

TALLER DE MATEMÁTICAS.

“La importancia de los materiales en la enseñanza - aprendizaje de las matemáticas.

(Para comprender el Sistema Métrico Decimal recordando su relación con los materiales estudiados en las dos sesiones anteriores)

EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL.

Introducción.

- Si yo digo que este prisma que tengo en las manos ocupa más volumen que este otro, pero, igual que un tercero (*se muestran los tres*). ¿Sabemos, chicos, que volumen ocupa cada uno?

- No. Porque necesitamos conocer una unidad que nos permita saber el volumen de cada prisma.

-Muy bien, Gonza. Pues de la misma forma que para medir el volumen necesitamos tener una **unidad**, para medir longitudes, **superficies**, **masas**...¿Qué necesitaremos?

- Necesitamos también conocer las **unidades** con las que se miden estas magnitudes.

-¿Recordáis alguna?

-Claro: el metro, el metro cuadrado, el kilogramo, el litro...

-Bien. Ahora vamos a estudiar las características de aquellas unidades que nacieron para medir magnitudes hace milenios y así llegar a darnos cuenta de la necesidad de su modificación y de por qué nacieron estas otras que acabáis de citar. En torno a hace cinco milenios en Mesopotamia, Egipto, China... ya se crearon unidades para medir estas magnitudes que fueron cambiando con el tiempo hasta llegar a las que habéis enumerado hace un momento.

Vamos a centrarnos, sobre todo, en las unidades de longitud que se utilizaron en España hasta hace muy pocos años. Así entenderéis en que se fundamentaban y por qué hubo necesidad de cambiarlas. Y comprenderéis mejor las unidades de otras magnitudes y la conveniencia, también, de su sustitución.

-Por cierto ¿Recordáis qué miden las longitudes?

- Pues la distancia que hay entre dos puntos. Por ej. entre los vértices contiguos de una arista de un prisma. O el ancho de la calle de mi casa. O el largo y el ancho de mi libro de matemáticas...O la distancia a la luna...

-Pues imaginaros que **tenéis que medir la distancia que hay desde la escuela hasta vuestra casa y no tenéis ningún útil que os permita hacerlo**. ¿Qué se os ocurre? Os doy una pista con una pregunta: ¿Cómo cuenta el hombre prehistórico las pocas ovejas que tiene o los barcos que pasan por su puerta al lado del río?

-¡Ah! Ya. Con los dedos. Claro, utilizará medidas de su cuerpo para medir las distancias. Sí, sí, lo he visto en películas. Se medirá con los pasos. Dando **pasos**.

-¿Y el ancho y el largo de vuestra mesa de clase?

-Pues con una unidad más pequeña. La mano, con los dedos pulgar y meñique extendidos. No me acuerdo cómo se llama.

-Muy bien. Se llama **palmo**. La longitud que hay desde el punto más lejano del pulgar hasta el punto más alejado del meñique ¿Y si te queda algo por medir?

-Creo que hay una unidad que se llama algo así como “**pulga**” o **pulgada**. Debes ser para cosas pequeñas. Una medida del dedo pulgar.

- Efectivamente era la medida de la falange superior del dedo pulgar. (se muestra)

. - Y para medir la altura de Pablo ¿Qué haríais?

-Medirla con palmos. O mejor medirla como medimos nosotros la distancia entre las dos piedras de las porterías de fútbol que hacemos en el prado, con los **pies**. Se tumba Pablo y vamos midiendo los **pies** que hay entre las piedras...

-Muy bien. Pues mirad: otra medida que se utilizaba para medir distancias intermedias era la **vara**. De longitud parecida al **paso**. En unos casos era la distancia de un brazo extendido, en otros la distancia de codo a codo acodo, en otros la distancia desde la nariz hasta el extremo del brazo alargado...

Y en muchas ocasiones se hacía un palo de madera, de metal, incluso de piedra, que tenía la longitud de la **vara** y se utilizaba para medir. Fue como una de las primeras cintas métricas.

La **milla** era otra unidad antigua para medir distancias largas, en pasos. Como su nombre sugiere, la milla medía mil pasos. Y procedía de los romanos.

La pulgada, el palmo, el pie, la vara, la milla, la legua... fueron unidades de longitud durante muchísimos años en España. Y en otros muchos otros lugares.

-Pero ¿qué ocurría, chicos, cuando quienes medían los **pasos** desde su casa a la escuela eran dos hermanos uno alto y otro muy bajito; o cuando medían con **palmos** el largo de su mesa; o los pies del ancho de su calle...?

-Pues que las medidas eran muy diferentes. Cuantas más altas las personas, las distancias eran normalmente, menores. Es decir, el paso, el palmo, la pulgada, el pie, la vara...las medidas de longitud no podían ser iguales porque cada individuo tenía un paso, una pulgada,... diferente.

- ¿Y esto pasaba también en las medidas de superficie?

-Yo no sé porque no conozco ninguna medida de superficie antigua, Jose Luis.

-Pues una era la **obrada**: era la superficie de tierra que labraba una pareja de vacas o mulas en un día. Otras eran la **fanega**, el **celemín**... que eran las superficies de tierra que se sembraba con una **fanega** o un **celemín** llenos de cereal.

-¿Pero medirían todas las **obradas**, las **fanegas** o los **celemines** lo mismo, Jose Luis?

- ¿Vosotros, que creéis?

-Yo creo que las **obradas** no medirían lo mismo. Dependería de los animales que arasen la tierra en ese lugar porque las vacas aran mucho más lentas que las mulas; de las horas que estuviesen trabajando, de que el suelo sea más arenoso o más duro....

-Efectivamente. De hecho hasta en Segovia hay zonas en las que la obrada mide 4000 metros, otras que miden 5000 y la hay de 2000 m.

-Y que pasaba con el celemín y con la fanega como medidas de superficie. ¿Serían iguales en todos los sitios?

-Imposible, es imposible que alguien, ni siquiera la misma persona siembre la misma superficie dos veces seguidas con la misma cantidad de grano. Y luego seguro que hay muchos factores. Quién es el que siembra, cuánto tiempo lo está haciendo, tipos de suelo, ...

-Y otro tanto pasaba con el resto de unidades para medir **volúmenes, masas...** De hecho la **arroba** equivalía en la mayor parte de España a **11,5 kg** y en Valencia los cítricos (naranjas y limones), se vendían por **arrobas de 12,78 kg**.

- ¿Qué os parece?: ¿Era buena para el comercio esta situación en la que las unidades para medir distintas magnitudes no eran iguales, muchas veces ni siquiera entre regiones y provincias del mismo estado?

-No era bueno. ¿En que unidad de masa se venden o se compran las manzanas, las tierras, el vino...? Seguro que cada cual querría comprar o vender en su unidad y cobrar o pagar con su moneda.

- Muy bien. Era un poco caos. Luego, hay otros dos hechos muy interesantes: Esas **varas** de madera con las dilataciones y contracciones por los cambios de temperatura, por la humedad...modificaban su longitud con el paso del tiempo. **(Se muestra una vara)**

El segundo: Si alguien quiere vender, por ej: una tela para hacer un vestido por metros **¿qué deseará: que mida más varas o menos varas?**

-¡Cuanto más varas venda mejor!

- Lógico. Y si no hay control, ni miedo al castigo ¿Qué tentación puede tener?

- ¡Jajaja...! Pues recortar un poquito la longitud de la vara. Así medirá más metros.

-¿Y el comprador?

- El comprador, si puede, utilizará una **vara** más larga de lo debido para pagar menos por la tela, porque así medirá menos metros.

-Eso pasaba con todo. También con las masas. Siempre el que compraba creía que la balanza "pesaba" de más. Y el que vendía, de menos. Y ambos podían tener la intención de engañar al otro. Y de hecho se produciría con frecuencia Porque no había suficiente control.

-Esta situación generaba desconfianza, sospechas, inseguridad. En Francia por ejemplo, existían antes de 1789 más de 250.000 unidades de medida. No era bueno para el comercio. Ni para la ciencia. Si se compraba parecía que lo que adquiríamos medía demás. Si se vendía, que, de menos. De ahí que se hable de **la doble vara de medir**. Lo que nos venden nos parece caro, lo que vendemos barato.

EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL.

-Entonces ¿Qué creéis que acabará ocurriendo?

-Pues lógico, que haya gente que se da cuenta de esa situación, y quiera cambiarla y empiece a pensar cómo conseguirlo.

-¿Y qué intentará?

-Pues seguro que aparecerá un investigador que querrá inventar unas unidades que sirvan para todos y que se controle su uso y no se tenga la tentación de utilizar las medidas para engañar.

- Muy buena reflexión. Durante mucho tiempo hubo investigadores que propusieron ideas como las vuestras. Pero el cambio real no será fruto de la propuesta de una persona, sino de un colectivo de científicos de la Academia de Ciencias de París, que, tras la Revolución Francesa de 1789, sugiere la necesidad de crear un Sistema Métrico Decimal para medir magnitudes que fuese aceptado por todos los países. ***“que sirva para todos los hombres de todos los tiempos”*** diría un matemático francés, para hacer posible una mejora del intercambio de mercancías y del comercio internacional y para mejorar de forma extraordinaria la ciencia.

- **¿Sería fácil lograr este objetivo? Les gustaría a los españoles, a los alemanes, a los ingleses... aceptar esta propuesta francesa y renunciar a unas unidades de medida que llevaban utilizando desde hacía tantos siglos?**

- No. Seguro que no sería fácil.

-Efectivamente. Pero en un proceso lento y gradual (de hecho aún hoy hay países como Inglaterra y USA que no han aceptado la propuesta) la inmensa mayoría de países del mundo, sí, lo han hecho. En España la reina Isabel II sancionó la Ley de pesos y medidas en 1849, precisamente en La Granja de San Ildefonso donde se aprobaba la introducción del Sistema Métrico Decimal.

-**¿Y cuáles son las características de este nuevo sistema de medidas que llamaron Sistema Métrico Decimal?**

- Lo único que podemos deducir por el nombre es que en estas nuevas unidades el **metro** y el **sistema decimal** son importantes. ¿A qué sí?

-Es verdad, en parte. El metro, ahora lo veremos, fue una importante unidad de longitud que nace en estos momentos. Pero la palabra Métrico, en el Sistema Métrico Decimal significa Sistema de Medida Decimal. No hace referencia a la unidad metro que, ahora veremos fue una importantísima unidad para medir varias magnitudes.

A) LAS UNIDADES DE LONGITUD.

El metro

- Efectivamente. Ahora vais a entender el origen de estas medidas que quisisteis conocer cuando las utilizamos por vez primera. Estos científicos y quienes siguieron su tarea en el tiempo deciden crear una nueva unidad de longitud, que llamarán **metro** y propondrán que las otras magnitudes se fundamenten en ella y en el Sistema de Numeración Decimal.

- Mirad la primera decisión que adoptan es medir una parte del meridiano de la tierra (**dibujo**) **¿Recordáis lo que era un meridiano?** En su día utilizamos un **gnomon** para saber por donde pasaba el meridiano de un lugar.

-Creo que era la circunferencia de la tierra que pasa por los polos.

- Efectivamente. En este caso, eligieron un meridiano que pasaba por París. Pues bien, midieron un cuadrante de ese meridiano: $\frac{1}{4}$ parte, lo dividieron en 10.000.000 segmentos. Y a la longitud de cada una de esas partes la llamaron **metro**. Esa distancia que es un poco mayor que la **vara** acabaría convirtiéndose en la principal unidad de medida.

- **¿Cómo se escribiría como fracción y cómo número decimal la distancia de un metro y como se leería cada parte?**

-Pues como fracción se escribiría: $1 / 1.000.000$ del cuadrante terrestre; y, como número decimal: 0,0000001. Y se leería: una diez millonésima parte de la longitud de un cuadrante terrestre.

-Por tanto **¿Cómo se definiría el metro?**

- Pues como **una unidad de longitud que mide la diezmillonésima parte de un cuadrante del meridiano terrestre.**

-Vosotros ya conocéis la longitud del metro porque habéis medido distancias con él **¿Con las aristas de qué prismas?**

- Con las de los **metroprismas**. Por eso tú les llamaste **metro-prismas** porque todos tenían alguna arista de un metro. ¿A qué sí? (**Dibujo y se muestran**)

- Muy bien. Y ahora el grupo de sabios va a tomar otra decisión muy inteligente: El **metro** va a ser la unidad principal sobre la que pivotan una parte importante de otras unidades de diferentes magnitudes. Y ¿Sabéis que hicieron para tener un metro de referencia que no se deformase como la **vara** de madera?

-Pues harían un metro con hierro o con otra cosa dura para que no se encogiese, ni se estirase...

- Algo parecido. El primer metro que se hizo de prototipo y que pusieron por varios sitios de París fue de mármol. Luego en 1889 la Oficina Internacional de Pesas y Medidas de París creó un prototipo, una barra de platino con un 10 % de iridio, dos metales extraordinariamente densos (os acordáis de que era la densidad) y, por tanto, casi indeformables a las dilataciones y contracciones. Mirad su densidad en internet.

Y el metro acabó definiéndose como la distancia de esa barra de platino con iridio.

SUBMÚLTIPLOS.

-**Pero, como se tienen que medir distancias más pequeñas que el metro, deciden crear otras unidades ¿Recordáis cuáles son?**

-Claro, nosotros ya hemos medido con ellas. Son

el **decímetro (dm)**, el **centímetro (cm)** y el **milímetro (mm)** que resultan de dividir al metro en 10, 100 y 1000 partes. Porque un metro tiene 10 decímetros, 100 centímetros y 1000 milímetros.

-Jose Luis, ¿a qué son como los números decimales? Sólo que en vez de llamarse decima, centésima y milésima se llaman *decímetro*, *centímetro* y *milímetro*.

- Es verdad: deci, centi y mili son prefijos del latín. Ya sabéis lo que significan. A ellos se añade la palabra metro. ¿Y recordáis como medíais estas unidades?

- El metro, con las aristas laterales de los **metroprismas**;
- El **decímetro**, con las aristas laterales de la “barra”, de la “regleta naranja”, de la “placa”,...
- El **centímetro**, con la arista del **centímetro cúbico** o **unidad**...;
- El **milímetro** con el papel cuadriculado.

(Se muestran estos materiales y los dibujos o fotos)

-¿Y cómo se expresarían estas unidades de longitud como números decimales y fraccionarios?

- El decímetro, dm :0,1 m = 1/10;
- El centímetro, cm:0,01 m; 1/100;
- El milímetro: mm: 0,001 m; 1/1000...

Múltiplos

-Muy bien. Pero, cómo hay que medir distancias de mayor longitud que el metro, se decide crear otras unidades que aumentan... ¿cuánto?

- Seguro, que también de 10 en 10.

- Efectivamente. Así nacen el **decámetro**, dam; el **hectómetro**, hm; y el **kilómetro**, km ¿Cuánto medirán?

-Seguro que el

- El **decámetro**, dam: 10m;
- El **hectómetro**, hm= 10 dam o 100m
- El **kilómetro** km: 10hm, 100dam, 1000m.

- Muy bien. **Deca**, **hecto** y **kilo** son prefijos del griego que significan 10, 100 y 1000.

- Efectivamente. Tomando como unidad el metro se van creando unidades que sirven para medir distancias más grandes que se llaman **múltiplos** y otras más pequeñas que se llaman **submúltiplos** o **divisores** que **aumentan o disminuyen de 10 en 10**.

Aquí las tenéis con los materiales que nosotros hemos utilizado para medirlas.

M ú l t i p l o s			unidad	S u b m u l t i p l o s		
km 1000 m	hm 100 m	dam 10 m	m	dm 0,1 m	cm 0,01m	mm 0,001m
Cuerda y podómetro	Cuerda.	Cuerda	Metroprisma 100	Arista Regleta naranja	Arista Cubo de Cuisinaire	Papel de cuadrícula

-¿Recordáis las actividades que hemos hecho para utilizar los múltiplos del metro?

-Medíamos distancias en las eras con cuerdas que eran **dam y hm**. Y otras veces marcábamos con estacas los 100 m; los 200 m... El **km** lo señalábamos en un camino largo. Y a veces utilizábamos esa rueda cuya longitud era un metro. Y luego competíamos a ver quien corría antes esas distancias...

- Efectivamente. Esa rueda que servía para medir distancias calculando las vueltas que daba y multiplicando por la longitud de la circunferencia se llama podómetro.

Mirad, para que reflexionéis y busquéis respuestas: si el metro es la diezmillonésima parte de un cuadrante terrestre. ¿Cuántos km medirá ese cuadrante? ¿Cuánto medirá todo el meridiano?

Útiles y aparatos para medir longitudes

- ¿Y qué útiles o aparatos debéis utilizar para medir longitudes una vez que las hayáis entendido?

- Pues aquellas que sean cómodas, rápidas y eficaces.

- De acuerdo. Pues investigad cuáles.

-Pueden ser calibradores, cintas métricas, podómetro, cuenta kilómetros de los coches que miden las vueltas que dan sus ruedas sabiendo la longitud que tienen (como los podómetros), telémetros o distanciómetros laser, móvil, “tontones” de los coches...

-Muy bien. Pero no llaméis “metros” a las reglas o a las cintas métricas que utilizáis para medir longitudes. ¿Por qué os lo digo?

-Porque son **prismas** cuyas aristas se utilizan para medir las distancias. En cambio el metro no es algo físico que se pueda tocar ni ver. Las longitudes no tienen cuerpo, materia, son invisibles. Miden la distancia entre puntos.

Unidades de longitud para medir distancias muy pequeñas y muy grandes.

-Muy bien, chicos. Ahora vais a investigar qué unidades utilizan los científicos para medir distancias más pequeñas que el mm, y unidades inmensamente grandes. Y me decís cómo se escriben, a qué equivalen, y para qué sirven:

- **Micra:** milésima de mm, 0,001mm. Mide microbios, virus, bacterias...
- **Nanómetro:** mil millonésima parte del metro; 0,000.000.001m Para medir diámetros de átomos...
- **Angstrom:** una diez mil millonésima parte del metro mm; 0,000.000.000.1m. Para medir las ondas de la luz...

Unidades para medir distancias muy grandes

- La unidad astronómica. U.A. 150 millones de km (La distancia media al sol). Se utiliza para medir distancias entre planetas. 15×10^7 km
- Año luz. La distancia que recorre la luz en un año. Recorre unos 300.000 km por segundo. Es decir, un año luz equivale a unos 9,5 billones de años, $9,5 \times 10^{12}$ (9,500.000.000.000)
- ...

¿Es lógico que se llame sistema métrico decimal a las unidades que miden estas magnitudes?

-Jose Luis, sí que es lógico que se llame Sistema Métrico Decimal porque utiliza el **metro** como unidad principal y porque sus **múltiplos y submúltiplos aumentan y disminuyen de 10 en 10** como en el Sistema de Numeración Decimal.

-Lleváis razón, en parte. Pero recordad que métrico se utiliza como medida, no con el significado de unidad de medida de longitud. Más tarde lo veremos mejor.

Finalmente en 1983 se define el metro relacionándolo con el espacio recorrido por la luz en un tiempo determinado. Porque la barra de platino-irradiado de Paris sufre pequeñas variaciones.

B) LAS UNIDADES DE SUPERFICIE

-Hemos visto como nace el metro y por qué. Y sus múltiplos y submúltiplos. Ahora vamos a ver cómo los mismos científicos que han creado las unidades de longitud crean las de superficie ¿para qué, chicos?

- Para acabar con los problemas de las antiguas unidades de medidas, que eran muchas y que, incluso, ni las mismas, poseían igual superficie, según los lugares donde se utilizaban: las obradas, las fanegas...

El metro cuadrado. La unidad de superficie.

-Efectivamente. Así sirviéndose del metro propondrán la creación ¿De qué unidad de superficie?

- Seguro que del **metro cuadrado**. Ya lo estudiamos

- Sí, del m^2 . ¿Recordáis lo que es un metro cuadrado?

-El metro cuadrado (m^2) es la superficie de un cuadrado que mide 1 m de lado.

- ¿Y que es una superficie?

-Pues como la porción de plano con la que limita cada cara de ese cuerpo. No es la madera de la cara del dm^3 , ni el agua de la capa exterior que hay en el cubo, ni la pintura de la pared...Es algo invisible. Como pasa con las longitudes. Es un trozo de plano más grande o más pequeño que sirve de límite a una cara de un cuerpo geométrico, como su sombra. Un metro cuadrado es igual encima de una baldosa que sobre un jardín...

-Cierto ¿Me ponéis situaciones en las que se necesita conocer la superficie de un cuerpo y por qué?

-Claro. Para sembrar una tierra se necesita conocer su superficie porque así sabremos cuánta semilla hay que llevar para sembrarla, cuánto grano nos puede dar; cuánto me voy a gastar en abonarla; o cuántos pinos se pueden plantar en ella; para pintar una pared necesitamos conocer su superficie porque así sabremos la pintura que vamos a necesitar, el tiempo que nos va llevar pintarla...

Submúltiplos

-Para medir superficies más pequeñas que el metro cuadrado que proponen los científicos?

- Crear los submúltiplos del m^2 .

¿Recordáis cuáles son? ¿Con qué material les representábamos? ¿Cómo se escriben como números decimales? Serviros de la cara del metro cuadrado con sus dm^2 , cm^2 y mm^2 .

Ya les estudiamos, Jose Luis. Son:

-Decímetro cuadrado.

El decímetro cuadrado (dm^2) es un cuadrado que mide 1 dm de lado.

Cada cara del Bloque de Dienes o de mis Densicubos y las bases de la placa son dm^2 (se muestran , y dibujo)

Equivale a $0,01 m^2$

Por tanto, cada m^2 tendrá $100 dm^2$ porque el área del cuadrado es $l^2 = l \times l = 10dm \times 10dm$

Centímetro cuadrado.

El centímetro cuadrado (cm^2) es un cuadrado que mide 1 cm de lado.

Cada cara de la unidad o regleta blanca de Cuisnaire es una superficie de $1 cm^2$

Equivale a $0,0001 m^2$

Por tanto cada m^2 tendrá $10.000 cm^2 = l^2 = l \times l = 100cm \times 100 cm$

El milímetro cuadrado.

El milímetro cuadrado. mm^2 es un cuadrado que mide un mm de lado.

Cada cuadradito de la cuadrícula del cm^2 en papel milimetrado es un mm^2

Equivale a $0,000.001 m^2$

Por tanto cada m^2 tendrá $1000.000 mm^2 = 1000 mm \times 1000 mm$

(Se muestran estos materiales y los dibujos o fotos)

Múltiplos

-Muy bien. Veo que recordáis los submúltiplos o divisores del m^2 , que es la unidad de superficie.

¿Seríais capaces de imaginaros qué cuadrados van a proponer para crear unidades que midan superficies más grandes y como les llamarán?

-Pues seguro que serán cuadrados que midan 10m, 100m, 1000m... de lado, respectivamente. Y seguro que les llamarán **decámetro, hectómetro y kilómetro cuadrados** y con las abreviaturas de las unidades de longitud. Solo que con el exponente ² porque son potencias al cuadrado: **dam^2 , hm^2 y km^2** .

- De acuerdo. Pues escribid esas unidades múltiplos y decís qué son y qué superficie miden

-Decámetro².

El decámetro² (dam^2) es un cuadrado que mide 1 dam, 10 m, de lado.

Equivale a $100 m^2$, porque el área del cuadrado es $l^2 = l \times l = 10m \times 10m = 100 m^2$

El hectómetro²

El hectómetro² (hm²) es un cuadrado que mide 1hm, 10dam y 100 m de lado

Equivale a 10.000m²= 100 m x 100m; a 100 dam² = 10 dam X 10 dam.

El kilómetro²

El kilómetro², (km²) es un cuadrado que mide 1km de lado, 10 hm, 100 dam y 1000 m de lado

Equivale a 1.000.000 m²= 1000 m x 1000m; a 10.000 dam²= 100 dam X 100 dam; a 100 hm²= 10hm X 10 hm.

-Muy bien, chicos. Estas unidades de superficie tienen el mismo nombre que las de longitud. Pero con una diferencia ¿Cuál es?

- Que en vez de aumentar de 10 en 10 aumentan o disminuyen de 100 en 100. Por eso llevan el exponente ² porque son cuadrados.

-¿Y recordáis que actividades hemos hecho para entender mejor estas unidades?

- En la pradera de Valdemazo hemos construido con cuerdas un **dam²** con sus 100m²; con los 100 dm² que forman cada m²; con los 100cm² que forman a cada dm², y con los 100 mm² que forman cada cm².
- Y hemos construido un **hm²** con cuatro cuerdas de un hm cada una. Así es fácil imaginarse que estas unidades aumentan y disminuyen de 100 en 100.

-¿Y cómo habéis construido los ángulos de las esquinas?

-Utilizando el metroprisma 10.000 de un metro cuadrado de base.

¿Y os imagináis el km² y su valor en las distintas unidades?

-Claro. Será un cuadrado de 1km de lado, o de 10 hm o de 100 dam o de 1000 m de lado. Y por tanto tendrá 100 hm²; 10.000 dam², 1000.000 m²...

Unidades de Superficie y materiales que hemos utilizado para medirlas.

M ú l t i p l o s			unidad	S u b m u l t i p l o s		
km ² 1000.000 m ²	hm ² 10.000 m ²	dam ² 100 m ²	m ²	dm ² 0,01 m ²	cm ² 0,0001m ²	mm ² 0,000.001m
Imaginarlo	4 cuerdas de un hm	4 cuerdas de 1 dam	Metroprisma 10.000.	Base de Placa, Bloque. Metroprisma 1.000.000	Cara de Cubo de Cuisinaire	Cuadrado de papel milimetrado

Medidas agrarias

- Muy bien. Mirad, chicos, los labradores suelen utilizar también unidades de superficie con otro nombre. Son las siguientes.

- El área= (a) = $1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$
- La centiárea (ca) = metro cuadrado= Submúltiplo
- La Hectárea (Ha) = Hectómetro cuadrado= 10.000 m^2 = Múltiplo
- Y todavía se sigue utilizando en esta zona la obrada de 4000 m^2 .
- Muy bien, chicos ahora me vais a indicar que unidades utilizarías para medir los siguientes volúmenes;

C) LAS UNIDADES DE VOLUMEN.

- Vamos a estudiar ahora las unidades de volumen. ¿Recordáis que es el volumen de un cuerpo?

- Claro. Volumen es el espacio que ocupa. (Con los materiales de la clase)

-¿Me ponéis situaciones en las que lo que se necesita es saber el volumen de un cuerpo?

- Por ej: Calcular el espacio que ocupa una caja de galletas, un frasco de colonia, un baúl, mi salón, la cantidad de madera que tiene un nogal que acaba de cortar mi abuelo porque se ha secado, saber el agua que hay en el embalse de Pontón Alto, la arena que han extraído hoy de la Gran Mina de Burgomillodo...

-Hemos visto como nacen el **metro** y el **m²** y por qué; y sus **múltiplos y submúltiplos**. Ahora vamos a ver cómo los mismos científicos que han creado las unidades de **longitud** y de superficie crean las de volumen ¿para qué, chicos?

- Para tener unas unidades igual en todos los lugares ya que las antiguas eran muchas y no median lo mismo. Y además que fuesen sencillas de entender y de aplicar.

- Efectivamente. Pero hay otro hecho importante: ni siquiera se hablaba de volumen, entonces. Existían unas unidades de **capacidad** para medir el grano: la **fanega**, la **media fanega**, el **celemín**, **medio celemín** ...Y otras de capacidad para medir los líquidos, sobre todo el vino y el aceite: la **cantara**, la **botella**, la **copa**, el **cuartillo**... Además, éstas y otras cientos de medidas no medían lo mismo en un lugar que en otro, como ya lo habéis dicho. Pues para corregir estas situaciones, los señores encargados de crear las nuevas unidades inventaron una nueva unidad para medir los " volúmenes", el espacio que ocupaban l cuerpos: aclarando, como luego veremos que eran volúmenes tanto los cuerpos líquidos, gaseosos..., como los sólidos. Ahora vamos a estudiar las que se refieren a la medición de los sólidos. Aunque valen también para líquidos y gases.

Vosotros ya conocéis algunas de estas unidades de volumen. ¿Os imagináis cuál pudo ser la principal?

El metro cubico. Unidad de volumen.

- Si para las de longitud se utiliza el **m**, para las de superficie, el **m²**; para las de volumen se utilizará el **m³**

- ¿Y qué será el metro cúbico (m^3) :

Un cubo de un metro de arista. De $1m \times 1m \times 1m = 1m^3$

Y también un cubo de **10 dm** de arista y por eso tiene $10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 1000 \text{ dm}^3 = 10^3$

Y también un cubo de 100 cm de arista. Por eso tiene $100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} = 1.000.000 \text{ cm}^3, 10^6$.

Y también, un cubo de 1000mm de arista. Por eso tiene $1000\text{mm} \times 1000\text{mm} \times 1000\text{mm} = 1.000.000.000 \text{ mm}^3 = 10^9$

- **Muy bien. Perfecto porque sabéis que para hallar el volumen de cualquier cubo se eleva al cubo la arista: l^3 ¿ Y con qué metroprisma representamos el metro cúbico?**

- **Con el metroprisma 1.000.000. El m^3 que representa los cm^3 , que son las unidades. Éste que acabamos de hacer con el resto de los metroprismas.**

- Muy bien chicos. Es decir, el metro cúbico es el **metroprisma 1.000.000**. El cubo de 1 m de arista que hacemos con los **metroprismas y densicubos**. Y que equivale a **1.000. 000 de cm^3 o unidades**.

Submúltiplos:

¿Y recordáis los submúltiplos del m^3 ? Me contestáis lo que es, cómo se escribe como número decimal y con qué material lo representamos. Y que unidad representa dentro de nuestro Sistema de Numeración

Claro. Son:

El decímetro cúbico, dm^3

- Es un cubo de 1 dm de arista.

- Con un volumen de $0,1 \times 0,1 \times 0,1m = 0,001m^3$, una milésima parte del metro³:

-Tiene 1000 cm^3 cúbicos. Porque tiene una arista de 10cm. $10cm^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000cm^3$

-Y lo representamos con el **bloque de Dienes** o cualquiera de mis **densicubos**.

-Y representa la unidad de millar del S.N.Decimal. Claro, porque el cm^3 es la unidad.

El centímetro cúbico, cm^3

- Es un cubo de 1 cm de arista.

-Con un volumen de $0,01 \times 0,01 \times 0,01m = 0,000.001m^3$, una millonésima parte del metro³:

-Tiene 1000 mm^3 . Porque su arista mide 10 mm. Volumen $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = mm^3$

- Lo representamos con el cubo blanco de Cuisinaire o el cubo de Dienes.

- Representa la unidad del S.N.Decimal.

El milímetro cúbico, mm^3

- Es un cubo de 1 mm de arista.

- Ocupa un volumen de $0,001 \times 0,001 \times 0,001\text{m} = 0,000.000.001\text{m}^3$; una mil millonésima parte del metro³:

- ¿Y qué será el mm^3 la décima parte, o la centésima parte del cm^3 ? Ya sabéis que siempre hay que reflexionar antes de elegir una u otra respuesta.

- A ver, el volumen del cm^3 es $= l^3 = 10 \text{ mm} \times 10\text{mm} \times 10 \text{ mm} = 1000 \text{ mm}^3$. Luego, el mm^3 no es ni la décima parte del cm^3 ni la centésima, es la milésima parte del cm^3 .

(Se muestran estos materiales y los dibujos o fotos)

- Estupendo, chicos. ¿Seguro que igual que recordáis los submúltiplos podéis imaginaros cuáles serán los múltiplos del m^3 ?

- Claro. Seguro que esos señores utilizarán, como con las longitudes y las superficies, las mismas palabras con los mismos prefijos. Y serán:

El decámetro cúbico, dam^3 ; el hectómetro cúbico³ hm^3 y el kilómetro cúbico, km^3 .

-Pues me vais a escribir qué son estas unidades y cuál es su volumen.

El decámetro cúbico, dam^3 .

-El decámetro cúbico, dam^3 , es un cubo de 1 dam de arista. Pero, también, de 10 m.

Su volumen: $l^3 = \text{dam} \times \text{dam} \times \text{dam} = \text{dam}^3$; $10\text{m} \times 10\text{m} \times 10\text{m} = 1000\text{m}^3$

El hectómetro cúbico, hm^3

El hectómetro cúbico (hm^3) es un cubo de 1 hm de arista; pero también de 10 dam y 100m.

Volumen= $l^3=10 \text{ dam} \times 10\text{dam} \times 10 \text{ dam} = 1000 \text{ dam}^3$

Su volumen= $l^3=100\text{m} \times 100\text{m} \times 100\text{m} = 1000.0000\text{m}^3$

El kilómetro cúbico, km^3 .

El kilómetro cúbico (km^3) es un cubo de 1 km de arista. Pero también de 10 hm, 100 dam y 1000m

Volumen= $l^3=10 \text{ hm} \times 10 \text{ hm} \times 10 \text{ hm} = 1.000 \text{ hm}^3$

Volumen= $l^3=100 \text{ dam} \times 100 \text{ dam} \times 100 \text{ dam} = 1.000.000 \text{ dam}^3$

Volumen= $l^3=1000\text{m} \times 1000\text{m} \times 1000\text{m} = 1.000.000.000 \text{ m}^3$

Unidades de volumen y materiales que hemos utilizado para medirlas.

M ú l t i p l o s			unidad	S u b m ú l t i p l o s		
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1000.000.000 m^3		1000 m^3	10^0	0,001 m^3	0,00000 m^3	0,000.000.001 m^3

10⁹	1.000.000 m³ =10⁶	10³				
Imaginación	4 cuerdas de un hm e imaginación	4 cuerdas de 1 dam e imaginación	Metroprisma: 1.000.000	Densicubos. Bloque de Dienes	Cubo de Cuisinaire	Cubo de pirita

Muy bien, chicos ahora me vais a indicar que unidades utilizarías para medir los siguientes volúmenes;

Caja de leche	Tubo crema de dientes	El agua del Mediterráneo	Caja o cisterna de un camión	Capacidad de un embalse	Caja de galletas grande	Caja de tizas
---------------	-----------------------	--------------------------	------------------------------	-------------------------	-------------------------	---------------

Actividades.

Desde el momento en que, para comprender el Sistema de Numeración Decimal, la **unidad** es el **cm³**, todos los materiales con los que trabajamos: **prismas y cubos de Cuisinaire, de Dienes y Metroprismas son cuerpos que te permiten descubrir la magnitud volumen y las unidades para medirla.** Otro tanto pasa cuando medimos sus caras o cuando medimos sus aristas: **estamos descubriendo las longitudes y las superficies y sus unidades**

Pero es que, cuando construimos el decámetro cuadrado en la pradera de Valdemazo con sus correspondientes 100 m² y tenemos allí un metro cubico en una esquina, es fácil imaginar cómo se levantarían, por sus cuatro lados, paredes de 10 m de alto y de un decámetro cuadrado de superficie cada una. Es decir, nos estábamos imaginando el **dam³**. Como nos podíamos imaginar el **hm³** y el **km³** levantados sobre el hm² y el km². Cubos de 1 hm y un km de arista Por tanto, aquí estamos descubriendo, también, y de forma simultánea, volúmenes, superficies y longitudes. E imaginando las más grandes y las más pequeñas. Como no podía ser de otra manera.

Ahora en grupos os vais a imaginar*, a partir de los Prismas de Cuisinaire, Bloques de Dienes y Metroprismas:

- Todos los múltiplos y submúltiplos de las unidades de longitud
- Todos los múltiplos y submúltiplos de las unidades de superficie
- Todos los múltiplos y submúltiplos de las unidades de volumen

***Imaginar, ya sabéis que es ver algo, sin tenerlo delante. Es como estar viendo los materiales, sin verlos. Y describís lo que estáis imaginando. Si lo hacéis bien será la mejor evaluación para demostrar que habéis comprendido una parte de las magnitudes el Sistema Métrico Decimal, esa obra tan maravillosa de la que Lavoisier, el descubridor del Hidrógeno y de la composición del agua, y uno de los químicos más grandes de la historia, decía que era**

“una de las cosas más nobles que haya podido hacer el hombre”.

D) LA CAPACIDAD.

Ya hemos visto que volumen y capacidad son la misma magnitud. Que la capacidad se utiliza para medir volúmenes de líquidos, de gases... Y hemos visto, también, que las unidades antiguas de capacidad eran muy numerosas y no medían lo mismo, que dependía del lugar en el que se encontraban...En consecuencia...¿ Qué?

-Pues que quienes planifican El Sistema Métrico Decimal van a crear una unidad y unos submúltiplos y múltiplos que sirva para medir ese volumen de líquidos y de gases y que esa medida sea igual en todos los sitios...

-Cierto. Hasta ahora todas las unidades que hemos descubierto eran metros: el **metro lineal**, el **metro cuadrado**, el **metro cúbico**.... **¿Qué metro es ahora la unidad de las capacidades?**

-No es ningún metro, Jose Luis. Es el **litro**.

- **Es verdad. ¿Pero qué es un litro?**

- Los señores científicos que eligieron al m como unidad principal de longitud decidieron que era la capacidad o volumen de un **dm³** hueco. La de este **dm³** que tengo a mi lado. Que es un **bloque de Dienes**.

-**Bueno, pero ¿Cuántos dm³ tiene un metro³?**

-Un metro cúbico tiene 1000 dm³, es decir, 1000 l.

¿Luego tiene algo que ver el litro con el metro?

- ¡Ah! Claro que sí. El litro es una milésima parte del metro cubico 0,001m³. Es decir, al metro lo dividimos en 1000 partes y cogemos una.

Muy bien. El litro, sí, que tiene que ver con el metro, en este caso con el m³. Y por eso va a ser más sencillo crear los submúltiplos y los múltiplos de las capacidades. Ya las habéis estudiado. A ver si las recordáis. Pero antes me tenéis que aclarar para qué necesitamos un litro.

-Jose Luis podemos decir lo que decíamos cuando hace tiempo estudiábamos este tema. ¿Te parece?

- De acuerdo.

-*“Si no existiese el litro después de la vendimia, cuando nos preguntasen cuanto vino hemos hecho ¿Qué diríamos?*

-*Que este año hemos hecho muchísimo vino, o bastante o regular o poco o casi nada”*

-*¿Pero el que nos escuchase sabría cuánto vino hemos hecho?*

-*No. No lo sabría.*

-Claro. No lo sabría. Quien nos escuchase no sabría decir la cantidad de vino que hemos hecho. Además para un señor que hace millones de litros, que es muchísimo, hacer poco vino lo mismo es hacer cien mil litros, que es muchísimo, mientras que para nosotros hacer mil litros es hacer muchísimo vino. Por tanto ¿Qué es necesario?

-Es necesario que haya unidades de medida para saber el volumen exacto de vino, de agua, de leche, de gasolina... al que nos referimos"

- Y si en un **dm cúbico** cabe un litro de agua, ¿cuánto cabrá en un cm cúbico hueco? Una pista. ¿Cuántos cm cúbicos hay en un dm cúbico?

-Ah, ya sé. Seguro que en un **cm cúbico** cabe mil veces menos agua que en un dm cúbico porque el **dm cúbico** tiene mil **cm cúbicos**.

-Efectivamente. Pues a esa medida de volumen que vale mil veces menos que el litro esos hombres importantes que pusieron los nombres al cm cúbico y al dm cúbico... la llamaron **mililitro**.

Es decir, el dm^3 , el Bloque de Dienes hueco y lleno cerveza es un **litro**; el **cm cúbico** es un **mililitro**.

¿Y qué medida serán la regleta **naranja** o la **barra** huecas y llenas de un líquido? Os vuelvo a dar una pista. ¿Cuántos regletas naranjas o barras caben en el dm cúbico?

-Caben **cien naranjas o barras**. ¡Ah, ya está!, seguro que esta unidad se llamará "**cientilitro**" o algo así. Y la otra medida, como caben diez placas seguro que se llamará "**decilitro**". ¿hemos acertado, José Luis?

- Casi. Mirad a la **regleta naranja** hueca y llena de líquido se la llama **centilitro** porque en un decímetro cúbico hay cien naranjas:

Y a cada **placa** hueca y llena de líquido la llamaos **decilitro**. Porque en un dm cúbico hay 10 placas. Muy cerca habéis estado. Habéis pensado maravillosamente bien.

Así es que ya tenemos cuatro medidas para medir el volumen de los líquidos: el **litro (l)**, el **decilitro (dl)**, el **centilitro (cl)** y el **mililitro (ml)**.

- ¿Y cómo aumentan y disminuyen?

-De 10 en 10 como las Unidades del Sistema de Numeración Decimal.

Por tanto escribid en las celdas del cuadro de abajo las unidades de capacidad: abreviaturas, valor, volumen y materiales que facilitan su comprensión.

Unidad de capacidad	Abreviatura	Valor	Volumen	Cuerpo geométrico
litro	l	1l	$\text{dm}^3, 1000 \text{ cm}^3$	bloque, metroprisma1000
decilitro	dl	0,1 l	100 cm^3	Placa, metroprisma 100
centilitro	cl	0,01 l	10 cm^3	Barra, regleta naranja
mililitro	ml	0,001l	1 cm^3	Cubo de Cuisinaire

Me vais a buscar e indicar en qué unidad se expresa el volumen del líquido y la cantidad de l, dl, cl y ml que contienen estos recipientes (lo miráis en la información que tienen escrita):

Recipiente	Unidad de capacidad. Litro (l); decilitro (dl) centilitro (cl) y mililitro (ml)	Cantidad de l, dl, cl, ml. + -
Una cantara de agua:	litro	16 litros
tetrabrik de leche		
Frasquito de gotas para los ojos		
Un botellín cerveza		
Una lata de aceite del coche		
Un jarabe del catarro		

MÚLTIPLOS.

- ¿Y cuáles son los múltiplos del litro, cuál será su valor y con qué materiales les representamos ?

- Pues, como en las longitudes, seguro que son el **decalitro, hectolitro y kilolitro.**-

-**Decalitro (dal):** 10 litros. Es la capacidad de los **metroprisma 10.000** de 1dm X 1dm X 10dm y de 100 cm X 100 cm X 1cm... **(Tenerlos delante y fotografía o dibujo)**

Hectolitro (hl): 100 litros. Es la capacidad del **metroprisma 100.000** de 10dm X 10dmX 10 dm: $100 \text{ dm}^3 = 100 \text{ l}$.

Kilolitro (kl). 1000 litros. Es la capacidad del **metroprisma 1.000.000** de 10dm X 10dmX 10dm: 1000 dm^3 el m^3 . Un cubo de 1m de arista, hueco. O de 10 dm de arista: 1000 dm^3 , 1000l. Es el metroprisma 1.000.000 porque también equivale a $1.000.000 \text{ cm}^3$ porque el m^3 es un cubo de 1000cm X 1000cm X 1000cm.

Cuadro con múltiplos y submúltiplos, valor y materiales que les representan.

M ú l t i p l o s			Unidad	S u b m ú l t i p l o s		
Kl 1000 l	Hl 100 l	Dal 10 l	Litro: l	dl 0,1 l	cl 0,01l	ml 0,001l
Metroprisma 1.000.000	Metroprisma 100.000	Metroprisma 10.000	M.prisma 1000. Bloque Dienes	Placa m.prisma100	P.Naranja Barra	Cubo Cuisinaire.

Las unidades de Capacidad y el Sistema Métrico Decimal.

-Muy bien. ¿A qué unidades están ligadas las unidades de capacidad? ¿A las de longitud o las de superficie?

-No. Están ligadas con las medidas de volumen: el m^3 es el kl; El dm^3 , el litro; y el cm^3 , el ml.

-¿Y cómo aumentan y disminuyen?

-De 10 en 10 litros. Como en el Sistema de Numeración Decimal.

¿Y sabes cuál son las unidades de capacidad más utilizadas? Echad un vistazo a recipientes que contengan líquidos y comprobadlo

-El litro. ¿A qué sí? En las botellas de leche, en las de licores, de agua...Y el dl y el cl. y el ml se utilizan mucho en latas y botellas de cervezas, de refrescos, en frascos pequeños de líquidos, perfumes, medicinas,...Y el ml, que es el cm^3 en frasquitos más pequeños y en las medicinas.

- Y de los múltiplos ¿Qué unidad se utiliza más y para qué?

-¿Cuál es Jose Luis?

El kilolitro, pero casi nunca se le llama así. Se le llama m^3 y son 1000 litros. ¿Y qué se medirá con kilolitros o metros cúbicos?

-Con metros cúbicos se mide el agua de una piscina, el agua que lleva un río, el aceite de un tanque de leche, el de vino de una tinaja...

-Muy bien. Comprobaréis que El dal y el hl casi no se utilizan ¿Y cómo se medirá el agua de los pantanos y de los mares?

. - Creo que con el hm^3 se miden las reservas d agua de los pantanos que ahora están muy bajas y con el Km^3 seguro que el aguas de los mares, el volumen de la tierra, de la luna...

-Echad un vistazo en casa en recipientes de bebida, cremas, colonias, fármacos, depósitos de combustibles... y anotáis 8 sustancias que utilicen unidades de capacidad y debajo ponéis su valor.

	Pan reumol						
	200 ml						

Muy bien, chicos ahora me vais a indicar que unidades de capacidad utilizarías para medir los siguientes volúmenes:

El agua embotellada	Tubo crema de dientes	Leche en camión cisterna	Botellín cerveza	Collyrium para los ojos	Gel de manos	Pozo de agua

Busca unidades antiguas de capacidad utilizadas en España y escribes debajo su valor en unidades del S. Métrico Decimal:

Vara cúbica				
	16,133 litros			

Porque no basta con decir que de Cantalejo a Fuenterrebollo hay menos distancia que de Cantalejo a San Miguel y más que a Cabezuela. O de que la arista lateral de la barra de Dienes tiene la misma longitud que la regleta roja de Cuisinaire Pero ¿cuánta distancia hay desde Cantalejo a cualquiera de estos otros pueblos? ¿Cuál es la longitud de la barra de Dienes y de la Regleta roja de Cuisinaire. Para medir con precisión esas distancias necesitamos unidades. Unas que miden longitudes más largas, otras más pequeñas. Por eso nacen el cm, el dm y el metro.