

Descubriendo a Arquímedes



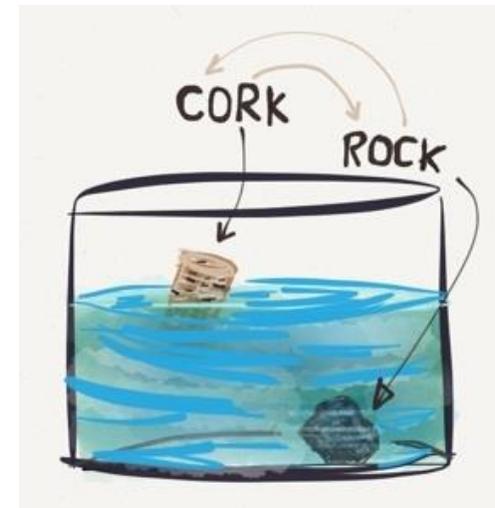
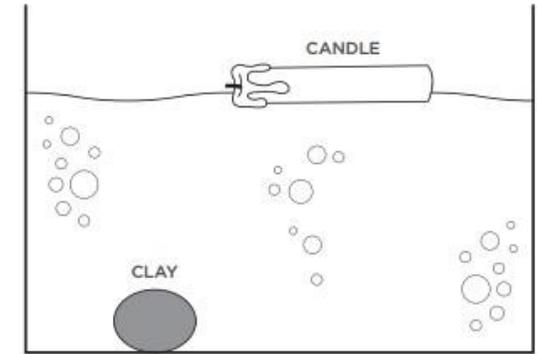
Comenzamos por un experimento que servirá para plantear la pregunta que guiará la investigación. (inquiry)

- Pondremos en un contenedor de agua diferentes frutas, como en la figura.
- Anotaremos en nuestro cuaderno qué frutas se hunden y cuales flotan.
- Podemos añadir el conocimiento que tenemos del comportamiento de algunos animales.



A continuación repetimos el experimento con objetos no vegetales, como velas, tornillos, llaves, plastilina, etc.

Inmediatamente nos damos cuenta que la flotación no tiene nada que ver con que los objetos sean animales, vegetales o minerales.



Recordemos cual era la explicación aristotélica de porqué unos objetos flotan y otros se hunden

- De acuerdo con Aristóteles, todos los cuerpos están hecho a partir de cuatro sustancias: tierra, agua, aire y fuego.
- Estas sustancias sufren fuerzas que las empujan a ocupar su lugar *natural*. La tierra por debajo del agua, ésta por debajo del aire y los tres por debajo del fuego.
- Las patatas tienen más sustancia tierra que aire, por lo cual la fuerza resultante las arrastra hacia el fondo (para situarse por debajo del agua).
- En cambio, la manzana tiene más parte de aire que de tierra y tiende a ocupar un lugar sobre el agua.



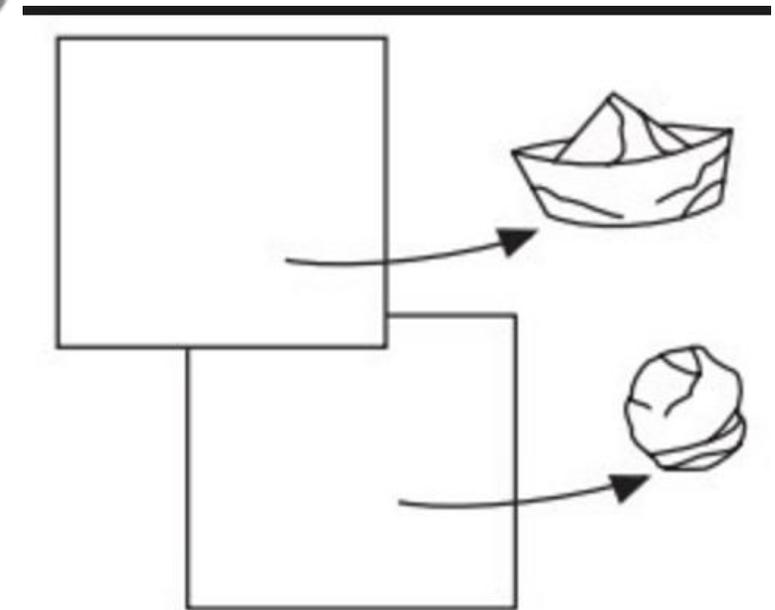
Pero las leyes de Aristóteles sólo se cumplen en los casos que hemos mostrado.

¡Veamos los fallos que presentan!

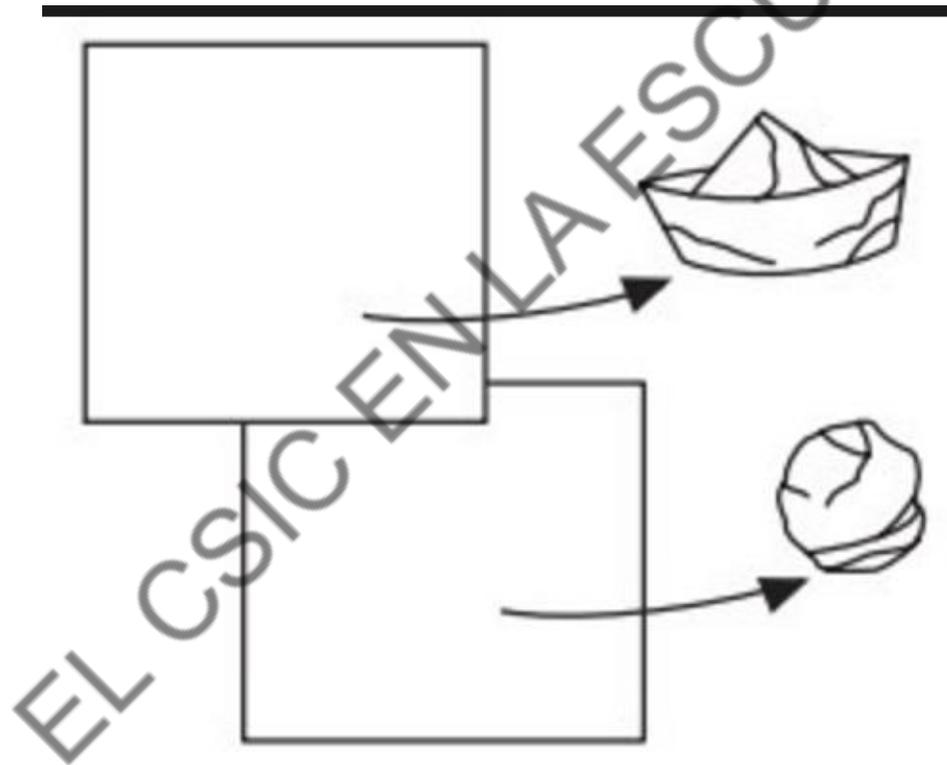
EL CSIC EN LA ESCUELA

Tomemos dos cuadrados de papel de aluminio exactamente iguales.

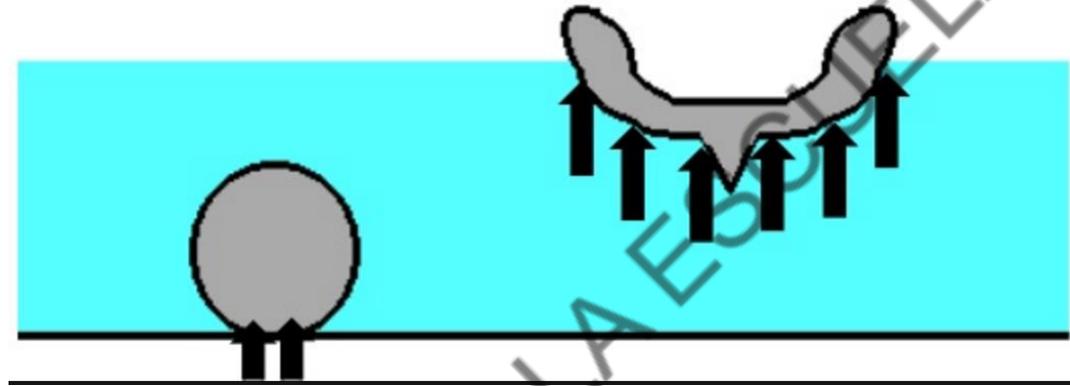
- Con uno de ellos fabricaremos un barco, de la forma que queramos.
- Con el otro formaremos una pelota lo más pequeña posible.
- Ambos objetos deberían estar sometidos a las mismas fuerzas aristotélica y experimentar el mismo comportamiento cuando los situamos en la superficie del agua.



En cambio, uno flota y el otro se hunde...



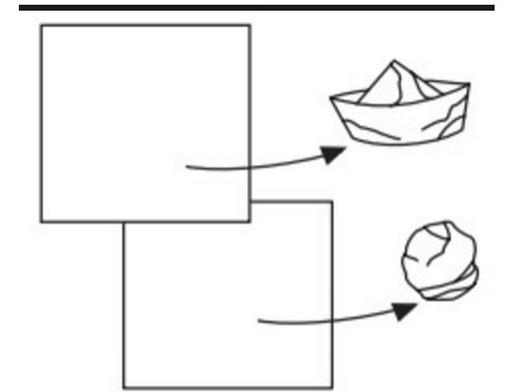
Tomemos ahora un trozo de plastilina.



- Primero la daremos la forma de una bola y lo situaremos en la superficie del agua, comprobando que se hunde.
- En cambio, si le damos una forma apropiada flota. Como se ve en el dibujo.

En ciencia, un solo fallo de una ley la inhabilita completamente, aunque se cumpla en miles de casos.

- Y cuando se produce un fallo en el proceso de asimilación, hay que desechar las leyes de Aristóteles.
- Se produce un desequilibrio en nuestra mente que nos obliga a enunciar una nueva ley que contemple el nuevo comportamiento de la naturaleza.
- A continuación, todos juntos trataremos de acomodar nuestras mentes a ese nuevo comportamiento.
- **Una cosa es el volumen del material y otra el volumen de agua desalojado.**
- Por eso comenzaremos estudiando objetos homogéneos (que no contengan aire).



El modelo aristotélico perduró en astronomía desde el siglo IV a. C. hasta el siglo XVI, en el que Copérnico y Galileo comenzaron a sustituirle. Pero en el campo de la flotación Arquímedes desmontó la teoría de Aristóteles apenas dos siglos después de su muerte.

- Arquímedes de Siracusa (287 a.C. – 212 a. C) es el protagonista de nuestra historia.
- Vamos a recorrer en nuestras aulas el camino que siguió su mente en el proceso experimental que lo llevó al *descubrimiento* del famoso principio de Arquímedes.
- Y debemos estar atentos no solo a los conocimientos que vayamos adquiriendo, sino a la línea de razonamiento seguida.

¿de qué magnitudes dependerá que un cuerpo flote o se hunda?

- Volvamos a nuestro experimento de las frutas en el contenedor de agua y elijamos dos frutas, la manzana, que flota en el agua, y la patata, que se hunde.
- Comenzaremos haciendo un análisis de las magnitudes que creemos que son relevantes para el resultado de que floten o no floten, formulando una hipótesis.
- En principio nos parece lógico descartar el color de los objetos, la naturaleza vegetal e incluso la forma que tengan (puesto que si troceamos una manzana, los pedazos también flotan).



Hacemos la hipótesis de que el que floten o no depende exclusivamente de la masa y del volumen.

- Y nos vamos a centrar en nuestros primeros estudios en los casos de la manzana y la patata.
- Como las magnitudes relevantes que hemos elegido son su masa, peso y volumen, debemos determinar su valor.



La masa es fácil de determinar, utilizando una balanza de cocina.

Secamos cuidadosamente nuestra manzana y determinamos su masa, que anotamos:



EL CSIC EN LA ESCUELA

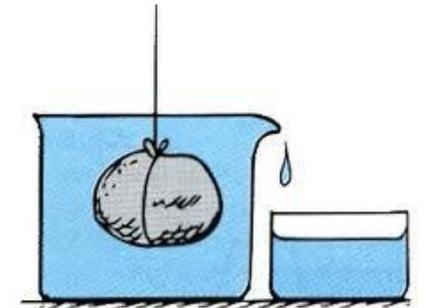
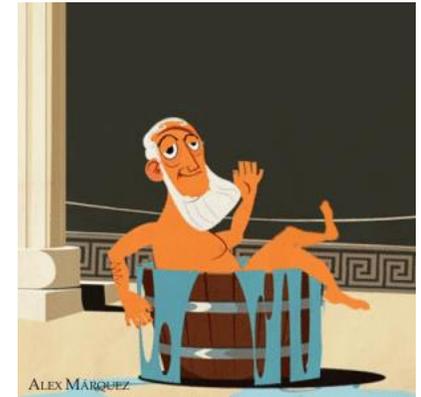
El siguiente paso es el de determinar el valor de los volúmenes de la patata y de la manzana.

- Dice la tradición que el problema de medir el volumen de un objeto cualquiera de forma irregular, se le resistió a Arquímedes durante algún tiempo.
- Y que cuando lo resolvió, su alegría fue tan grande que salió de su casa en paños menores gritando la palabra *jeureka!* (lo he descubierto)
- ¿A alguien se le ocurre un procedimiento para medir el volumen de la patata o de cualquier otro objeto?



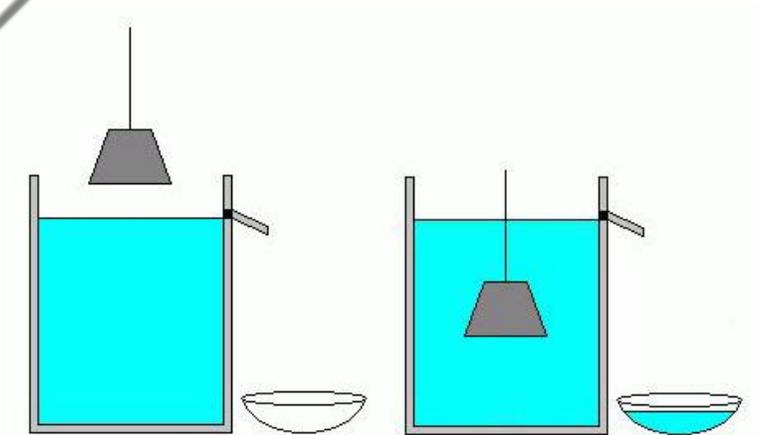
La idea vino a la mente de Arquímedes (cuentan las historias apócrifas), cuando se introdujo en su bañera con ánimo de darse un baño.

- La bañera estaba llena hasta el mismo borde, por lo cual cuando el sabio se sumergió en ella se derramó parte de su contenido.
- Y Arquímedes se dio cuenta inmediatamente de que *el volumen del agua derramada correspondía exactamente al volumen de su cuerpo!*
- *Así pues, con solo medir el agua caída podía conocer su propio volumen.*



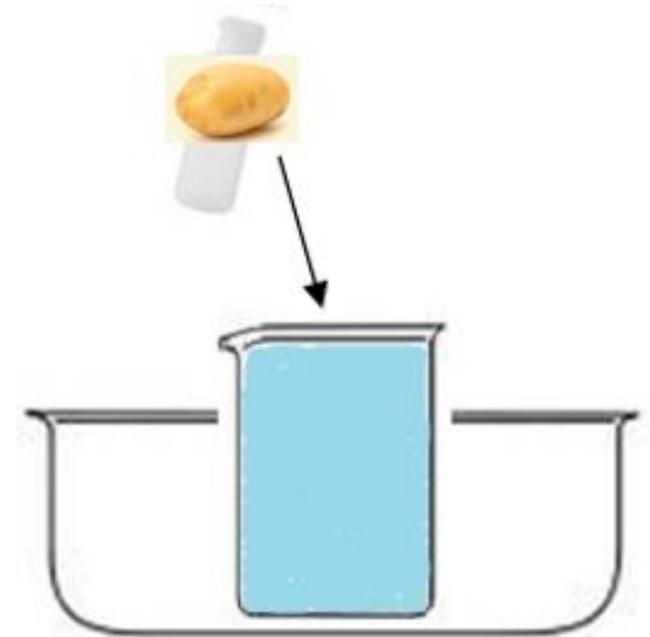
Nosotros vamos a emplear algunas variaciones de este método de determinar el volumen de un cuerpo.

- El montaje de la figura adjunta corresponde a un procedimiento fácil de determinar el volumen de un objeto cualquiera.
- Una vez recogido el agua derramada, se mide en un vaso graduado en centímetros cúbicos o en litros (un litro tiene 1000 centímetros cúbicos).



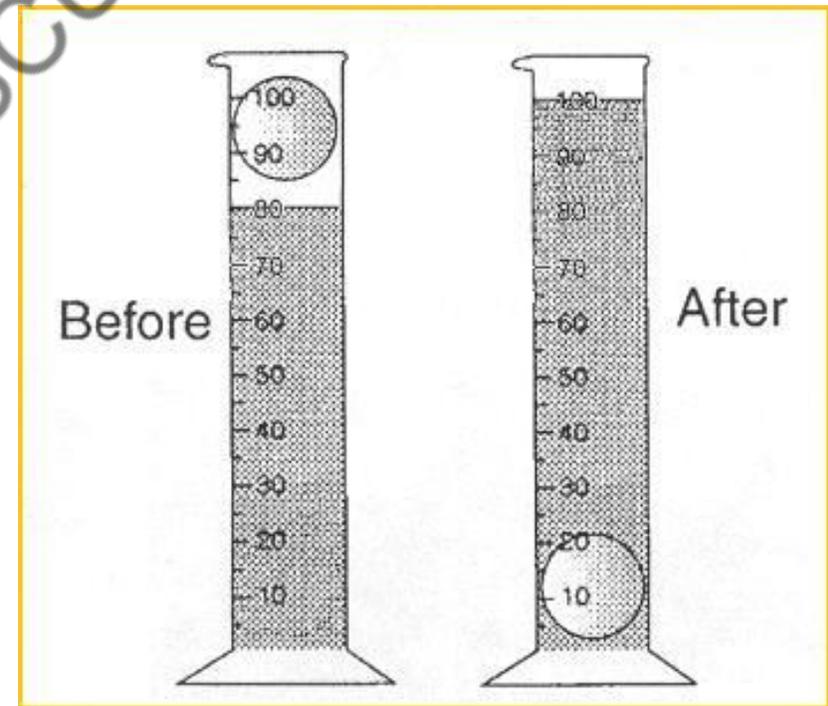
Existen una gran número de variantes de este método.

- El del vaso y el plato.
- Se coloca un vaso lleno de agua hasta el borde en el interior de un plato o fuente.
- Se introduce la patata en el vaso, con lo cual se derrama parte del agua en el plato.
- Se mide con un vaso graduado el volumen del agua derramada y el resultado es el volumen de la patata.



Una vez que Arquímedes ideó su método es fácil inventar otros.

- Podemos utilizar el vaso graduado directamente y medir el aumento de volumen experimentado en el vaso cuando introducimos la patata.
- Es la manera más sencilla de determinar el volumen.



Las patatas se hunden todas.

La manzana flota.

- Volumen patata **a** 0,4 litros (400 centímetros cúbicos),
- Masa 0,44 kilogramos = 440 gramos

- Volumen patata **b** 0,1 litros (100 centímetros cúbicos),
- Masa 0,11 kilogramos = 110 gramos

- Volumen manzana = 300 centímetros cúbicos , 0.3 litros
- masa 225 gramos = 0.225 kilogramos

Experimentando sacamos la ley:
Arquímedes, que era un genio, dividió la masa por el volumen.

- Volumen **patata a** 0,4 litros (400 centímetros cúbicos),
- Masa 0,44 kilogramos = 440 gramos
- **Masa/volumen = 1,1**

- Volumen **patata b** 0,1 litros (100 centímetros cúbicos),
- Masa 0,11 kilogramos = 110 gramos
- **Masa/volumen = 1,1**

- Volumen **manzana** = 300 centímetros cúbicos , 0.3 litros
- masa 225 gramos = 0.225 kilogramos
- **Masa/volumen = 0,75**

Y así Arquímedes llegó a la conclusión de que la magnitud relevante es la masa partido por el volumen.

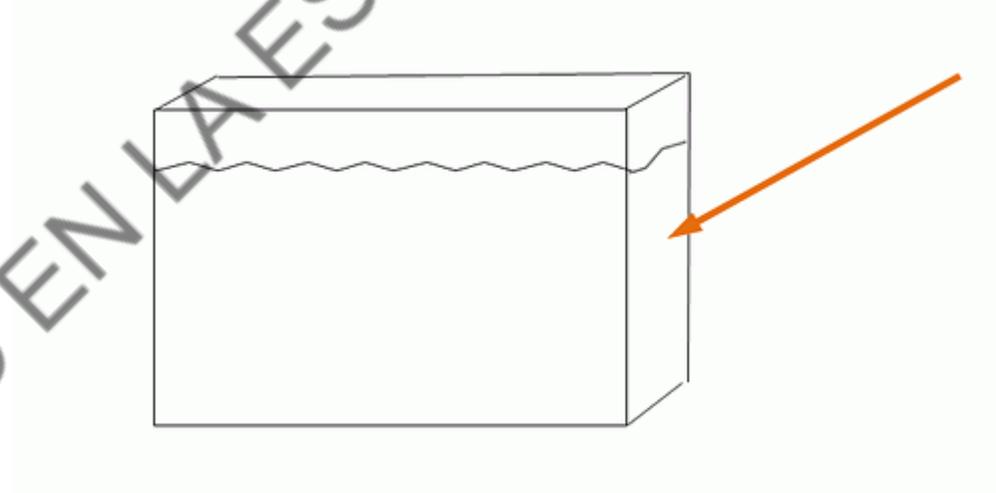
- Y lo llamó **densidad**, un concepto nuevo.
- Densidad = masa/volumen
(kilogramo por litro o gramos por centímetro cúbico)
- Los cuerpos con densidad **mayor que 1 se hunden**
y si **es menor que 1, flotan.**

Hemos encontrado una ley: Los cuerpos con densidad mayor que 1 se hunden y si es menor, flotan.

- Siempre que llegamos a la formulación de una ley hallamos un nuevo camino de investigación.
- aparece un misterio: ¿Por qué los cuerpos con densidad mayor que 1 se hunden y si es menor, flotan?
- ¿Qué pasará si llenamos un globo de agua y lo sumergimos en el contenedor de agua?



¿qué ocurre si sumergimos el globo lleno de agua en el contenedor?



EL CSIC EN LA ESCUELA

¡En este caso la fuerza hacia abajo es igual a la fuerza hacia arriba!

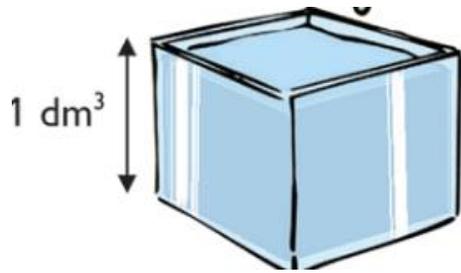


EL CSIC EN LA ESCUELA

¿Cual es la densidad del globo (o del agua)?

- Repetimos el proceso de medir la masa del globo lleno de agua y su volumen.
- Volumen = 500 centímetros cúbicos (0,5 litros)
- Masa = 500 gramos (0,5 kilogramos)
- Maravilla: la densidad del agua es masa/volumen y **siempre da 1.**
- Repetimos con botellas de diferente volumen.
- Maravilla: la densidad del agua **siempre es 1.**

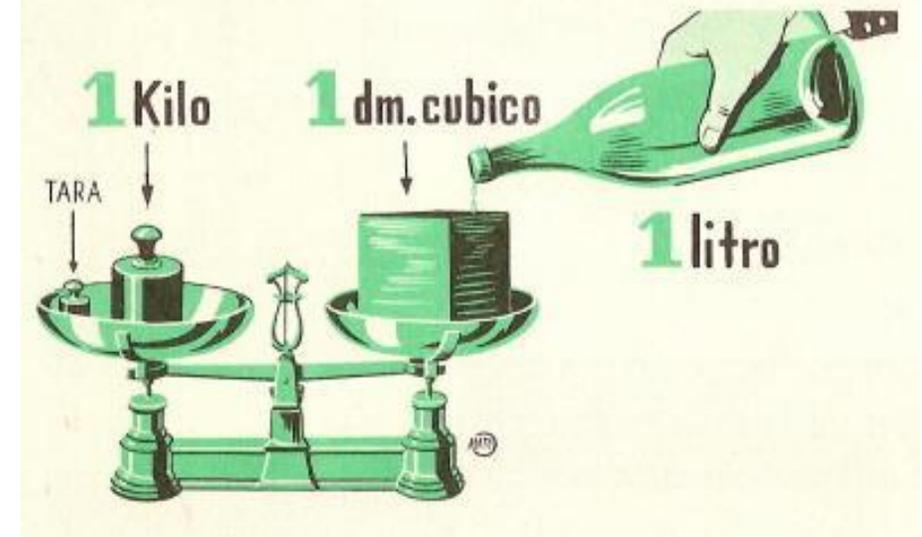
¿Un litro de agua cabe en un cubo de un decímetro de lado?



EL CSIC EN LA ESCUELA

El hecho de que la densidad del agua es la unidad se debe a la definición de litro y kilogramo en el sistema métrico decimal.

- El sistema métrico es un sistema de medidas de longitud, masa y tiempo que está basado en el metro.
- En este sistema se define el litro como el volumen de un cubo de 1 decímetro de lado.
- Y se define el kilogramo masa como la masa de un litro de agua.



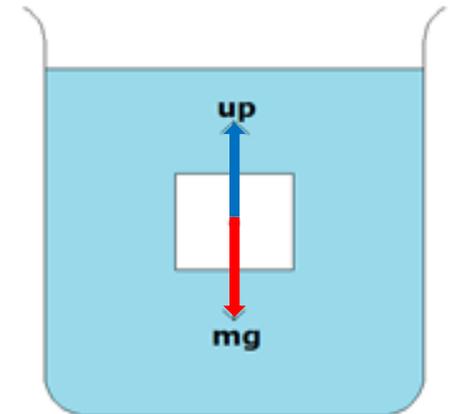


- Por esa razón, la densidad del agua es de 1 kilogramo por decímetro cúbico o litro.
- De la misma manera, se define la densidad de una sustancia como **la masa de un decímetro cúbico de esa sustancia.**
- Así podemos medir la densidad de la arena, del aceite, de la sal, del azúcar y de cualquier material que nos permita llenar nuestro decímetro cúbico.

Todo cuerpo está sometido a una fuerza:
su propio **peso**, vertical y hacia abajo.

Pero el hecho de que la manzana flote nos indica que existe otra
fuerza, vertical y hacia arriba: el empuje.

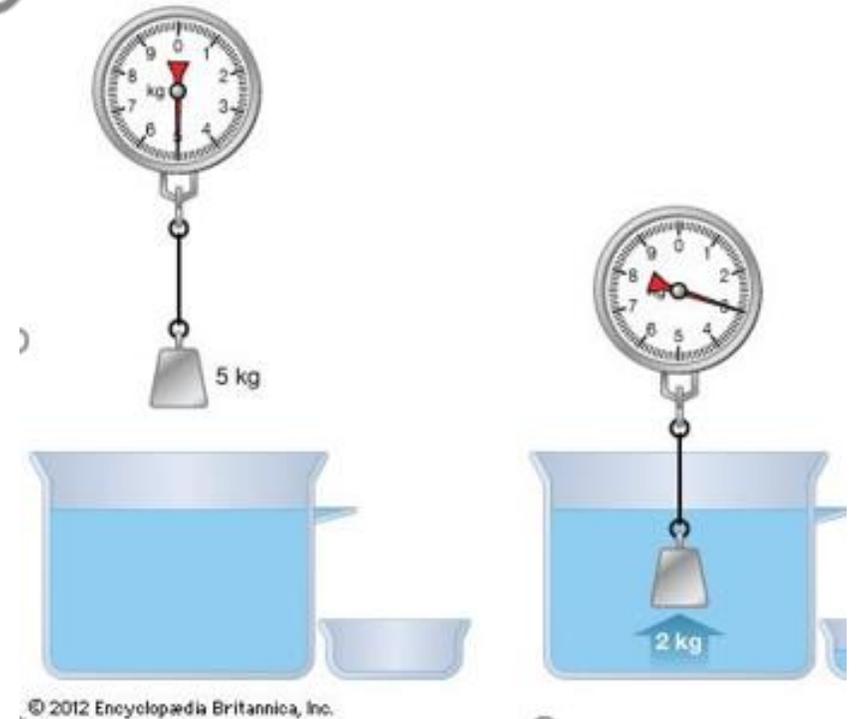
- En principio, parece lógico pensar que sobre un cuerpo sumergido actúan dos fuerzas:
- **El peso**
- **El empuje**
- Si el peso es mayor que el empuje, el cuerpo se hunde.
- En caso contrario, el cuerpo flota.
- Nuestra investigación deberá centrarse en el valor de la medida de ambas fuerzas.



Medimos el empuje que actúa sobre una pesa (puede ser una botella con un kilogramo de arena)

- ¿A quien se le ocurre cómo medir el empuje que actúa sobre un objeto cualquiera (una pesa de 1Kg)?
- Midiendo el peso en el aire y el peso *aparente* cuando está sumergido.
- En el aire pesa x Newtons
- Sumergido, el dinamómetro señala aproximadamente y Newton.
- El empuje es de $x-y$ Newtons

Archimedes' principle



La flotación en el agua.

- Hemos visto que pueden influir muchas variables en el fenómeno de la flotación: **volumen, forma, peso, material** del que esté hecho, etc.
- Por ello vamos a experimentar con **objetos que tengan todos el mismo volumen**, de manera que la única magnitud variable sea la masa y, por lo tanto, el **peso**.

Elegimos como objetos de nuestra investigación botellas de medio litro de capacidad, de plástico delgado, y todas de la misma forma.

En principio utilizaremos solamente dos:

- Una vacía que suponemos que **pesa 0 N** (despreciando el peso de la botella).
- Otra que contenga arena o cualquier otra sustancia, que llenaremos hasta que **pese 7 N**.
- Vamos a realizar nuestros experimentos por grupos, utilizando botellas con las mismas características, pero **con distintos pesos**, aunque todas deben ser de medio litro y pesar **más de 5 N**.



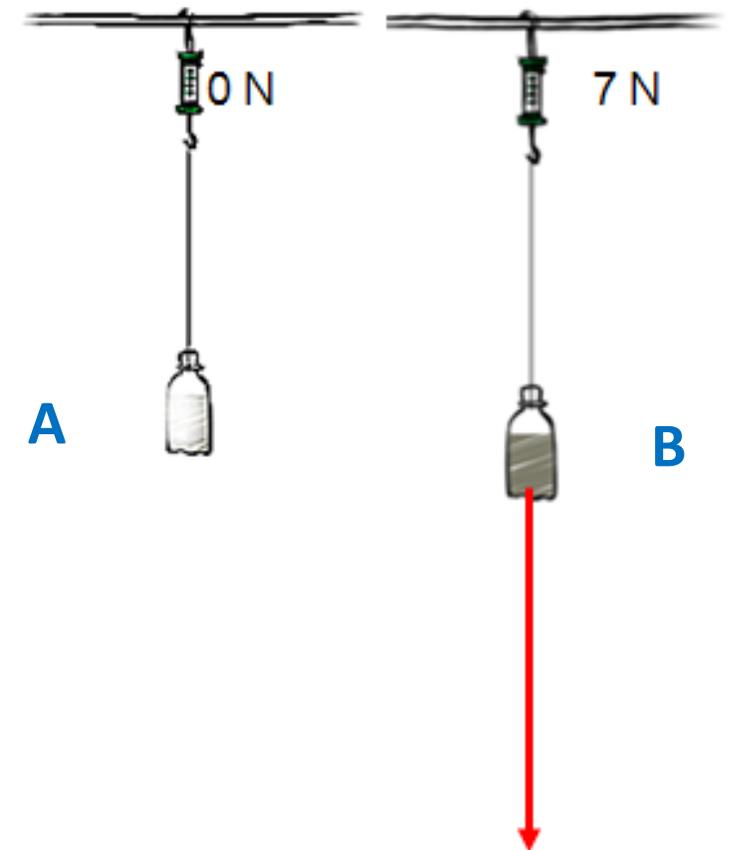
$$100 \text{ g} = 1 \text{ N}$$
$$1 \text{ Kg} = 1000 \text{ g} = 10 \text{ N}$$

Comencemos por explotar una idea intuitiva.
Todos tenemos la **sensación** de que un cuerpo sumergido ***pesa*** menos que en el aire. Estudiemos a qué se debe.



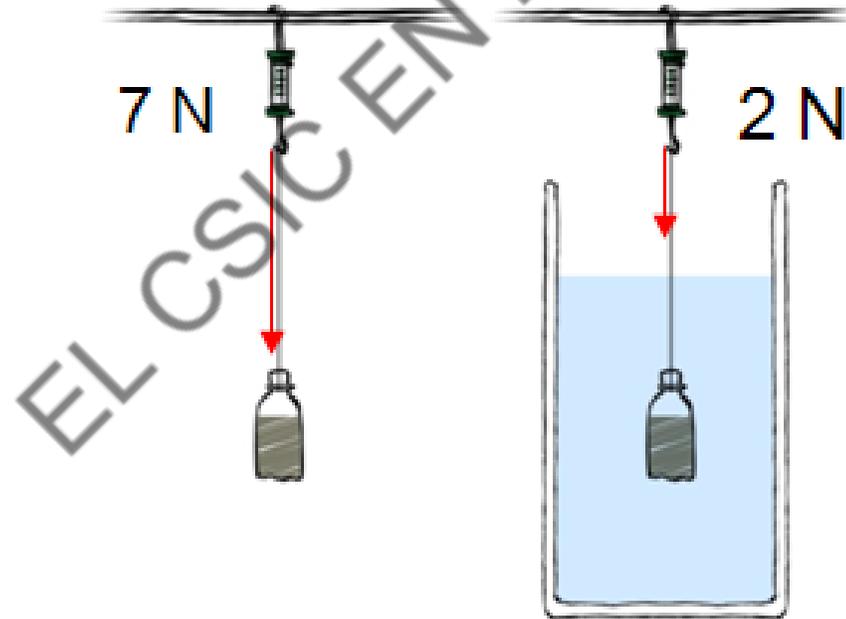
Peso de las botellas en el aire

- Realizamos la determinación de los pesos de las botellas en el aire mediante el dinamómetro, y lo anotamos.
- Peso Botella Vacía **A** = 0 N
- Peso Botella Llena **B** = 7 N
- **Representamos** los pesos de ambas botellas por medio **de vectores**.
- El peso de **B** es un vector vertical dirigido hacia abajo con un módulo de 7 N.

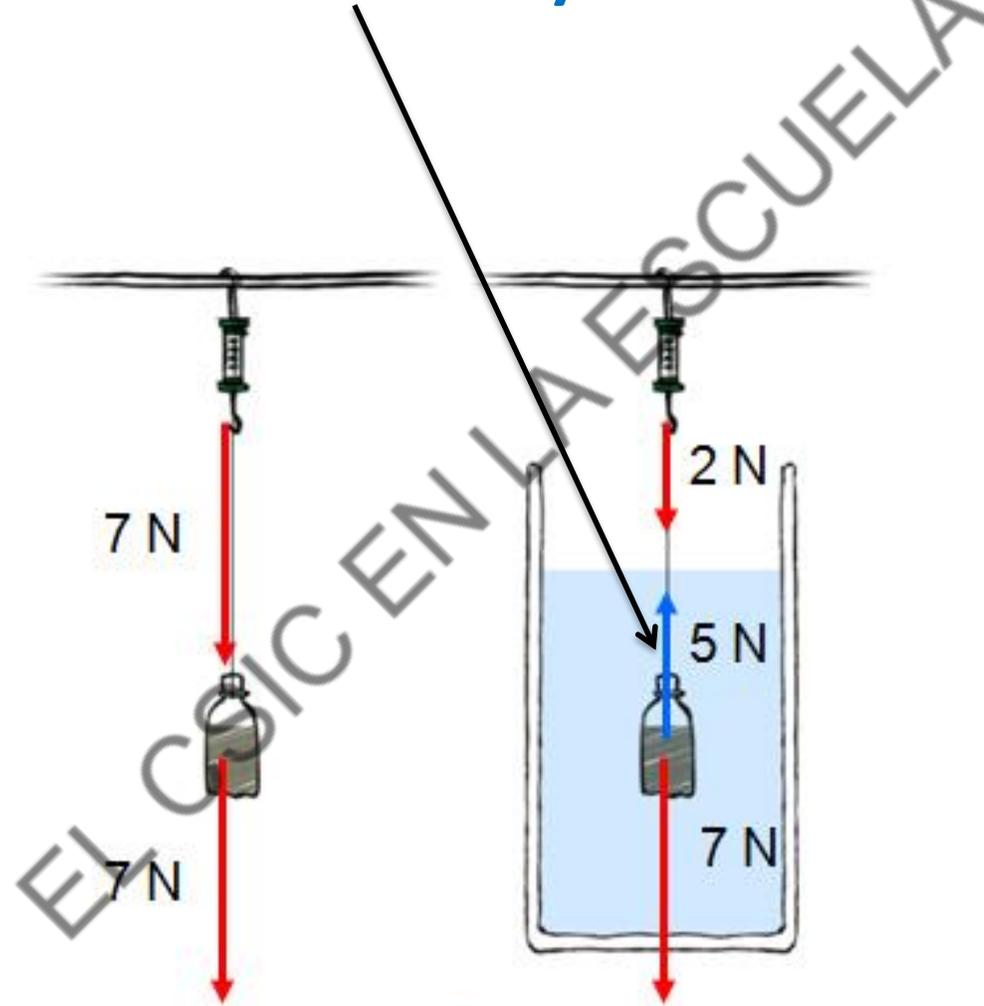


Determinamos el peso (aparente) de la botella **B** sumergida.

- Sumergimos la botella **B** en agua.
- Determinamos la medida del dinamómetro que resulta ser de 2 N.
- **El dinamómetro señala 5 N menos que en el aire.**
- ¿Que esta pasando?. ¿Alguien tiene alguna propuesta?



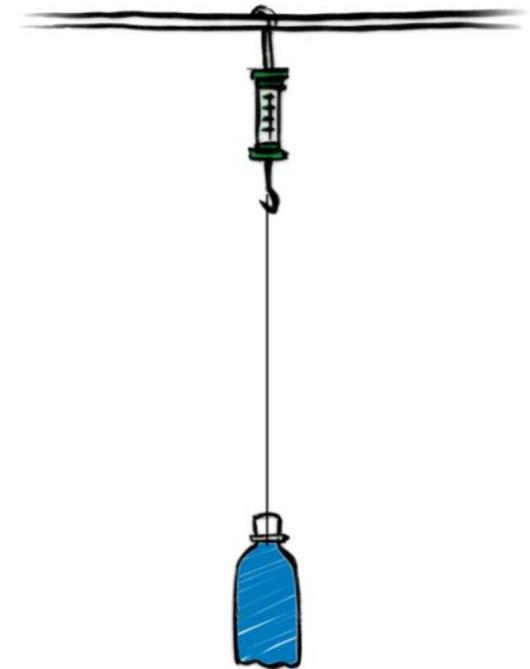
Al sumergir la botella **B** ha tenido que aparecer una fuerza nueva de **5 N vertical y hacia arriba**.



Determinemos el peso de la botella vacía cuando la llenamos de agua.

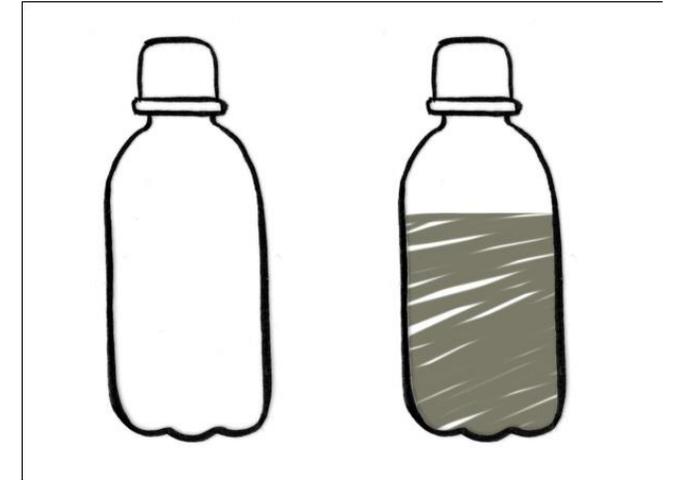
$$100 \text{ g} = 1 \text{ N}$$
$$1 \text{ Kg} = 1000 \text{ g} = 10 \text{ N}$$

Como su volumen es de medio litro, pesará 5 N.



Recopilemos y meditemos.

- Las botellas que hemos utilizado **tienen diferentes pesos y el mismo volumen: medio litro.**
- Todas las botellas sufren el **mismo empuje** cuando se sumergen: **5N.**
- Cuando sumergimos una botella de medio litro en agua aparece un empuje igual a



¿Qué ha ocurrido con las botellas de los demás grupos de experimentación?

EL CSIC EN LA ESCUELA

- La que pesaba **9 N** en el **aire pesa 4 N sumergida**, y la que pesaba **8 en el aire pesa 3 N** cuando está **sumergida**.

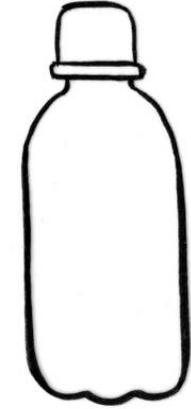
Todas las botellas sufren un empuje de 5 N independientemente de su peso.

- Esto nos dice que el empuje de un objeto sumergido no depende de su peso.
- ¿De qué puede depender?
- **¡¡Del peso del volumen desalojado de agua, 5 Newtons!!**

A continuación vamos a realizar otra serie de experimentos, muy útiles para que nuestros alumnos desarrollen la capacidad de relacionar las matemáticas y el resultado de las observaciones.

EL CSIC EN LA ESCUELA

Repetimos el experimento de la inmersión con la botella vacía.



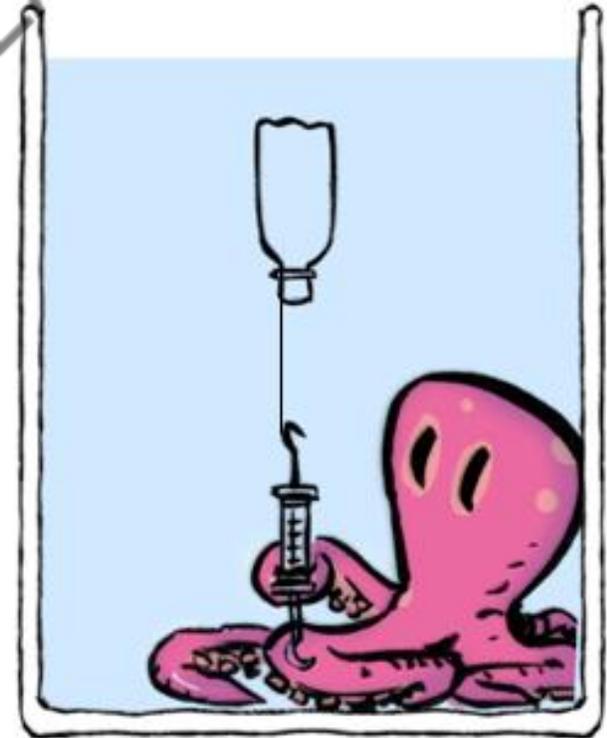
- Intentamos sumergir la botella vacía en el agua y comprobamos que no se sumerge espontáneamente.
- Si queremos que se sumerja tenemos que empujar hacia abajo, mediante una fuerza.
- Inmediatamente se nos ocurre determinar el valor de esa fuerza, necesaria para hundir la botella vacía.

¿Se le ocurre a alguien cómo medir la fuerza de empuje sobre la botella vacía?

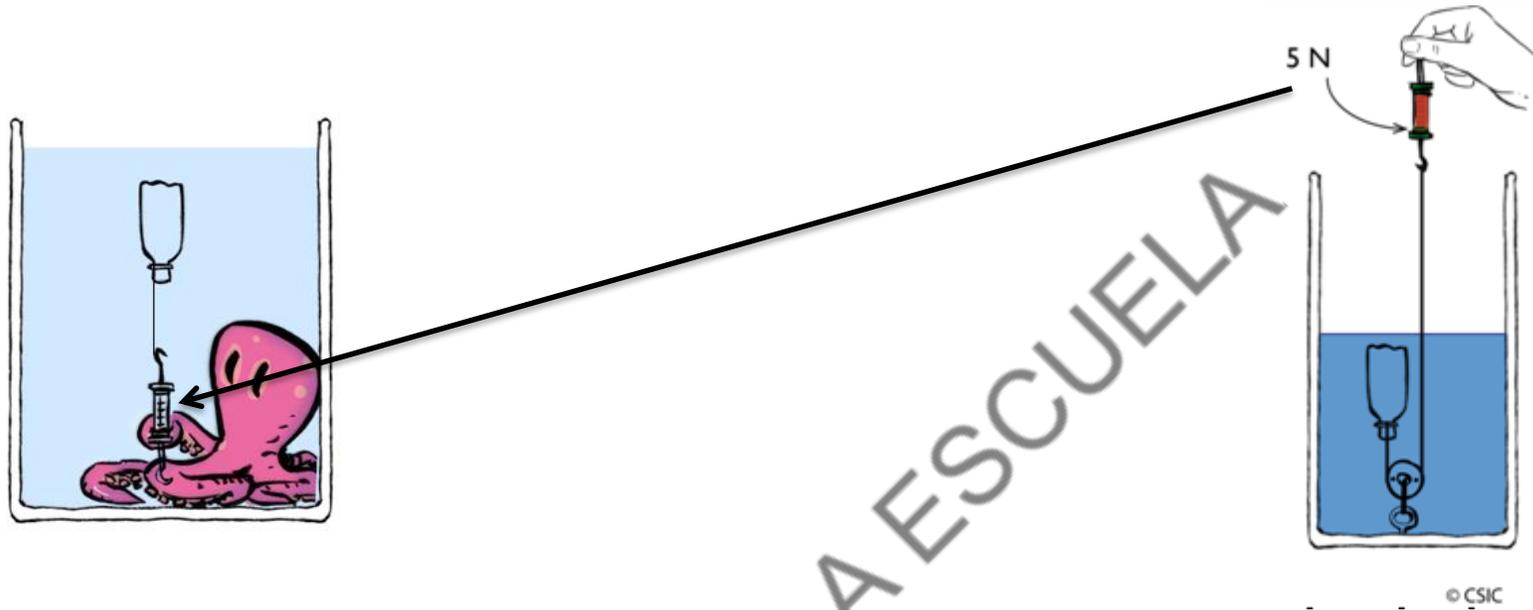
EL CSIC EN LA ESCUELA



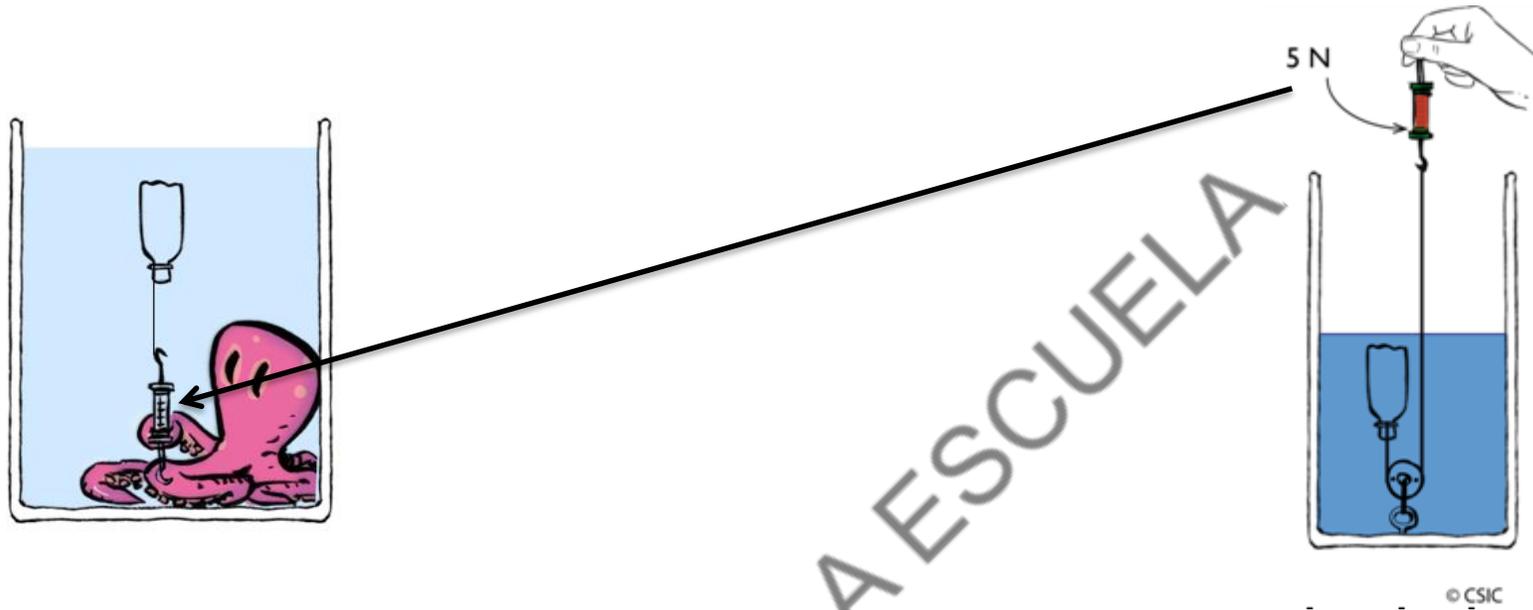
- Lo más sencillo es unir la botella a un dinamómetro, sujetar el dinamómetro con la mano y sumergirnos en una piscina.
- Así podríamos medir fácilmente la fuerza de empuje sobre la botella vacía.



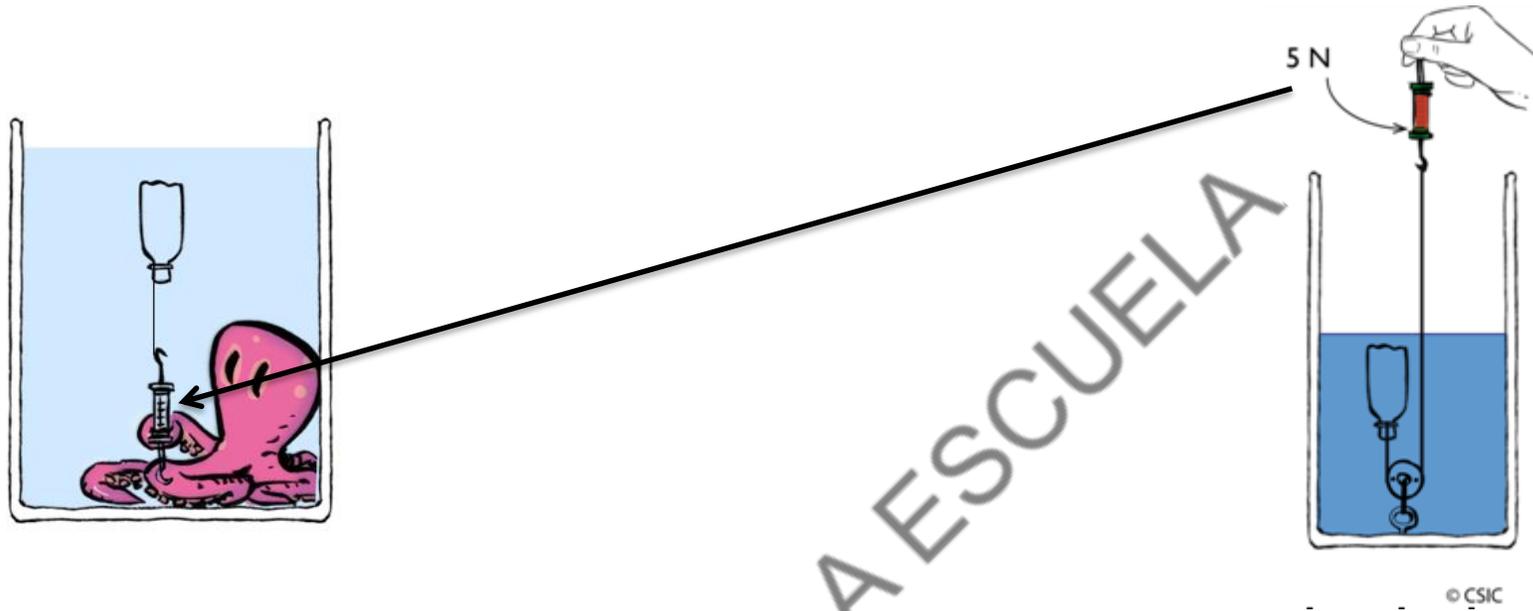
EL CSIC EN LA ESCUELA



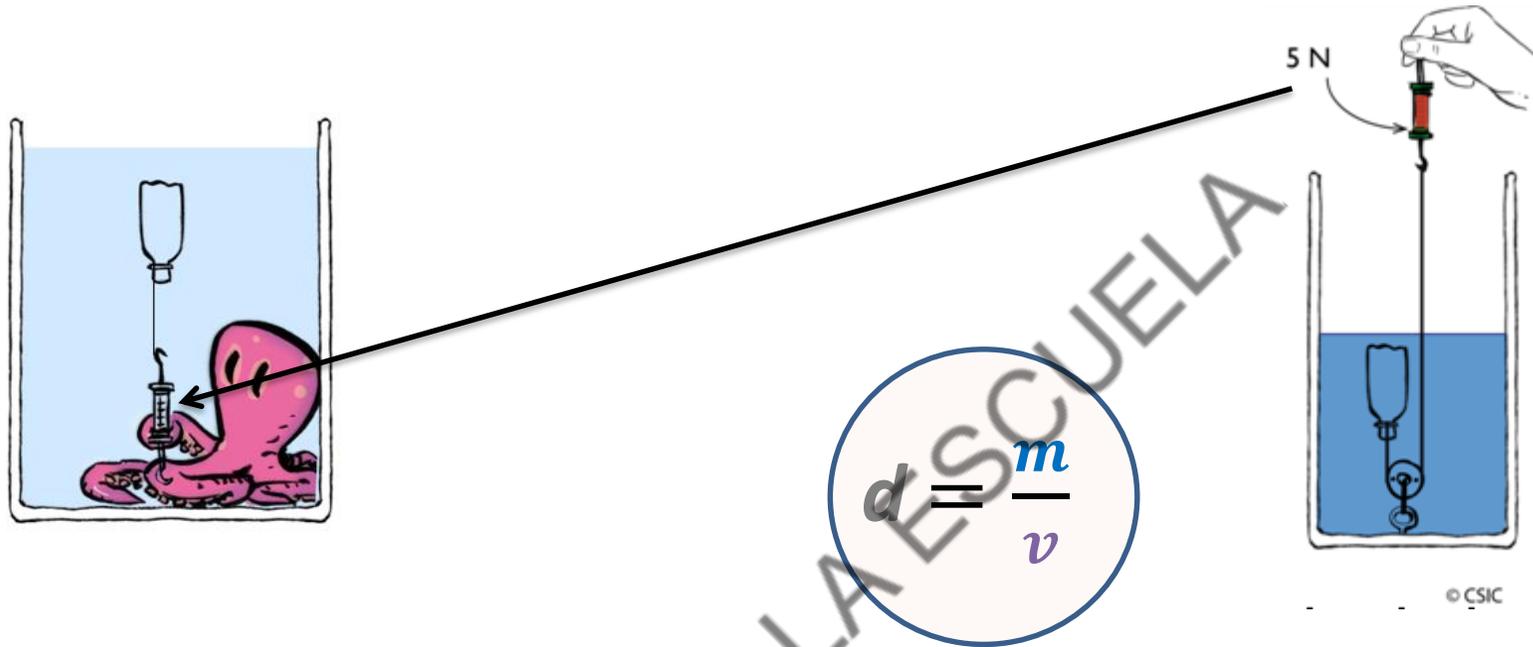
- Pero a veces la pecera no es suficientemente grande o nuestro dinamómetro se puede estropear si lo mojamos.
- Por eso, si no tenemos un pulpo que colabore, **proponemos este montaje.**
- Como una polea cambia la dirección y el sentido de la fuerza, pero no su módulo, la medida que obtenemos del empuje es la misma que la que obtiene el pulpo.



- ¿Cuánto vale el empuje correspondiente a una botella de 0,330 litros?
- Cuánto vale el empuje correspondiente a una botella de 0,5 litros?
- Cuánto vale el empuje correspondiente a una botella de 1,0 litros?
- Luego, ¿de qué depende el empuje?



- El empuje depende únicamente del volumen sumergido.
- $\text{Empuje (N)} = \text{Volumen (l)} \times 10$
- Esto se debe a que el empuje es igual al peso del agua desalojada.



- La **masa** de agua desalojada = **volumen** desalojado x *densidad* del agua (= 1)
- El **peso** del agua desalojada = **masa** (kg) desalojada x 10 = **volumen** desalojado x 1 x 10.

El peso es una fuerza $F = m \cdot g$ $g = 10 \text{ m/s}^2$

Las cuatro magnitudes fundamentales en el principio de Arquímedes son:

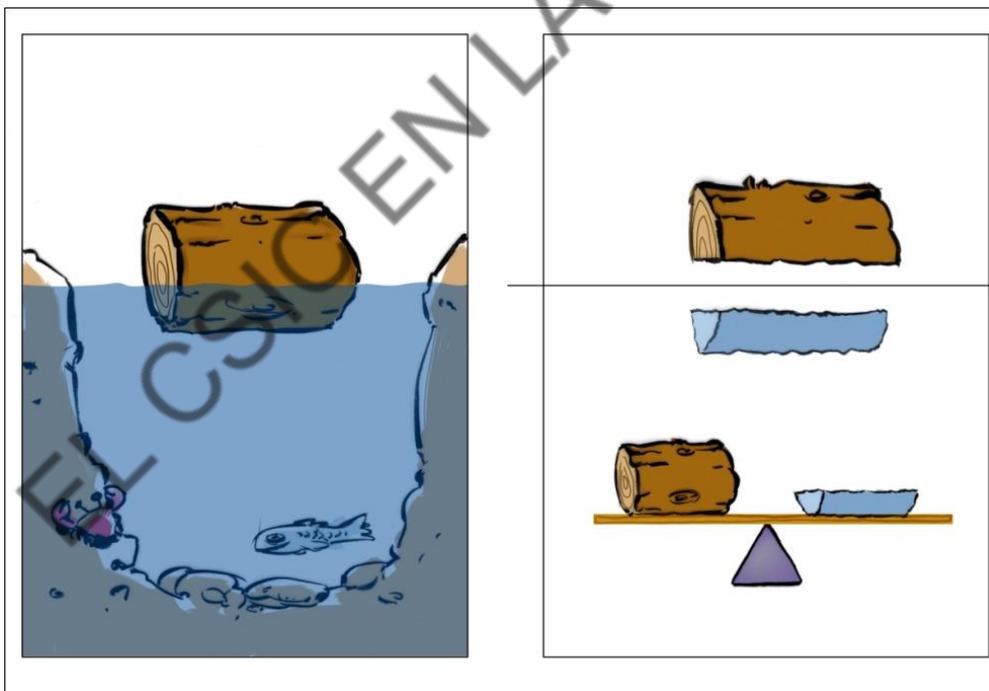
- **Masa** del cuerpo sumergido (escalar)
- **Peso** del cuerpo sumergido (vector).
- **Volumen** del cuerpo sumergido (escalar).
- **Empuje** (vector).
- La **densidad** es una magnitud derivada de la masa y del volumen.

$$d = \frac{m}{v}$$

Ya hemos descubierto **la ley de Arquímedes:**

Todo cuerpo sumergido en agua experimenta un empuje vertical y hacia arriba igual al peso del líquido desalojado.

Es decir, el peso de un volumen igual a la parte sumergida, llena de agua).



El principio de Arquímedes en líquidos de densidad distinta de 1

EL CSIC EN LA ESCUELA

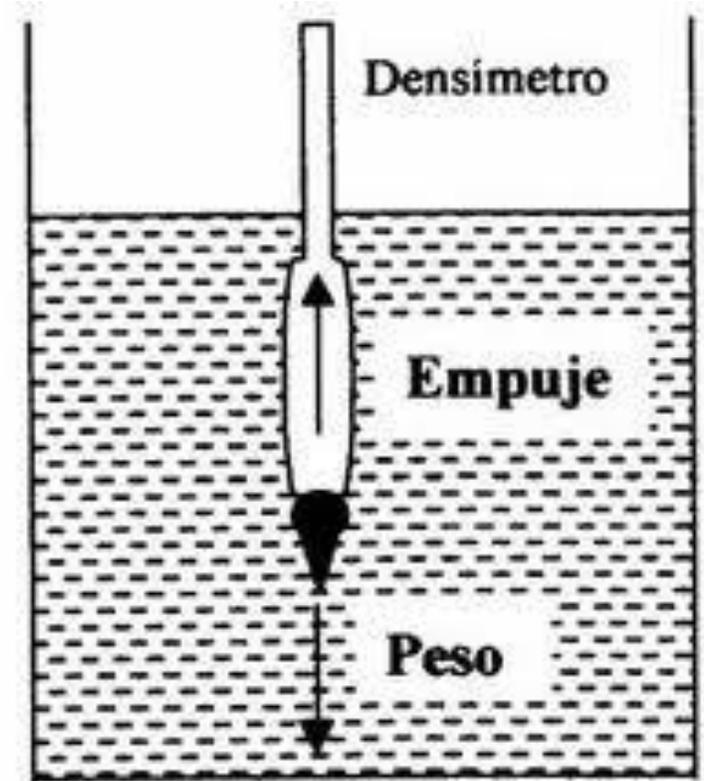
¿Alguien propone construir un instrumento que mida directamente la densidad de un líquido?

Se llama **densímetro** (en inglés se llama *hydrometer.*)

EL CSIC EN LA ESCUELA

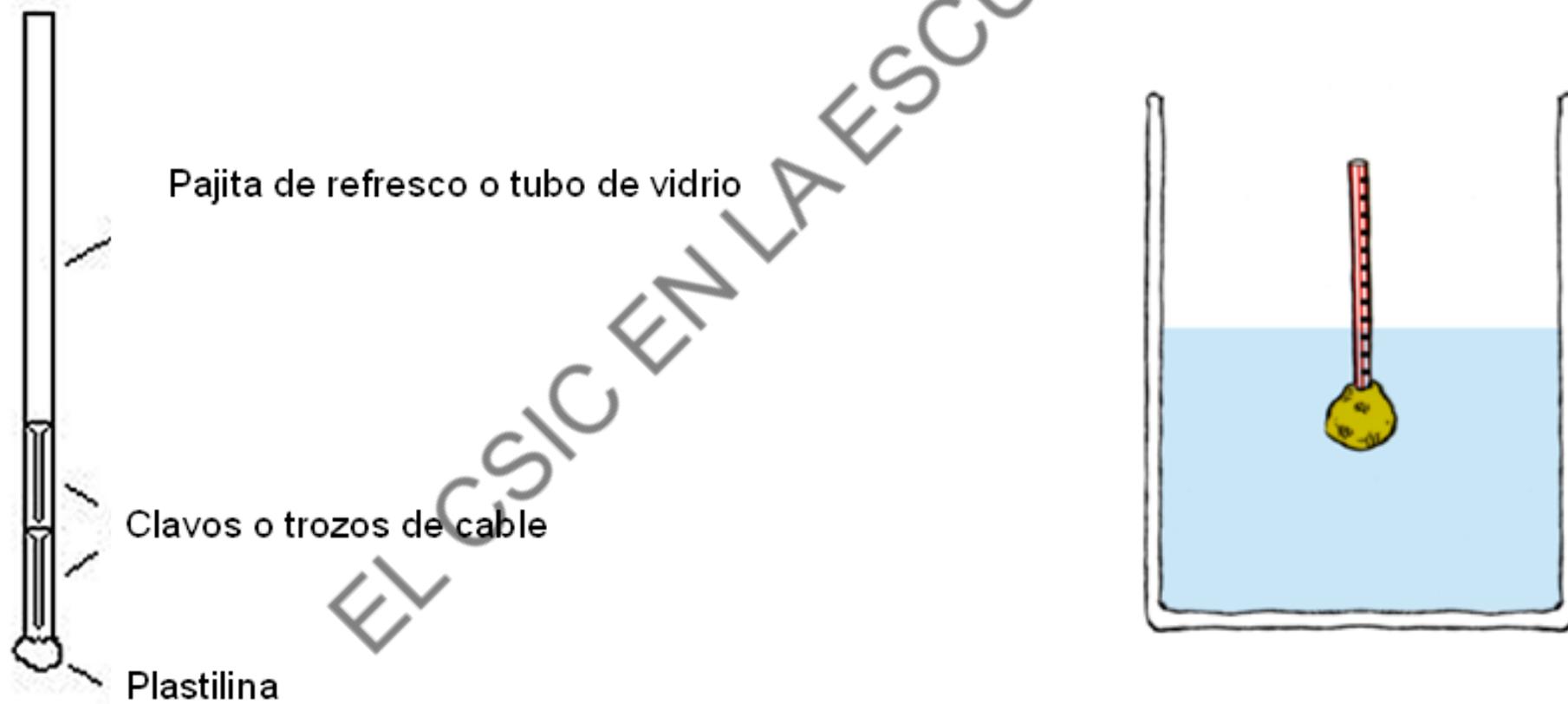
Imaginemos un objeto flotante que se comporte como un barco.

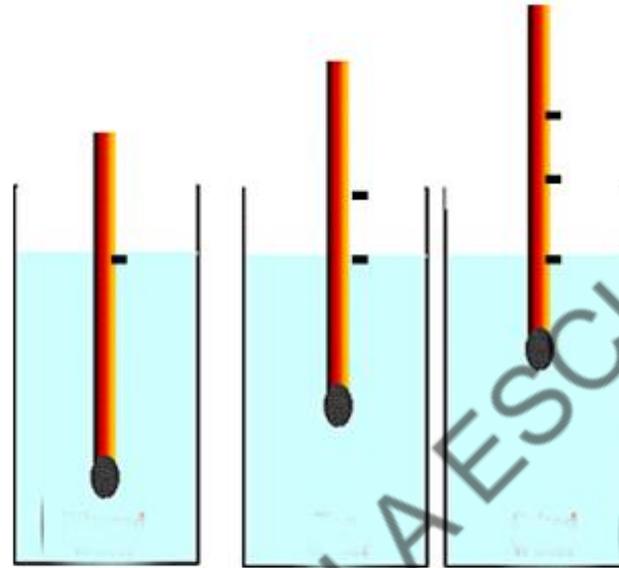
- Dependiendo de la densidad del líquido, la línea de flotación del objeto flotante cambiará.
- Si la densidad es mayor el volumen sumergido será menor, y viceversa.



Es muy fácil construir un densímetro con un pajita de refresco y unos pocos elementos más...

Así podemos medir la densidad de otros líquidos





alcohol

agua

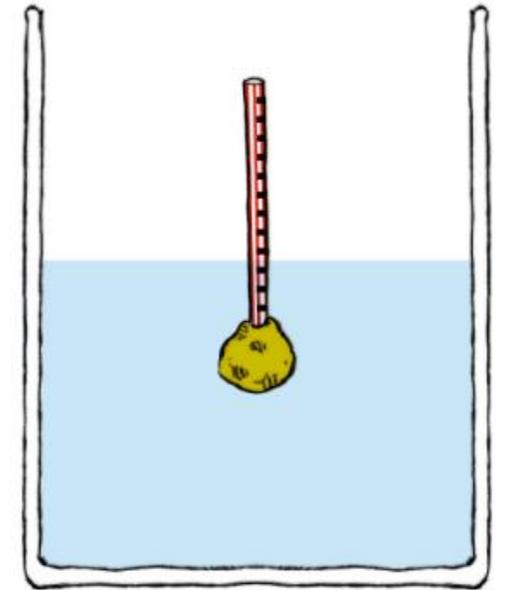
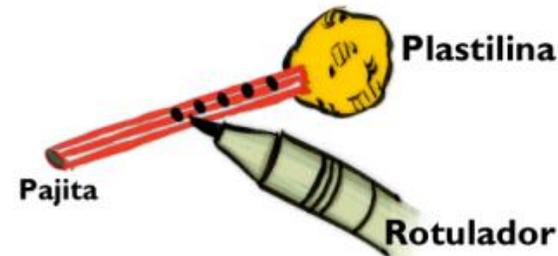
Agua con sal

Y se puede calibrar fácilmente introduciéndolo en diversos líquidos de densidad conocida y señalando el valor de la densidad en la línea de flotación correspondiente.

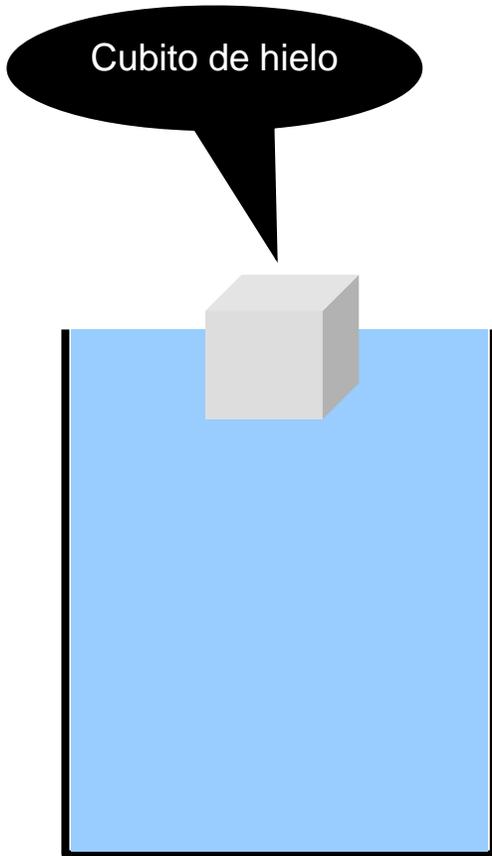
Calibrar un instrumento es dotarlo de una escala numérica con el valor de las medidas.

A continuación damos los valores aproximados de la densidad (en kg/l o g/cm³) de algunos líquidos fáciles de obtener:

- Etanol: 0,79
- Aceite de girasol: 0,91
- Agua: 1,00
- Coca cola: 1,2
- Coca cola light: 1,1
- Mar Muerto: 1,24

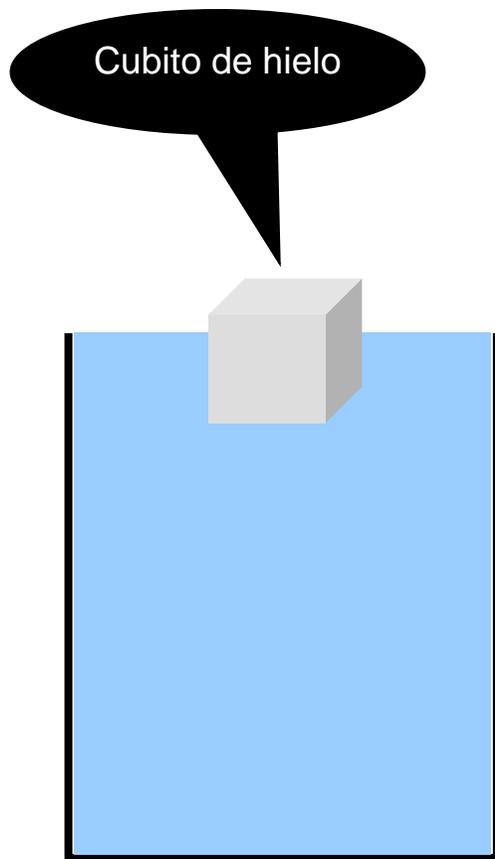


Adivina



¿Qué ocurre cuando se funde el cubo de hielo?

- 1) El agua de la pecera se derrama.
- 2) No se derrama ni una gota. El nivel sigue siendo el mismo.
- 3) El nivel desciende.



Respuesta

El nivel permanece constante.

Tanto el **sólido que flota como el líquido en que se convierte es agua.**

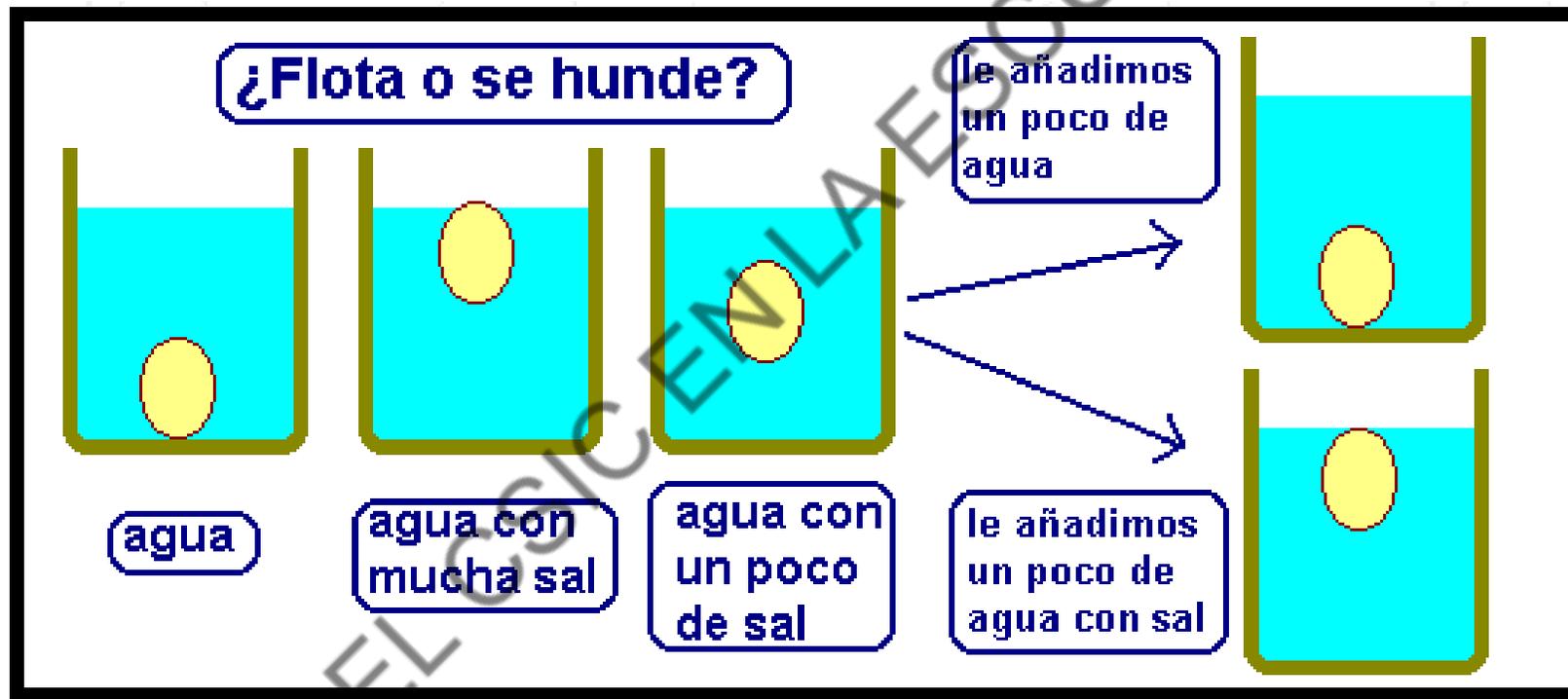
Por lo tanto el volumen de líquido de la parte de hielo sumergido **pesa lo mismo que todo el trozo de hielo.**

Cuando se funde el hielo ocupa el mismo volumen que la parte sumergida del hielo.

Ejercicio de acomodación: la patata en agua y en agua con sal.

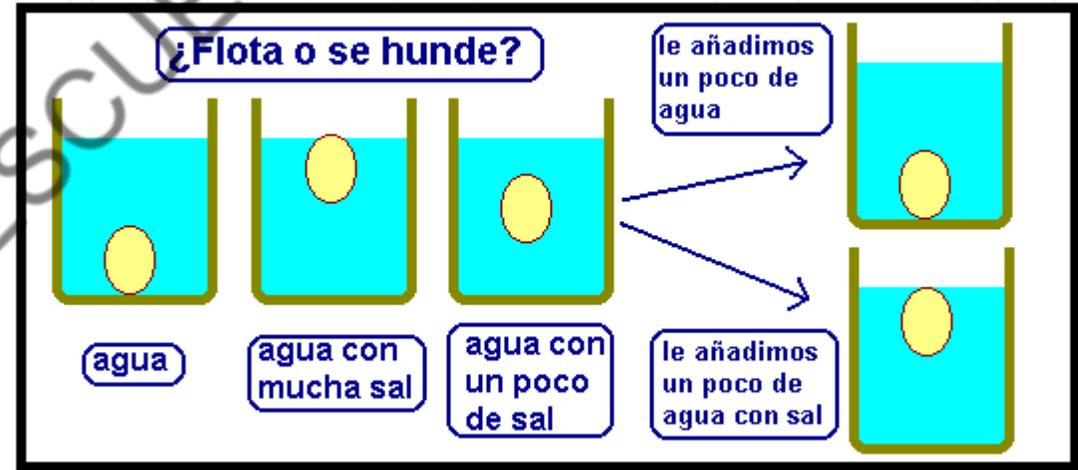
- Hemos determinado en un ejercicio anterior la densidad de una patata, que resultaba ser del orden de 1,1 kg por litro (muy parecido al de un huevo fresco de gallina).
- Dado que la densidad del agua pura es de 1 kg/l y la solución salina que hemos preparado tiene una densidad mayor de 1,1 kg/l, ¿qué resultará?

¿el huevo/patata flotará en nuestra disolución o se hundirá en el agua?



No será difícil preparar una disolución de sal en agua en la que el huevo o la patata floten.

- Preparamos un recipiente transparente en el quepa holgadamente la patata y lo llenamos de agua.
- Introducimos la patata en el recipiente, observando que se hunde, ya que su densidad (1,1) es mayor que la del agua.
- Vamos añadiendo lentamente sal al agua y agitando para que se disuelva.
- En un momento dado, cuando la densidad de la disolución sea la misma que la de la patata, ésta se mantendrá en el centro del recipiente.



Para terminar queremos presentaros la forma de pensar de los sabios griegos.

Ellos se movían en lo que podríamos definir como el paradigma geométrico, en el que con sólo la lógica y las formas geométricas podía explicarse el mundo.

Porque los dioses *sólo hablan de geometría.*



EL CSIC EN LA ESCUELA

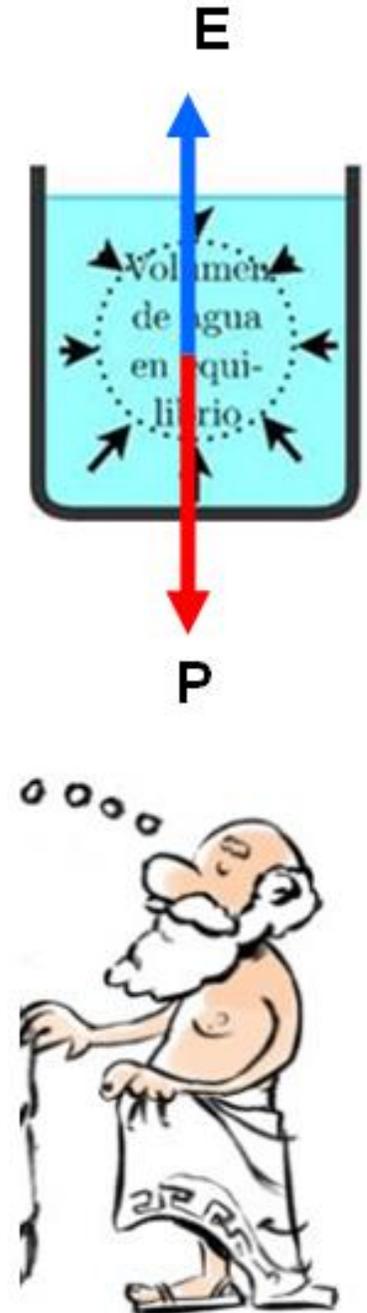
Este razonamiento es un ejemplo de la elegancia del pensamiento griego.



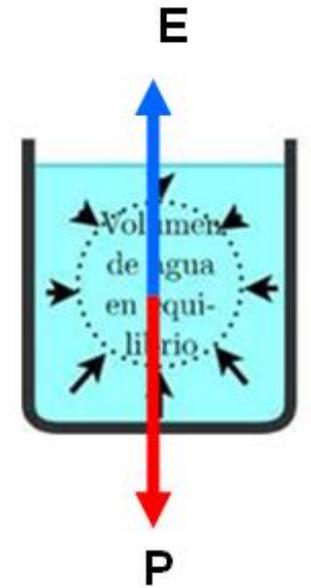
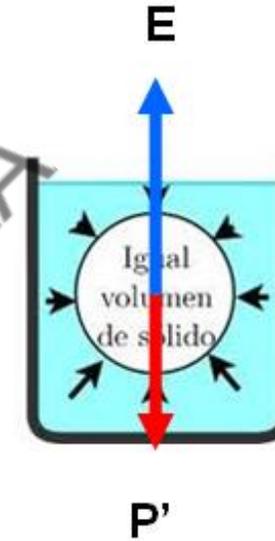
- Los sabios griegos consideraban que la única ocupación digna de un ser humano era la del ocio creador.
- Sólo las personas de categoría inferior ocupaban su tiempo en tareas diferentes del ocio.
- Esas tareas menos dignas, aunque necesarias, recibían el nombre de **neg-ocios**.

- Arquímedes imaginó un vaso de agua en equilibrio, es decir, en reposo.
- Aisló mentalmente un volumen esférico, como el de la figura, al que llamaremos **V**.
- Este volumen tendría un peso al que llamaremos **P**.
- Como el vaso está en equilibrio, el resto del líquido debía ejercer una fuerza de empuje, **E**, sobre el volumen imaginario igual y de sentido contrario a su peso. De otra forma no estaría equilibrado.

$$E = -P$$



- A continuación Arquímedes imaginó que sustituía el volumen de agua aislado mentalmente por un cuerpo de la misma forma y volumen, pero de distinto material y distinto peso, P' .
- Como el resto del agua no sufre ninguna variación, seguiría ejerciendo la misma fuerza E sobre el volumen V , **sin importar el contenido del mismo.**
- Por lo tanto, cuando se sumerge un cuerpo en un líquido, éste ejerce un empuje sobre el sólido igual al peso del líquido que ocupa o desaloja.
- Si el sólido pesa más que el líquido que ocupa, se hunde.
- Si pesa menos, flota.
- Si pesa igual, se mantiene en equilibrio siempre que esté sumergido.





**Si hubiésemos sido griegos clásicos
habríamos acabado la clase en unos
minutos.**

- En cambio hemos tenido que recorrer un largo camino.
- Tan largo que merece la pena recordarlo de forma resumida.



EL CSIC EN LA ESCUELA

Recopilación

- Comenzamos esta charla con los conceptos claros de *masa*, *peso*, *volumen* y *fuerza*, con sus unidades, la forma de medir las magnitudes y la forma de sumarlas.
- A partir de estos conceptos desarrollamos los de *empuje* y *densidad*, y descubrimos el **principio de Arquímedes**.
- Estudiamos la *flotación* y el *equilibrio* de los cuerpos flotantes.
- Estudiamos el origen de las fuerzas que intervienen en los cuerpos flotantes y sumergidos, observando su origen y el camino que recorren hasta llegar al suelo.
- Finalmente hemos visto la diferencia entre el modo de pensar o paradigma de la Grecia clásica y el actual, viendo que todos llegan al mismo modelo en el que intervienen fuerzas, masas, pesos y empujes.