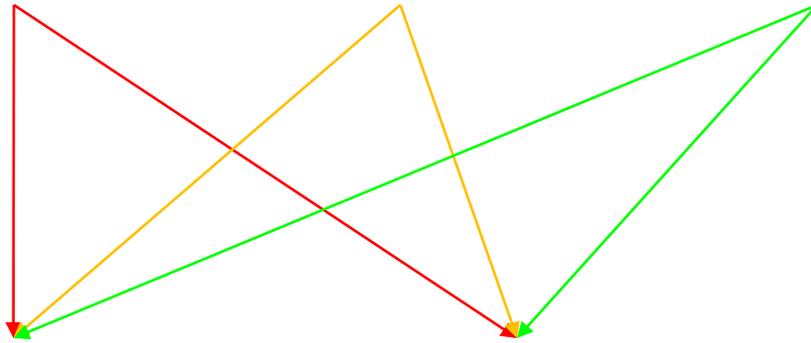
## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

CANTIDAD 1

CANTIDAD 2

CANTIDAD 3



TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

ADITIVOS

SUSTRATIVOS

## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE CAMBIO

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

INICIAL

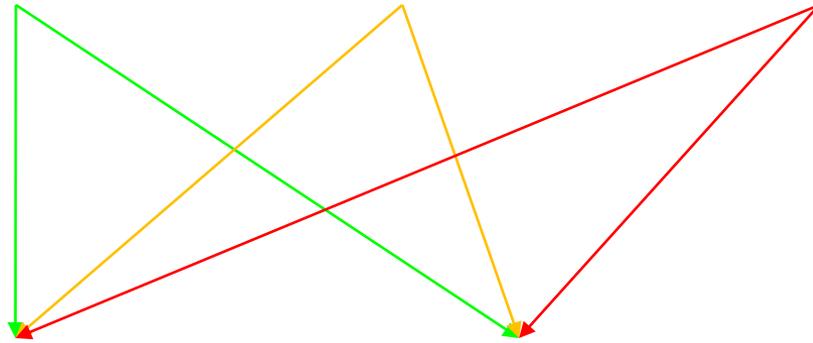
CAMBIO

FINAL

TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

GANAR

PERDER



## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE CAMBIO

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

FINAL

TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

GANAR

CAMBIO 1: Ana tenía 3 euros y su abuela le da 5 más. ¿Cuánto dinero tiene Ana ahora?

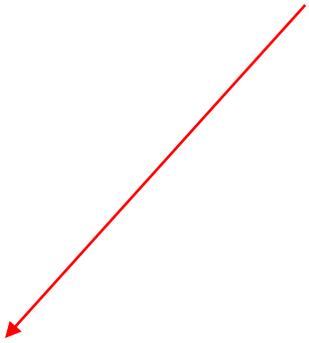
## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE CAMBIO

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

FINAL

PERDER



CAMBIO 2: Ana tenía 8 euros y se gasta  
5 en chuches. ¿Cuánto dinero tiene Ana ahora?

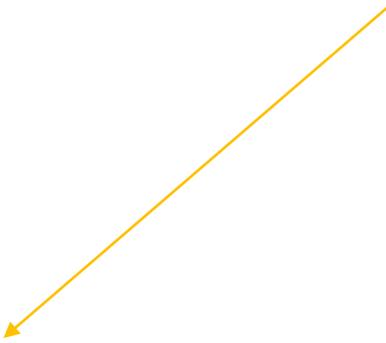
## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE CAMBIO

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

CAMBIO

TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

GANAR



CAMBIO 3: Ana tenía 3 euros y su abuela le dio algunos euros más. Si ahora tiene 8, ¿cuánto dinero le dio su abuela?

## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE CAMBIO

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

CAMBIO



PERDER

CAMBIO 4: Ana tenía 8 euros y se gasta algunos euros chuches. Si al final le quedan 3 euros, ¿cuánto dinero se ha gastado?

## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE CAMBIO

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

INICIAL



GANAR

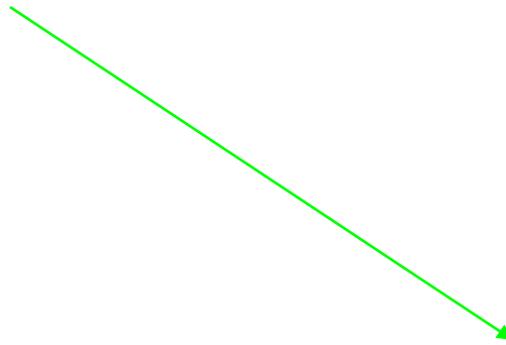
TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

CAMBIO 5: Ana tenía algunos euros y su abuela le da 5 más. Si ahora tiene 8 euros, ¿cuánto dinero tenía Ana al principio?

## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE CAMBIO

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

INICIAL



TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

PERDER

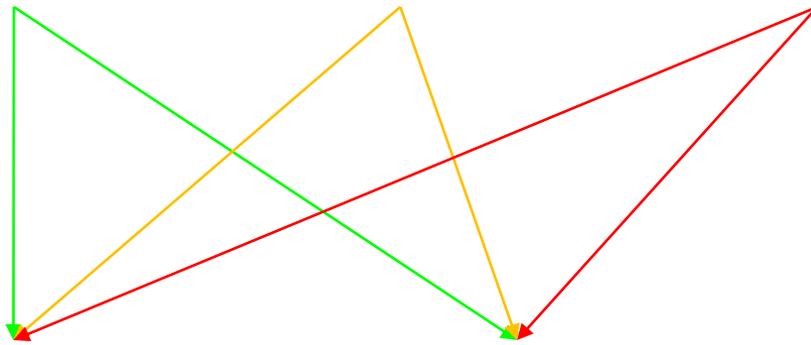
CAMBIO 6: Ana tenía algunos euros y se gasta 5 en chuches. Si al final le quedan 3 euros, ¿cuánto dinero tenía Ana al principio?



## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE COMPARACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

REFERENTE    COMPARADO    DIFERENCIA



TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

“MÁS QUE”

“MENOS QUE”

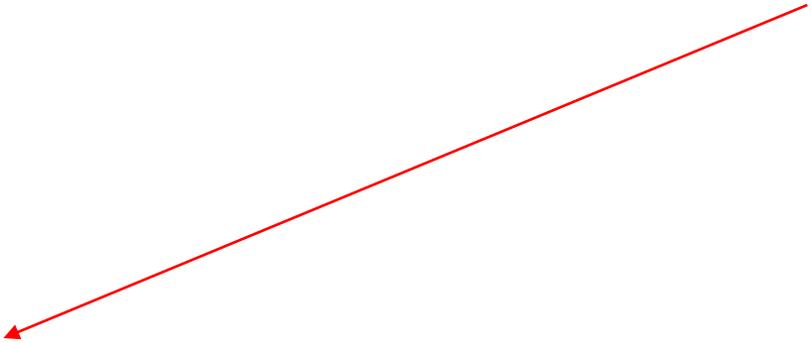
## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE COMPARACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

DIFERENCIA

TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

“MÁS QUE”



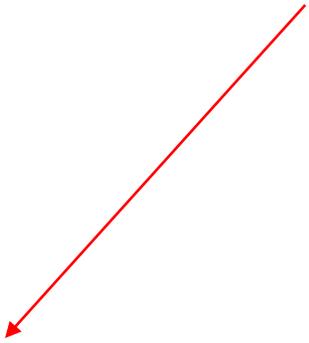
COMPARACIÓN 1: Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuántos euros tiene Ana más que Juan?

## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE COMPARACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

DIFERENCIA

TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA



“MENOS QUE”

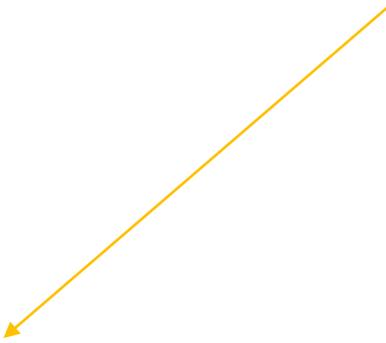
COMPARACIÓN 2: Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuántos euros tiene Juan menos que Ana?

## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE COMPARACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

COMPARADO

TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA



“MÁS QUE”

COMPARACIÓN 3: Juan tiene 3 euros. Su hermana Ana tiene 5 euros más que Juan. ¿Cuántos euros tiene Ana?

## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE COMPARACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

COMPARADO



TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

“MENOS QUE”

COMPARACIÓN 4: Ana tiene 8 euros. Su hermano Juan tiene 3 euros menos que Ana. ¿Cuántos euros tiene Juan?

## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE COMPARACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

REFERENCIA



“MÁS QUE”

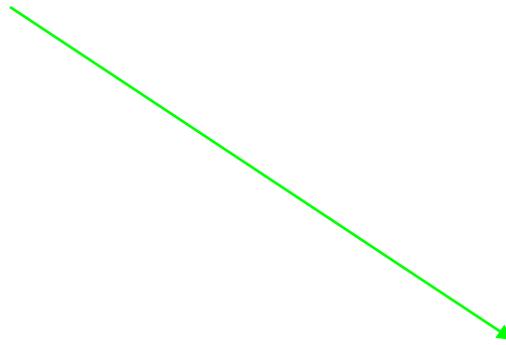
TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

COMPARACIÓN 5: Ana tiene 8 euros, que son 3 más de los que tiene su hermano Juan ¿Cuántos euros tiene Juan?

## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE COMPARACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

REFERENCIA



TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

“MENOS QUE”

COMPARACIÓN 6: Juan tiene 3 euros, que son 5 menos de los que tiene su hermana Ana. ¿Cuántos euros tiene Ana?

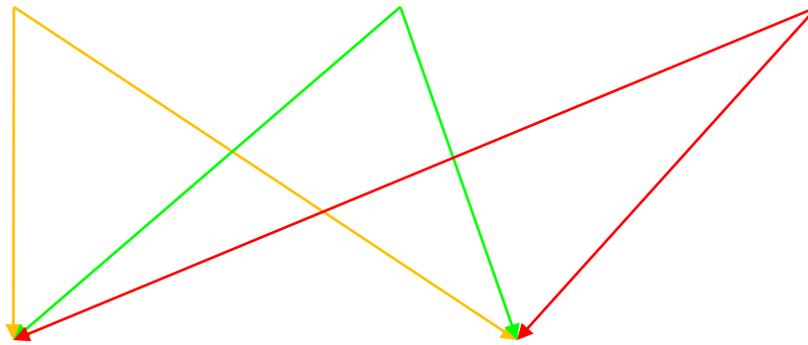
## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE IGUALACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

REFERENTE

COMPARADO

DIFERENCIA



DAR

QUITAR

TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

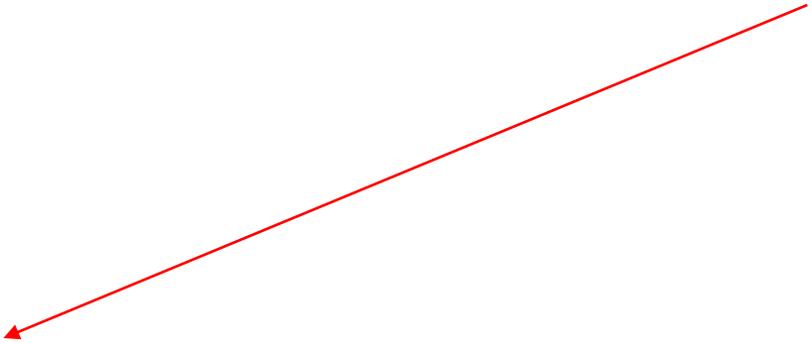
## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE IGUALACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

DIFERENCIA

TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

DAR



IGUALACIÓN 1: Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuánto dinero tendrían que darle a Juan para tener el mismo que Ana?

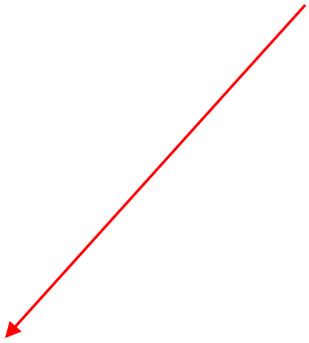
## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE IGUALACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

DIFERENCIA

TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

QUITAR



IGUALACIÓN 2: Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuánto dinero tendrían que quitarle a Ana para tener el mismo que Juan?

## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE IGUALACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

REFERENCIA



DAR

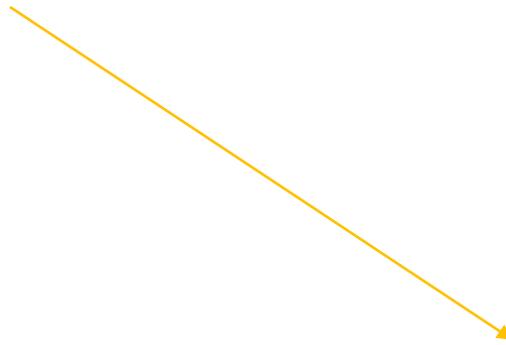
TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

Igualación 5: Juan tiene 3 euros. Si le dieran 3 euros más tendría el mismo dinero que su hermana Ana. ¿Cuántos euros tiene Ana?

## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE IGUALACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

REFERENCIA



TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

QUITAR

Igualación 6: Ana tiene 8 euros. Si le quitaran 3 euros tendría el mismo dinero que su hermano Juan. ¿Cuántos euros tiene Juan?

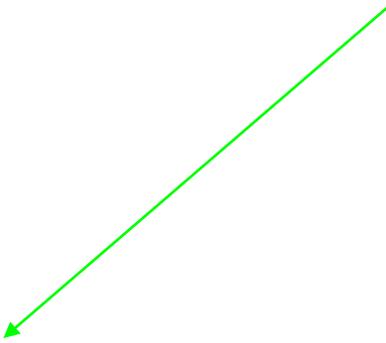
## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE IGUALACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

COMPARADO

TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

DAR



IGUALACIÓN 3: Ana tiene 8 euros. Si a su hermano Juan le dieran 3 más de los que tiene tendría el mismo dinero que Ana.  
¿Cuánto dinero tiene Juan?

## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE IGUALACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

COMPARADO



TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

QUITAR

IGUALACIÓN 4: Juan tiene 3 euros. Si a su hermana Ana le quitaran 5 euros tendría el mismo dinero que Juan.  
¿Cuánto dinero tiene Ana?

## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE COMBINACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

PARTE 1  $\equiv$  PARTE 2

TOTAL

TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

¿“CADA UNO”?

“ENTRE LOS  
DOS”



## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE COMBINACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

PARTE 1 = PARTE 2

TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

¿“CADA UNO”?

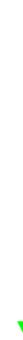
Combinación 1: Juan tiene 3 € y su hermana Ana tiene 5 €. ¿Cuánto dinero tienen entre los dos?

## 2.- SUB-TIPOS DE PROBLEMAS DE COMBINACIÓN

CANTIDAD  
DESCONOCIDA

TÉRMINOS DEL  
PROBLEMA

TOTAL



“ENTRE LOS  
DOS”

Combinación 2: Juan tiene y su hermana Ana tienen 8 € entre los dos. Si Juan tiene 3 euros, ¿cuánto dinero tiene Ana?



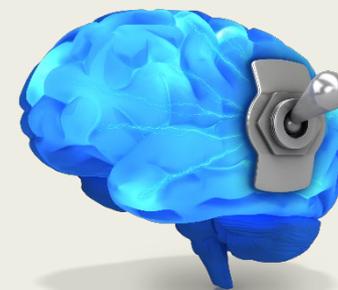
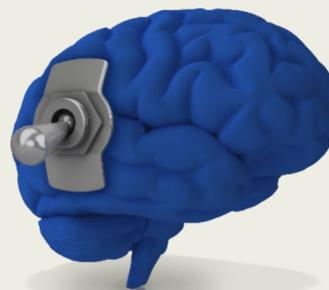
# Cómo determinar el nivel de dificultad



Proximidad  
enunciado -  
procedimientos de  
conteo y cálculo



Resolución  
superficial Vs genuina





# Cómo determinar el nivel de dificultad



Proximidad  
enunciado -  
procedimientos de  
conteo y cálculo



# Proximidad enunciado-procedimientos de resolución

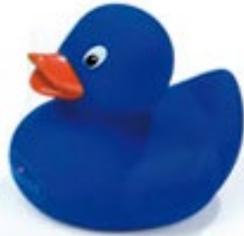
Fáciles

Conteo básico a partir del modelado directo del enunciado

**Sara tiene 3 patitos de goma. Por su cumpleaños le regalan 2 más. ¿Cuántos patitos tiene ahora?**



2



3



1

2

3

4



1

1



2

5

**Sara tiene 8 patitos de goma. Inés tiene 3 patitos de goma. ¿Cuántos patitos de goma tiene Sara más que Inés? ¿Cuántos patitos de goma tiene Inés menos que Sara?**



1



2



3



4



5



6



7



8



1



2



3



1



2



3

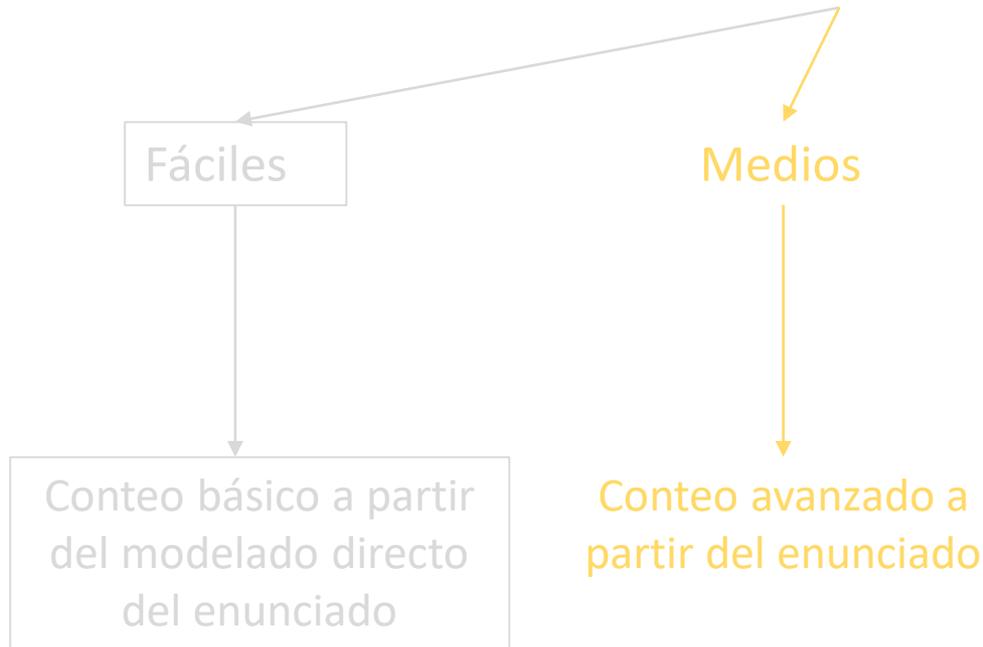


4



5

# Proximidad enunciado-procedimientos de resolución



**Miguel tiene 5 caramelos. Su tío le da algunos caramelos más. Ahora tiene 8 caramelos.  
¿Cuántos caramelos le dio su tío a Miguel?**



**Javier tiene 3 caramelos. Miguel tiene 5 caramelos más que Javier. ¿Cuántos caramelos tiene Miguel?**



3

4

5

6

7

8

(1)

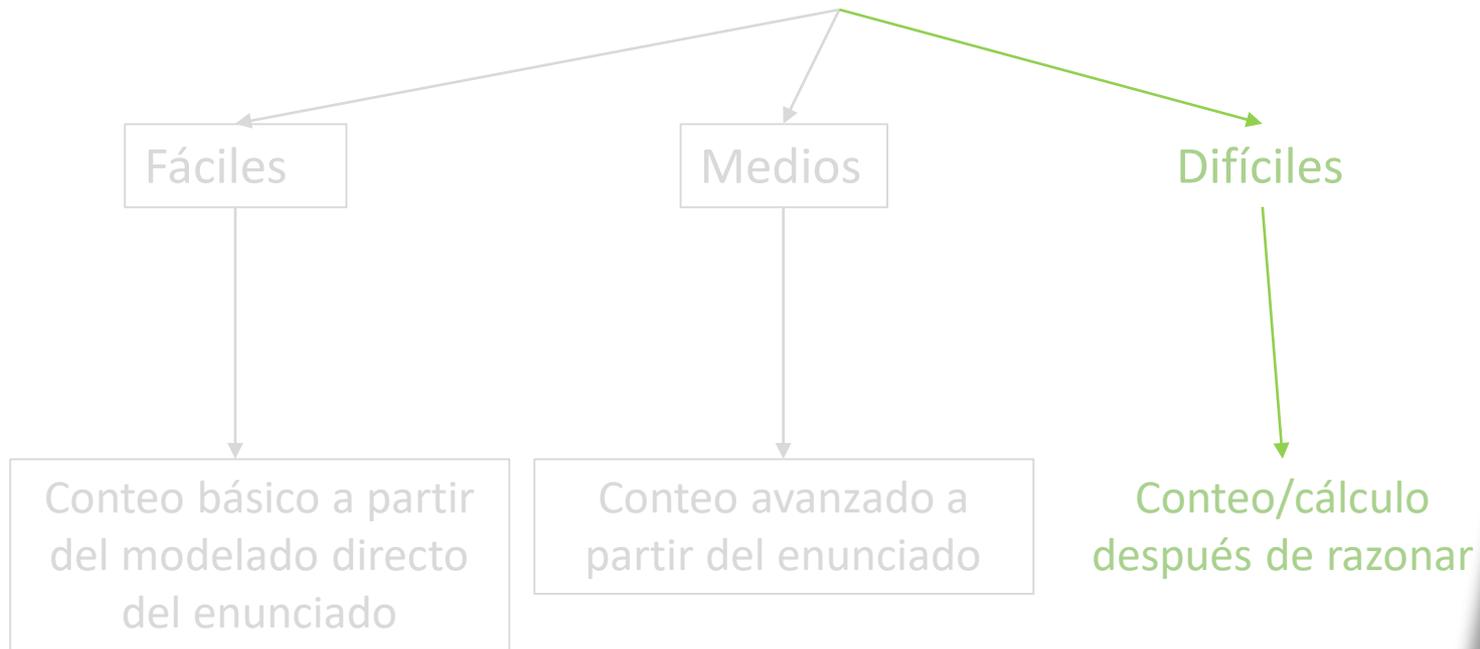
(2)

(3)

(4)

(5)

# Proximidad enunciado-procedimientos de resolución



Martín tiene 5 euros, que son 3 menos de los que tiene Rodrigo.  
¿Cuántos euros tiene Rodrigo?



“Si Martín tiene 3 euros menos que Rodrigo, entonces Rodrigo tiene 3 euros más que Martín”

Si ¿? (Rodrigo) – 3 = 5 (Martín), entonces 5 (Martín) + 3 = ¿? (Rodrigo)

Rodrigo tenía algunos euros. Ha perdido 5 euros, y le han quedado 3 euros. ¿Cuántos euros tenía Rodrigo al principio?



5

6

7

8

(1)

(2)

(3)

Si  $\text{¿?} - 5 = 3$ , entonces  $5 + 3 = \text{¿?}$

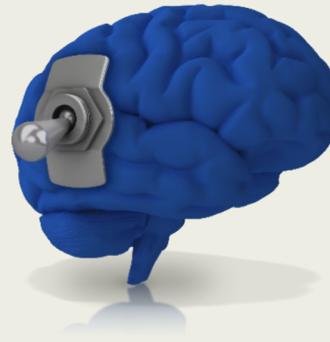
	COMBINACIÓN	CAMBIO	COMPARACIÓN	IGUALACIÓN
1	Juan tiene 3 € y su hermana Ana tiene 5 €. ¿Cuánto dinero tienen entre los dos?	Ana tenía 3 euros y su abuela le da 5 más. ¿Cuánto dinero tiene Ana ahora?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuántos euros tiene Ana más que Juan?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuánto dinero tendrían que darle a Juan para tener el mismo que Ana?
2	Juan tiene y su hermana Ana tienen 8 € entre los dos. Si Juan tiene 3 euros, ¿cuánto dinero tiene Ana?	Ana tenía 8 euros y se gasta 5 en chuches. ¿Cuánto dinero tiene Ana ahora?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuántos euros tiene Juan menos que Ana?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuánto dinero tendrían que quitarle a Ana para tener el mismo que Juan?
3		Ana tenía 3 euros y su abuela le dio algunos euros más. Si ahora tiene 8, ¿cuánto dinero le dio su abuela?	Juan tiene 3 euros. Su hermana Ana tiene 5 euros más que Juan. ¿Cuántos euros tiene Ana?	Ana tiene 8 euros. Si a su hermano Juan le dieran 3 más de los que tiene tendría el mismo dinero que Ana. ¿Cuánto dinero tiene Juan?
4		Ana tenía 8 euros y se gasta algunos euros chuches. Si al final le quedan 3 euros, ¿cuánto dinero se ha gastado?	Ana tiene 8 euros. Su hermano Juan tiene 3 euros menos que Ana. ¿Cuántos euros tiene Juan?	Juan tiene 3 euros. Si a su hermana Ana le quitaran 5 euros tendría el mismo dinero que Juan. ¿Cuánto dinero tiene Ana?
5		Ana tenía algunos euros y su abuela le da 5 más. Si ahora tiene 8 euros, ¿cuánto dinero tenía Ana al principio?	Ana tiene 8 euros, que son 3 más de los que tiene su hermano Juan. ¿Cuántos euros tiene Juan?	: Juan tiene 3 euros. Si le dieran 3 euros más tendría el mismo dinero que su hermana Ana. ¿Cuántos euros tiene Ana?
6		Ana tenía algunos euros y se gasta 5 en chuches. Si al final le quedan 3 euros, ¿cuánto dinero tenía Ana al principio?	Juan tiene 3 euros, que son 5 menos de los que tiene su hermana Ana. ¿Cuántos euros tiene Ana?	Ana tiene 8 euros. Si le quitaran 3 euros tendría el mismo dinero que su hermano Juan. ¿Cuántos euros tiene Juan?



# Cómo determinar el nivel de dificultad

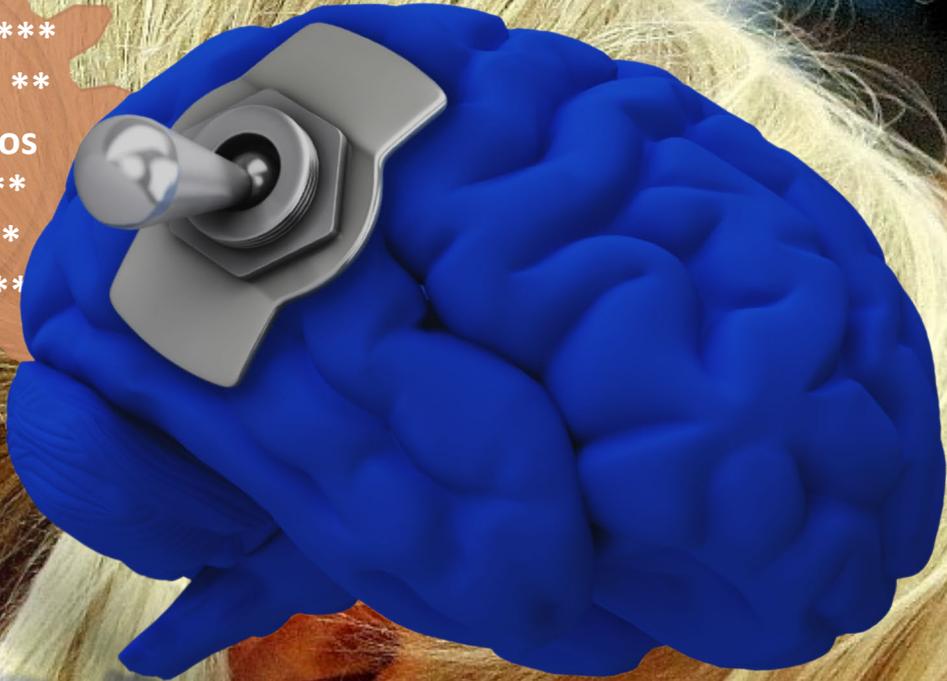


Resolución  
superficial Vs genuina



“\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\* 5 \*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\* menos  
que \*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*”

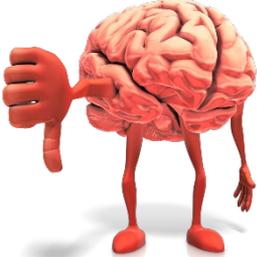
Datos: 5 y 3  
“menos que”  
Operación: Restar  
5 - 3



Modelo de Verschaffel, Greer y De Corte (2000)

	COMBINACIÓN	CAMBIO	COMPARACIÓN	IGUALACIÓN
1	Juan tiene 3 € y su hermana Ana tiene 5 €. ¿Cuánto dinero tienen entre los dos?	Ana tenía 3 euros y su abuela le da 5 más. ¿Cuánto dinero tiene Ana ahora?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuántos euros tiene Ana más que Juan?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuánto dinero tendrían que darle a Juan para tener el mismo que Ana?
2	Juan tiene y su hermana Ana tienen 8 € entre los dos. Si Juan tiene 3 euros, ¿cuánto dinero tiene Ana?	Ana tenía 8 euros y se gasta 5 en chuches. ¿Cuánto dinero tiene Ana ahora?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuántos euros tiene Juan menos que Ana?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuánto dinero tendrían que quitarle a Ana para tener el mismo que Juan?
3		Ana tenía 3 euros y su abuela le dio algunos euros más. Si ahora tiene 8, ¿cuánto dinero le dio su abuela?	Juan tiene 3 euros. Su hermana Ana tiene 5 euros más que Juan. ¿Cuántos euros tiene Ana?	Ana tiene 8 euros. Si a su hermano Juan le dieran 3 más de los que tiene tendría el mismo dinero que Ana. ¿Cuánto dinero tiene Juan?
4		Ana tenía 8 euros y se gasta algunos euros chuches. Si al final le quedan 3 euros, ¿cuánto dinero se ha gastado?	Ana tiene 8 euros. Su hermano Juan tiene 3 euros menos que Ana. ¿Cuántos euros tiene Juan?	Juan tiene 3 euros. Si a su hermana Ana le quitaran 5 euros tendría el mismo dinero que Juan. ¿Cuánto dinero tiene Ana?
5		Ana tenía algunos euros y su abuela le da 5 más. Si ahora tiene 8 euros, ¿cuánto dinero tenía Ana al principio?	Ana tiene 8 euros, que son 3 más de los que tiene su hermano Juan. ¿Cuántos euros tiene Juan?	Juan tiene 3 euros. Si le dieran 3 euros más tendría el mismo dinero que su hermana Ana. ¿Cuántos euros tiene Ana?
6		Ana tenía algunos euros y se gasta 5 en chuches. Si al final le quedan 3 euros, ¿cuánto dinero tenía Ana al principio?	Juan tiene 3 euros, que son 5 menos de los que tiene su hermana Ana. ¿Cuántos euros tiene Ana?	Ana tiene 8 euros. Si le quitaran 3 euros tendría el mismo dinero que su hermano Juan. ¿Cuántos euros tiene Juan?

	COMBINACIÓN	CAMBIO	COMPARACIÓN	IGUALACIÓN
1	Juan tiene 3 € y su hermana Ana tiene 5 €. ¿Cuánto dinero tienen <b>entre los dos</b> ?	Ana tenía 3 euros y su abuela <b>le da</b> 5 más. ¿Cuánto dinero tiene Ana ahora?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuántos euros tiene Ana <b>más que</b> Juan?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuánto dinero tendrían que <b>darle</b> a Juan para tener el mismo que Ana?
2	Juan tiene y su hermana Ana tienen 8 € <b>entre los dos</b> . Si Juan tiene 3 euros, ¿cuánto dinero tiene Ana?	Ana tenía 8 euros y <b>se gasta</b> 5 en chuches. ¿Cuánto dinero tiene Ana ahora?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuántos euros tiene Juan <b>menos que</b> Ana?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuánto dinero tendrían que <b>quitarle</b> a Ana para tener el mismo que Juan?
3	<p><b>TÉRMINOS ADITIVOS</b></p> <p><b>TÉRMINOS SUSTRATIVOS</b></p>	Ana tenía 3 euros y su abuela <b>le dio</b> algunos euros más. Si ahora tiene 8, ¿cuánto dinero le dio su abuela?	Juan tiene 3 euros. Su hermana Ana tiene 5 euros <b>más que</b> Juan. ¿Cuántos euros tiene Ana?	Ana tiene 8 euros. Si a su hermano Juan le dieran 3 <b>más de</b> los que tiene tendría el mismo dinero que Ana. ¿Cuánto dinero tiene Juan?
4		Ana tenía 8 euros y <b>se gasta</b> algunos euros chuches. Si al final le quedan 3 euros, ¿cuánto dinero se ha gastado?	Ana tiene 8 euros. Su hermano Juan tiene 3 euros <b>menos que</b> Ana. ¿Cuántos euros tiene Juan?	Juan tiene 3 euros. Si a su hermana Ana le <b>quitaran</b> 5 euros tendría el mismo dinero que Juan. ¿Cuánto dinero tiene Ana?
5		Ana tenía algunos euros y su abuela <b>le da</b> 5 más. Si ahora tiene 8 euros, ¿cuánto dinero tenía Ana al principio?	Ana tiene 8 euros, que son 3 <b>más de</b> los que tiene su hermano Juan. ¿Cuántos euros tiene Juan?	Juan tiene 3 euros. Si <b>le dieran</b> 3 euros más tendría el mismo dinero que su hermana Ana. ¿Cuántos euros tiene Ana?
6		Ana tenía algunos euros y <b>se gasta</b> 5 en chuches. Si al final le quedan 3 euros, ¿cuánto dinero tenía Ana al principio?	Juan tiene 3 euros, que son 5 <b>menos</b> de los que tiene su hermana Ana. ¿Cuántos euros tiene Ana?	Ana tiene 8 euros. Si le <b>quitaran</b> 3 euros tendría el mismo dinero que su hermano Juan. ¿Cuántos euros tiene Juan?

	COMBINACIÓN	CAMBIO	COMPARACIÓN	IGUALACIÓN
1	Juan tiene 3 € y su hermana Ana tiene 5 €. ¿Cuánto dinero tienen entre los dos?	Ana tenía 3 euros y su abuela le da 5 más. ¿Cuánto dinero tiene Ana ahora?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuántos euros tiene Ana más que Juan?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuánto dinero tendrían que darle a Juan para tener el mismo que Ana?
2	Juan tiene y su hermana Ana tienen 8 € entre los dos. Si Juan tiene 3 euros, ¿cuánto dinero tiene Ana?	Ana tenía 8 euros y se gasta 5 en chuches. ¿Cuánto dinero tiene Ana ahora?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuántos euros tiene Juan menos que Ana?	Ana tenía 5 euros. Su hermano Juan tenía 3. ¿Cuánto dinero tendrían que quitarle a Ana para tener el mismo que Juan?
3	 <p><b>CONSISTENTES</b></p>	Ana tenía 3 euros y su abuela le dio algunos euros más. Si ahora tiene 8, ¿cuánto dinero le dio su abuela?	Juan tiene 3 euros. Su hermana Ana tiene 5 euros más que Juan. ¿Cuántos euros tiene Ana?	Ana tiene 8 euros. Si a su hermano Juan le dieran 3 más de los que tiene tendría el mismo dinero que Ana. ¿Cuánto dinero tiene Juan?
4		Ana tenía 8 euros y se gasta algunos euros chuches. Si al final le quedan 3 euros, ¿cuánto dinero se ha gastado?	Ana tiene 8 euros. Su hermano Juan tiene 3 euros menos que Ana. ¿Cuántos euros tiene Juan?	Juan tiene 3 euros. Si a su hermana Ana le quitaran 5 euros tendría el mismo dinero que Juan. ¿Cuánto dinero tiene Ana?
5	<p><b>INCONSISTENTES</b></p> 	Ana tenía algunos euros y su abuela le da 5 más. Si ahora tiene 8 euros, ¿cuánto dinero tenía Ana al principio?	Ana tiene 8 euros, que son 3 más de los que tiene su hermano Juan. ¿Cuántos euros tiene Juan?	Juan tiene 3 euros. Si le dieran 3 euros más tendría el mismo dinero que su hermana Ana. ¿Cuántos euros tiene Ana?
6		Ana tenía algunos euros y se gasta 5 en chuches. Si al final le quedan 3 euros, ¿cuánto dinero tenía Ana al principio?	Juan tiene 3 euros, que son 5 menos de los que tiene su hermana Ana. ¿Cuántos euros tiene Ana?	Ana tiene 8 euros. Si le quitaran 3 euros tendría el mismo dinero que su hermano Juan. ¿Cuántos euros tiene Juan?

## 4.- Qué podemos hacer. Primero, elegir los mejores libros

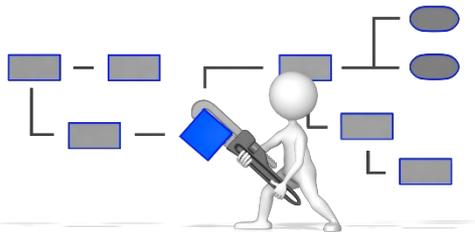


## 4.- Qué podemos hacer. Segundo, con los libros que tenemos, aumentar la variedad de los problemas (e introducir ayudas al razonamiento)

---

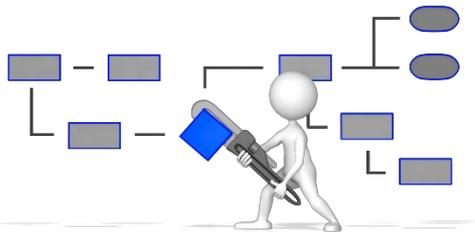
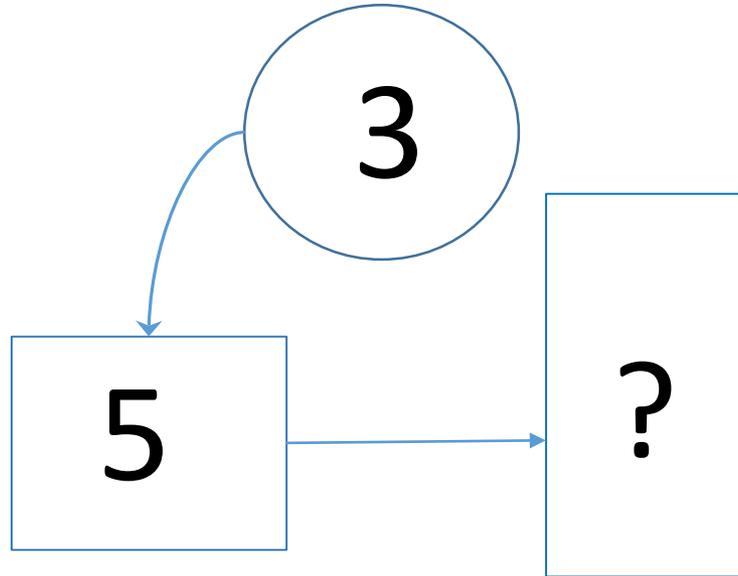
### Problemas de cambio

Ana tenía 5 euros. Su abuela le da 3 más.  
¿Cuántos tiene ahora?



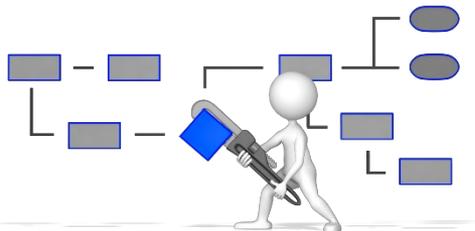
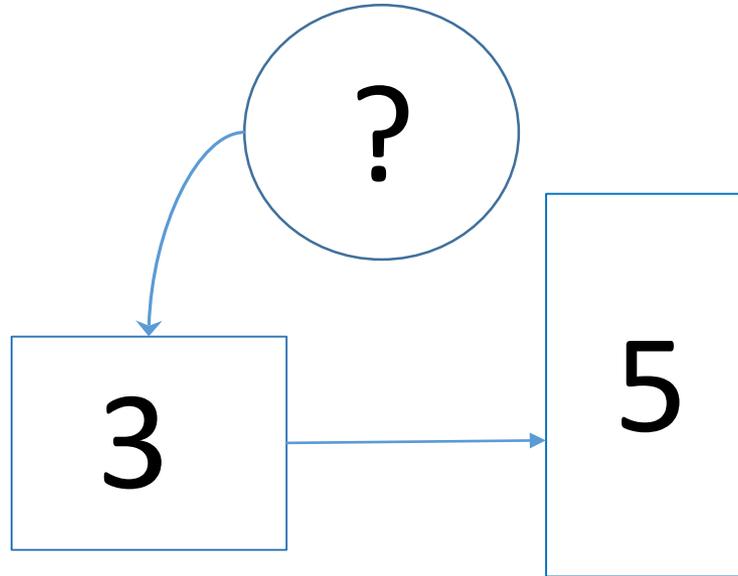
## 4.- Qué podemos hacer. Segundo, con los libros que tenemos, aumentar la variedad de los problemas (e introducir ayudas al razonamiento)

Problemas de cambio



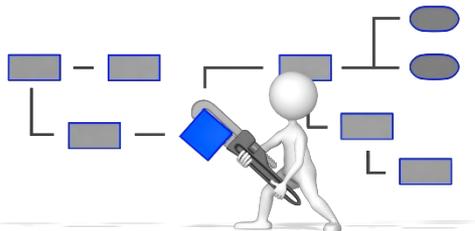
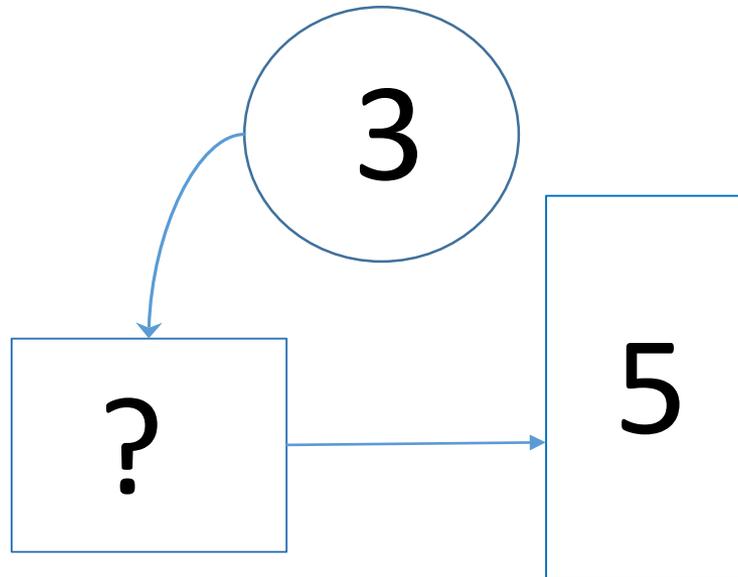
## 4.- Qué podemos hacer. Segundo, con los libros que tenemos, aumentar la variedad de los problemas (e introducir ayudas al razonamiento)

Problemas de cambio



## 4.- Qué podemos hacer. Segundo, con los libros que tenemos, aumentar la variedad de los problemas (e introducir ayudas al razonamiento)

Problemas de cambio

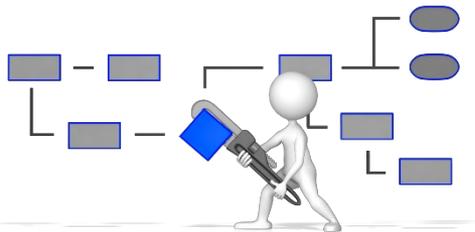


## 4.- Qué podemos hacer. Segundo, con los libros que tenemos, aumentar la variedad de los problemas (e introducir ayudas al razonamiento)

---

### Problemas de comparación

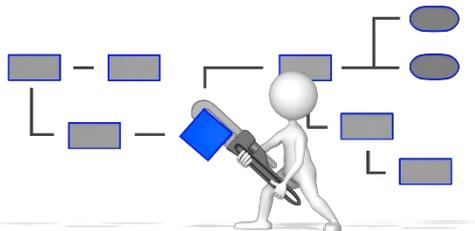
Ana tiene 8 euros. Su hermano Juan tiene 5 euros. ¿Cuánto dinero tiene Juan menos que Ana?



## 4.- Qué podemos hacer. Segundo, con los libros que tenemos, aumentar la variedad de los problemas (e introducir ayudas al razonamiento)

### Problemas de comparación

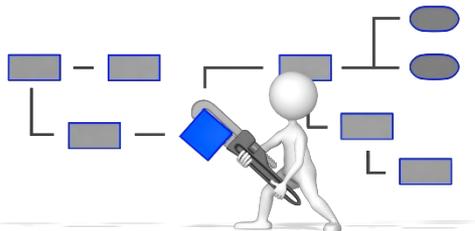
	-¿?
8	5



## 4.- Qué podemos hacer. Segundo, con los libros que tenemos, aumentar la variedad de los problemas (e introducir ayudas al razonamiento)

### Problemas de comparación

	+¿?
8	5

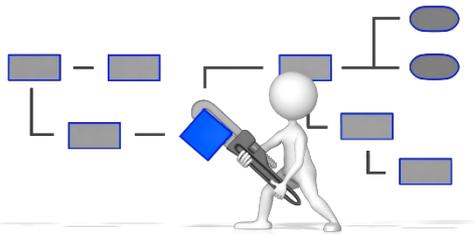


## 4.- Qué podemos hacer. Segundo, con los libros que tenemos, aumentar la variedad de los problemas (e introducir ayudas al razonamiento)

---

### Problemas de comparación

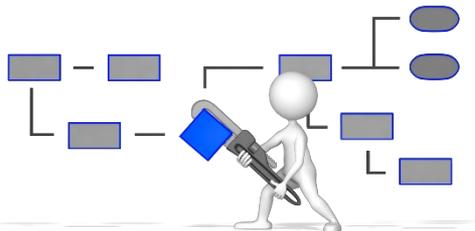
¿?	+3
	5



## 4.- Qué podemos hacer. Segundo, con los libros que tenemos, aumentar la variedad de los problemas (e introducir ayudas al razonamiento)

### Problemas de comparación

8	+3
	¿?

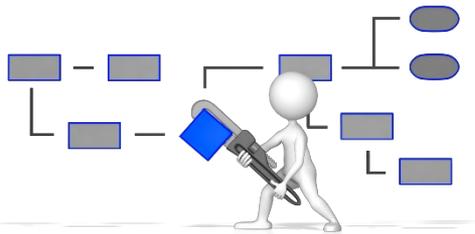


## 4.- Qué podemos hacer. Segundo, con los libros que tenemos, aumentar la variedad de los problemas (e introducir ayudas al razonamiento)

---

### Problemas de combinación

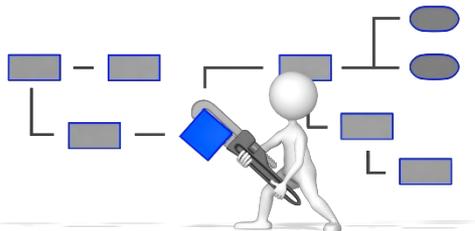
Ana tiene 8 euros. Su hermano Juan tiene 5 euros. ¿Cuánto dinero tienen entre los dos?



## 4.- Qué podemos hacer. Segundo, con los libros que tenemos, aumentar la variedad de los problemas (e introducir ayudas al razonamiento)

Problemas de combinación

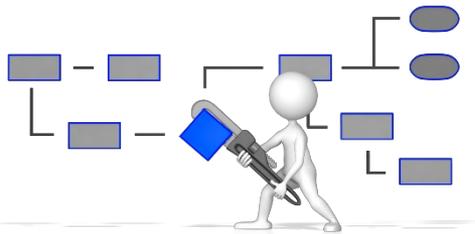
¿?	
5	3



## 4.- Qué podemos hacer. Segundo, con los libros que tenemos, aumentar la variedad de los problemas (e introducir ayudas al razonamiento)

Problemas de combinación

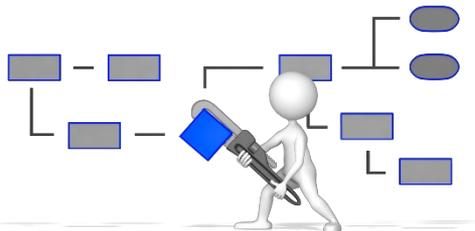
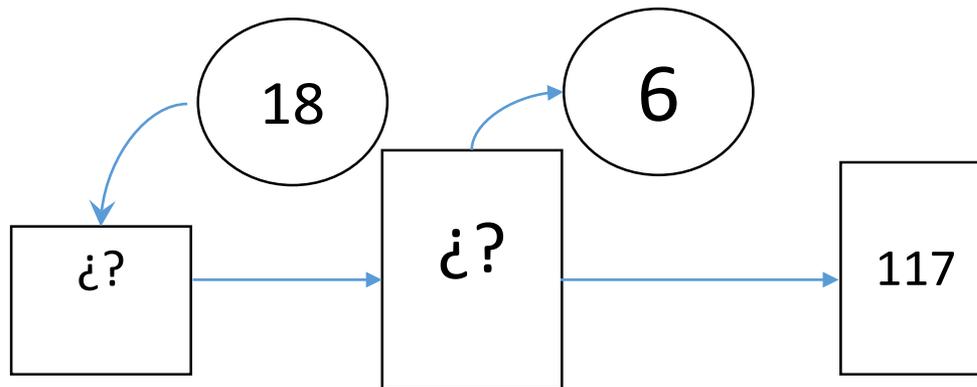
8	
5	¿?



## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos. Aumentar la variedad de los problemas

### Problemas de varias operaciones

Elena tenía algunos €. Sacó 18€ del cajero y compró un libro que costaba 6 €. Si al final tenía 117€ ¿cuánto dinero tenía al principio?



## 4.- Qué podemos hacer con los libros que tenemos.

Aumentar la variedad de los problemas. **Ayudas**



# Preguntas clave según el tipo de problema

---

**Cambio 3:** Juan tenía 5 canicas. Después de jugar una partida ha ganado algunas canicas y ahora tiene 8 canicas. ¿Cuántas canicas tiene ahora?

**Pregunta clave:** Si al final tenía 8 canicas, las que ganó, ¿serían más o menos de 8?

¿Qué operación nos permite obtener un número menor de 8 con los datos?

# Preguntas clave según el tipo de problema

---

**Cambio 5:** Al principio Juan tenía algunas canicas. Ganó 3 canicas en una partida y ahora tiene 8. ¿Cuántas canicas tenía al principio?

**Pregunta clave:** Si al final tenía 8 canicas, y ganó 3 en una partida, las que tenía al principio, ¿serían más o menos de 8?

¿Qué operación nos permite obtener un número menor de 8 con los datos?

# Preguntas clave según el tipo de problema

---

**Comparación 1:** Juan tiene 5 canicas. Pedro tiene 8 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pedro más que Juan?

**Pregunta clave:** Si Pedro tiene 8 canicas, y es quien tiene más, la diferencia entre las canicas de ambos ¿serán más o menos de 8?

¿Qué operación nos permite obtener un número menor de 8 con los datos?

# Preguntas clave según el tipo de problema

---

**Comparación 6:** Juan tiene 5 canicas, que son 3 menos de las que tiene Pedro. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?

**Pregunta clave:** Si Pedro tiene más canicas que Juan, las canicas de Pedro ¿serán más o menos de 5?

¿Qué operación nos permite obtener un número mayor de 5 con los datos?

**¡ MUCHAS GRACIAS!**

