Matemáticas Singapur
Sentido numérico y resolución de problemas

Pedro Ramos Alonso
Facultad de Educación
Universidad de Alcalá
pedro.ramos@uah.es

http://masideas-menoscuentas.com/
@MsIdeasMnosCtas

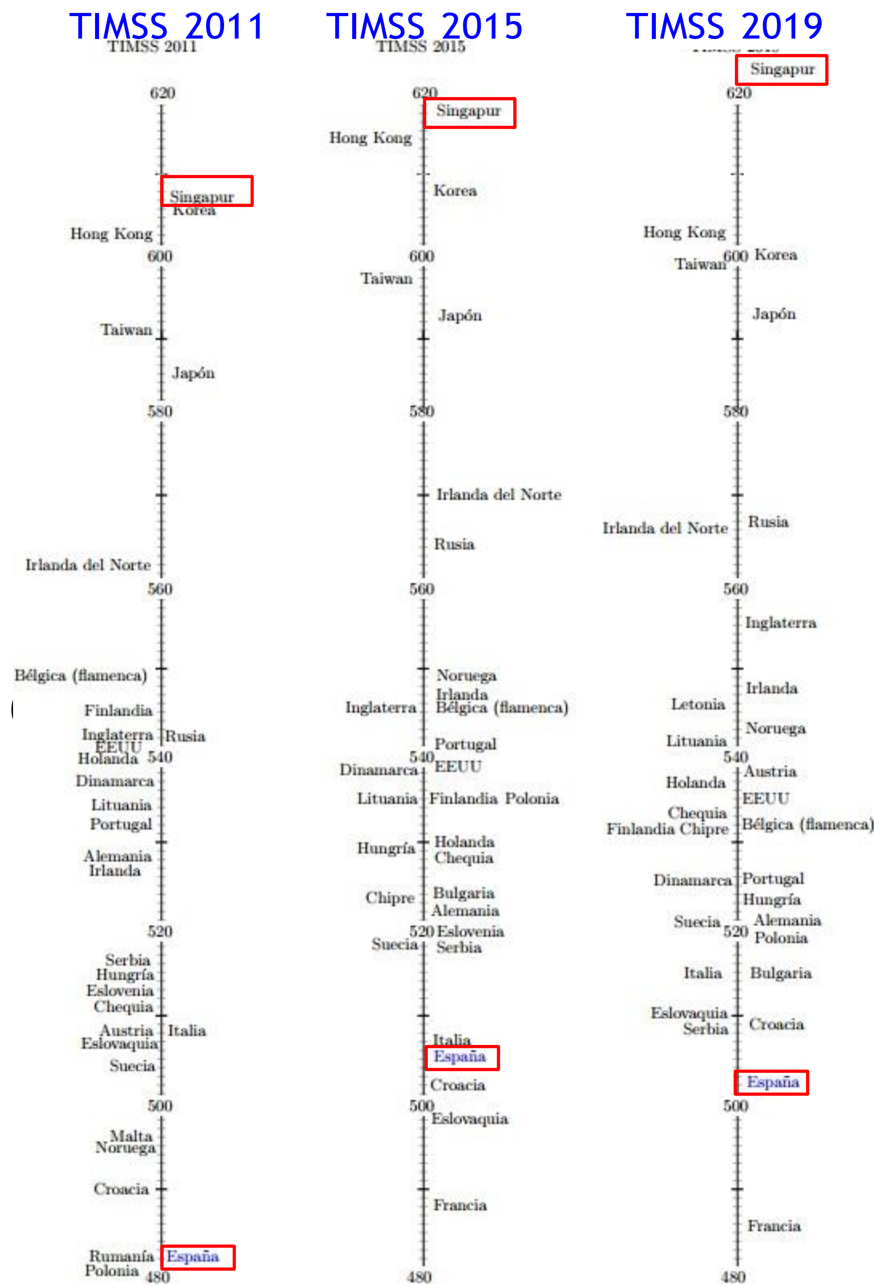
La situación actual en España

* ¿Estamos de acuerdo en que tenemos problemas?

* Información:

  https://www.educacionyfp.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/timss/timss-2019.html

* ¿Tenemos un diagnóstico para origen de los problemas?



Un vídeo para reflexionar

- Sobre la enseñanza de las matemáticas en Singapur en los años 70:

  https://youtu.be/3kxs5hOHpbo

- Sus errores:
  - Exceso de cálculos tediosos.
  - Aprendizaje rutinario de procedimientos, sin entenderlos.
  - Aprendizaje memorístico.

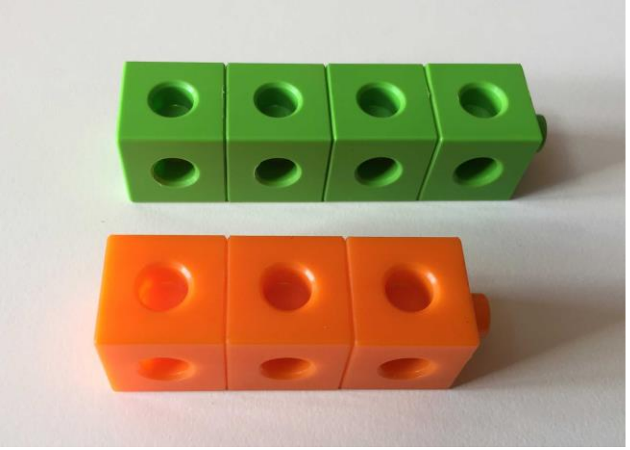
- El desarrollo de lo que conocemos como “matemáticas Singapur” fue la respuesta.

- Basado en ideas occidentales (y bien conocidas en didáctica de las matemáticas).

Fundamentos metodológicos

$\boxed{1}$ El aprendizaje en tres etapas (Jerome Bruner)

(1) 

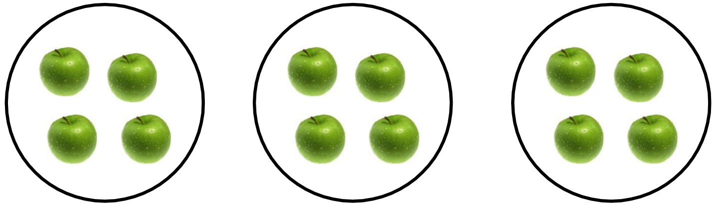


Concreta

Fundamentos metodológicos

1 El aprendizaje en tres etapas (Jerome Bruner)

¿Cuántas manzanas hay?



(2) Pictórica (gráfica, visual)

Fundamentos metodológicos

$\boxed{1}$ El aprendizaje en tres etapas (Jerome Bruner)

(3)

$$27 + 5 = 30 + 2 = \boxed{}$$

$$\underbrace{27 + 5}_{3 + 2}$$

$$4 \times 3 = 12$$

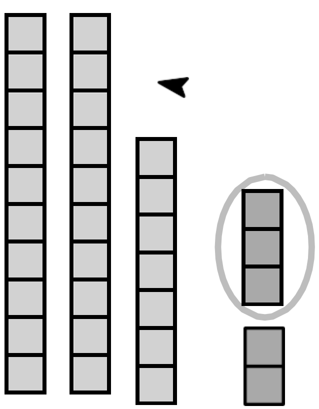
CPA

Abstracta (simbólica)

Fundamentos metodológicos

$\boxed{2}$ El aprendizaje de los procedimientos y la comprensión de los conceptos deben trabajarse en paralelo.

Richard Skemp: Relational understanding and instrumental understanding (1976)



$$27 + 5 = 30 + 2 = \boxed{}$$

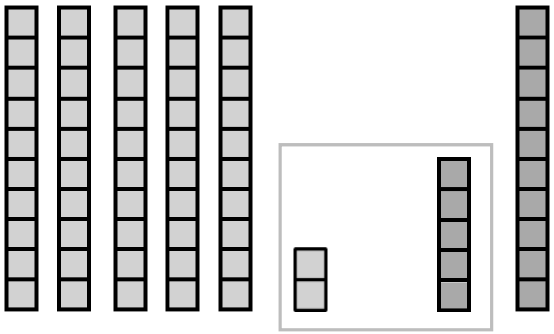
$$3 + 2$$

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 27 \\ +\ \ 5 \\ \hline 32 \end{array}$$

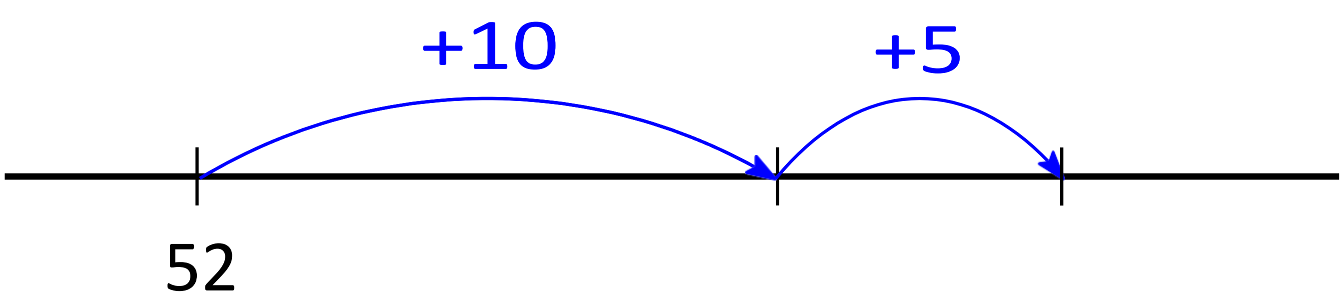
Fundamentos metodológicos

$\boxed{3}$ Variedad en las presentaciones (Zoltan Dienes)

La comprensión de un concepto es mejor si se presenta desde distintos puntos de vista.



$52 + 15 = \boxed{}$

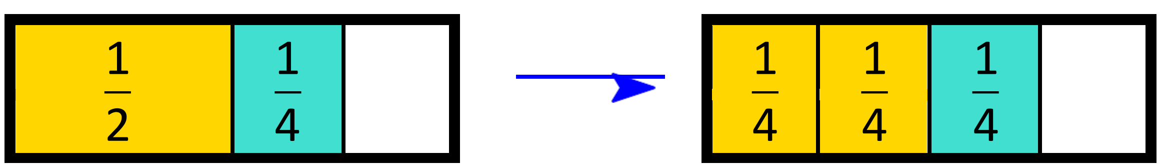


Fundamentos metodológicos

$\boxed{4}$ El andamiaje y la zona de desarrollo próximo (Vygotsky)

En lugar de ir diciendo al alumno “esto se hace as´ı”, se le proponen actividades que estén en su zona de desarrollo próximo.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$$



Fundamentos metodológicos (resumen)

- El aprendizaje en tres etapas (Jerome Bruner)
- El aprendizaje de procedimientos y la comprensión de los conceptos deben ir en paralelo (Richard Skemp)
- La importancia de la variedad en las presentaciones (Zoltan Dienes)
- El andamiaje y la zona de desarrollo próximo (Lev Vygotski)

Y un elemento adicional:

- La importancia de la verbalización.

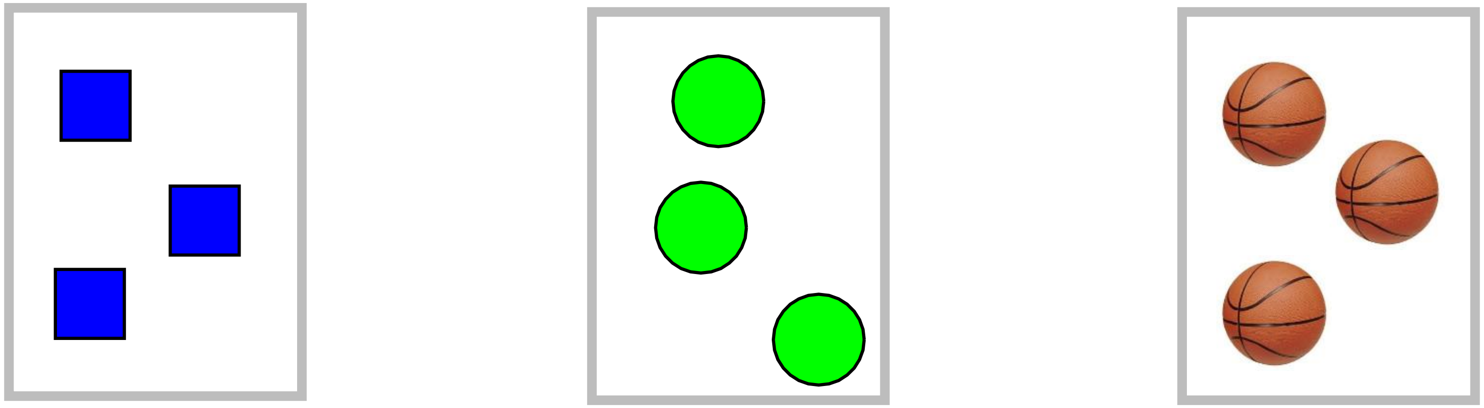
Los inicios con los números

* ¿Cuál es (o debería ser) el objetivo fundamental de aprendizaje (sobre números) durante la educación infantil?

* El desarrollo del sentido numérico.
* ¿Qué es el número tres?

* La lectoescritura de los números requiere cierto trabajo (que no tiene contenido matemático).
* Debemos aprender a contar (memorizar la secuencia numérica) dotando a la actividad de significado.

Los inicios con los números - El sentido numérico



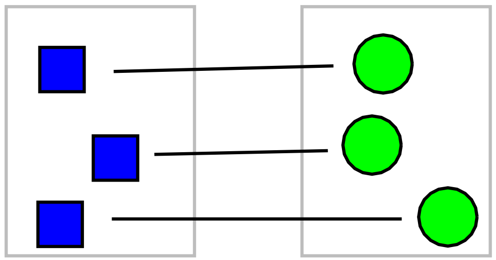
* El concepto de tres es "lo que tienen en común" estos conjuntos.

Comparar conjuntos

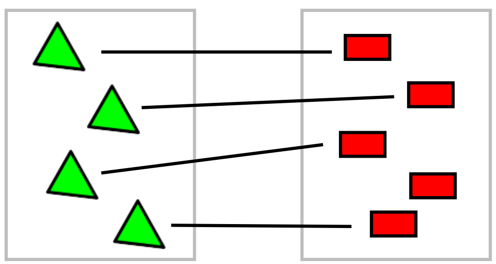
* Importante para el desarrollo del sentido numérico.

1 ¿Hay los mismos?

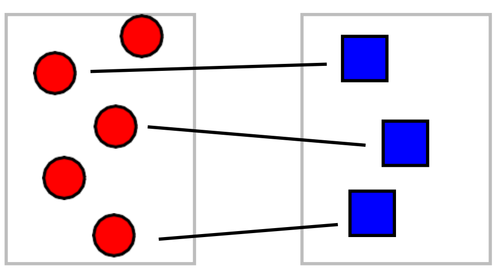
a)



b)

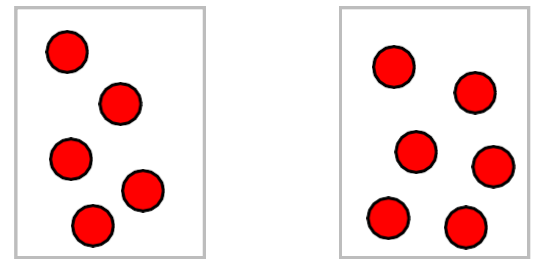


c)

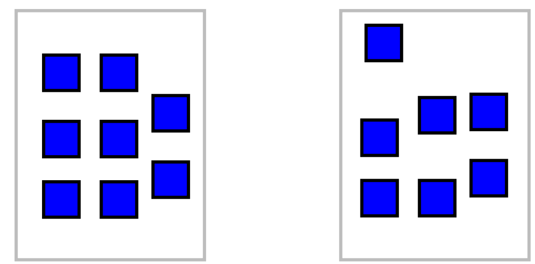


2 ¿Dónde hay más?

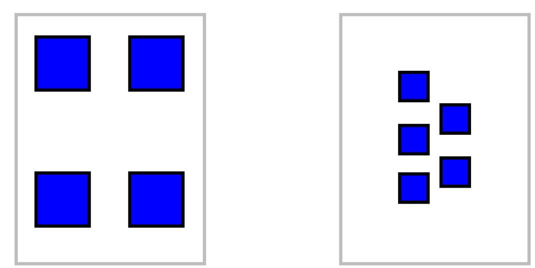
a)



b)

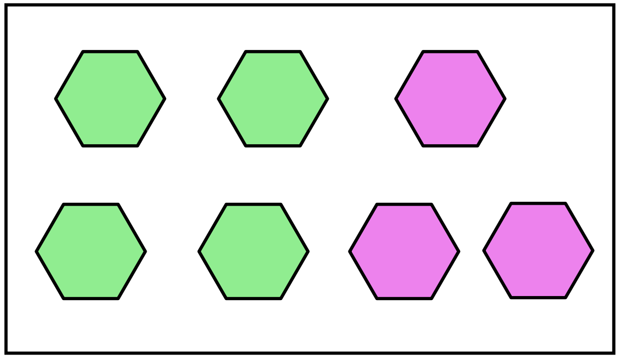


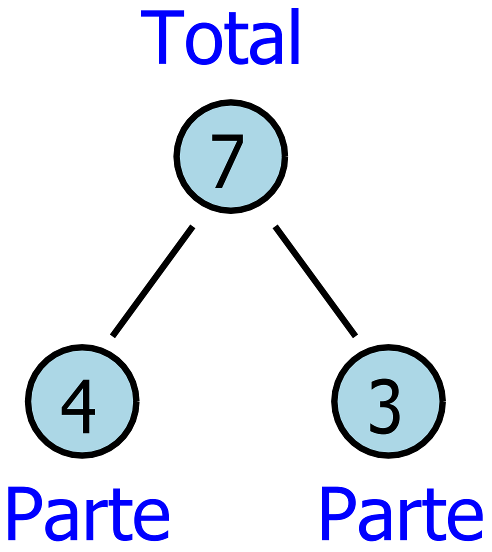
c)



De https://masideas-menoscuentas.com/2014/09/04/libro-de-1o-de-primaria/

Los números conectados



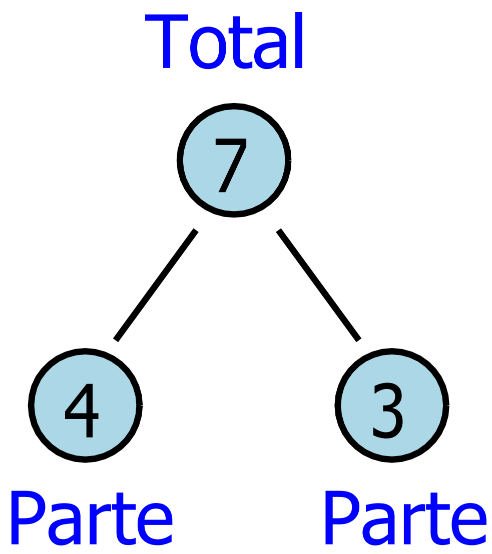


"number bonds"

cuatro y tres son siete

(esto debería ser previo a la suma)

Números conectados y policubos



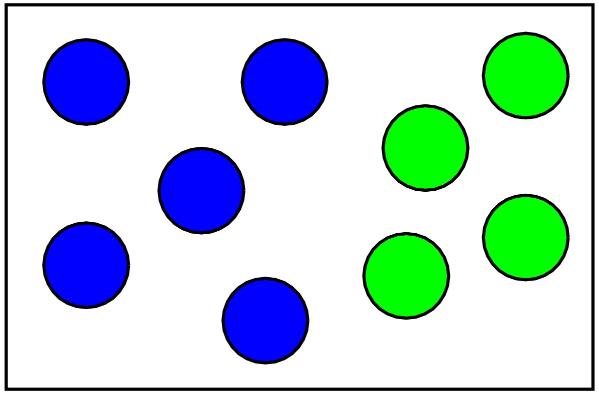
Herramienta virtual (gratuita)

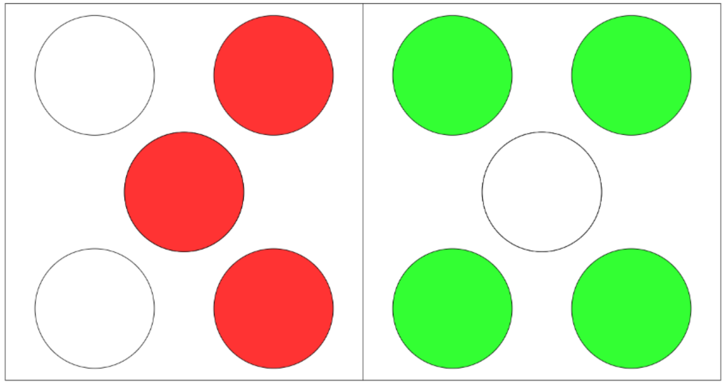
https://www.didax.com/apps/unifix/

Regletas

Descomposiciones numéricas

* Muy importante trabajarlas en profundidad.

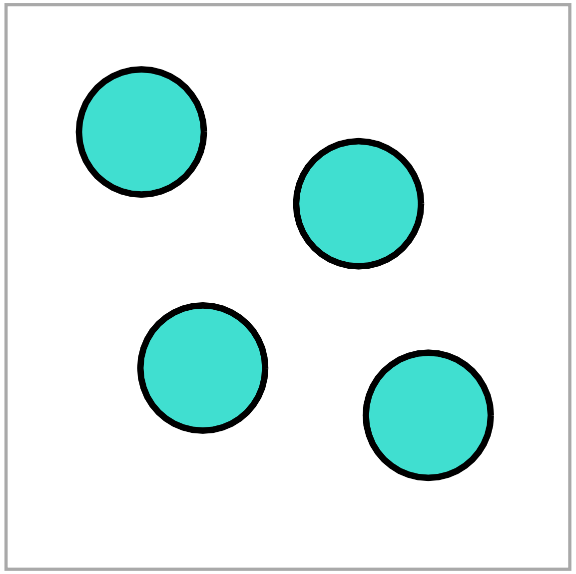




Rejilla húngara

https://mathsbot.com/manipulatives/hungarianFrame

La subitización



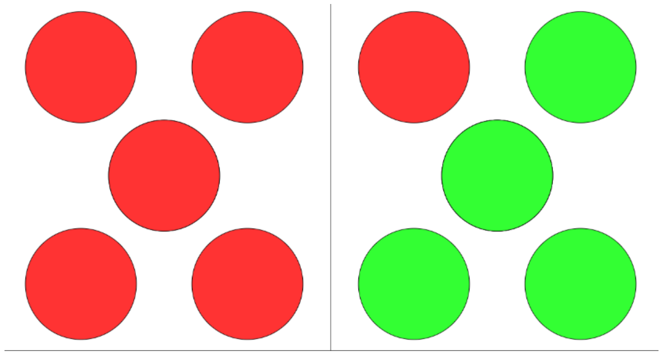
"contar sin contar"

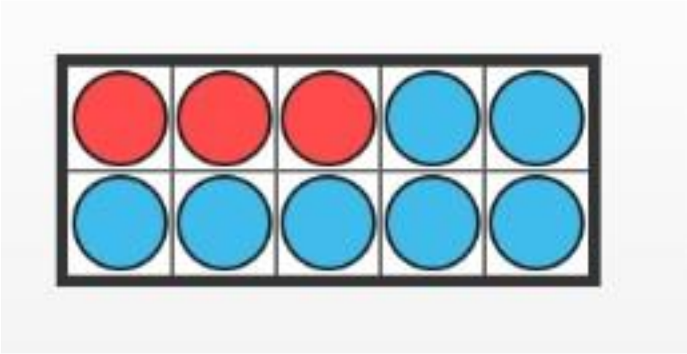
* Es una habilidad que conviene trabajar (con actividades adecuadas a la madurez de los alumnos, por supuesto).

  Y en la "dosis" adecuada

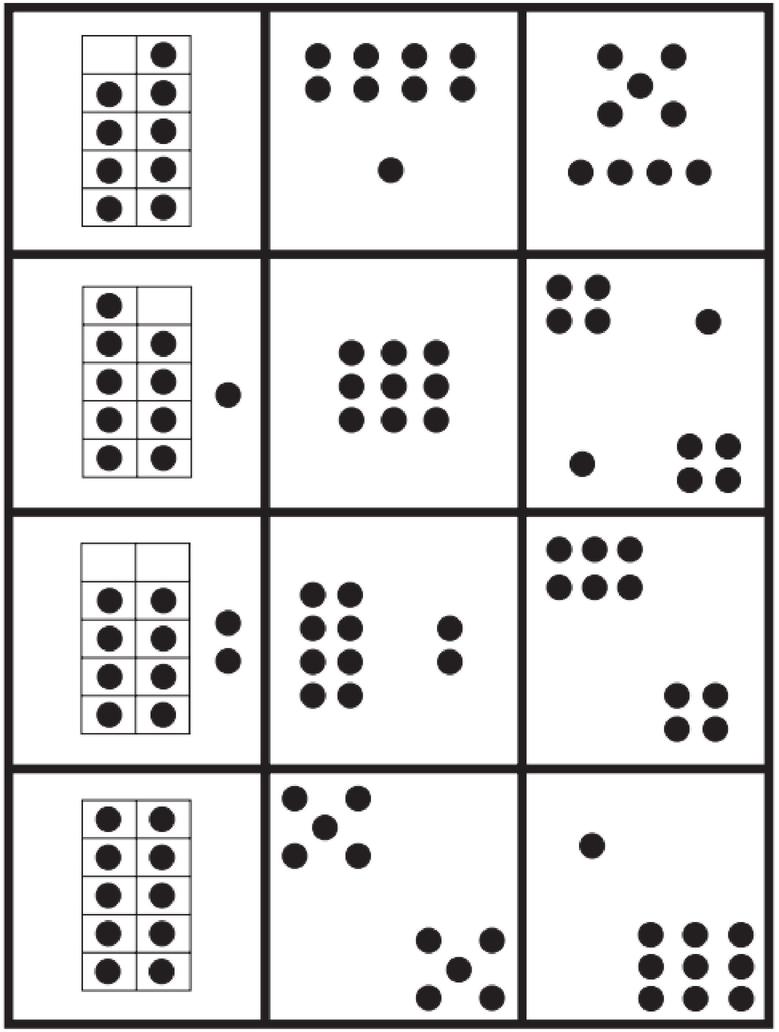
Descomposiciones del 10

* Serán especialmente importantes cuando los números crezcan.





Tarjetas de puntos



https://www.mathlearningcenter.org/resources/apps

BLM 5
Dot Cards (c)

Materiales

policubos

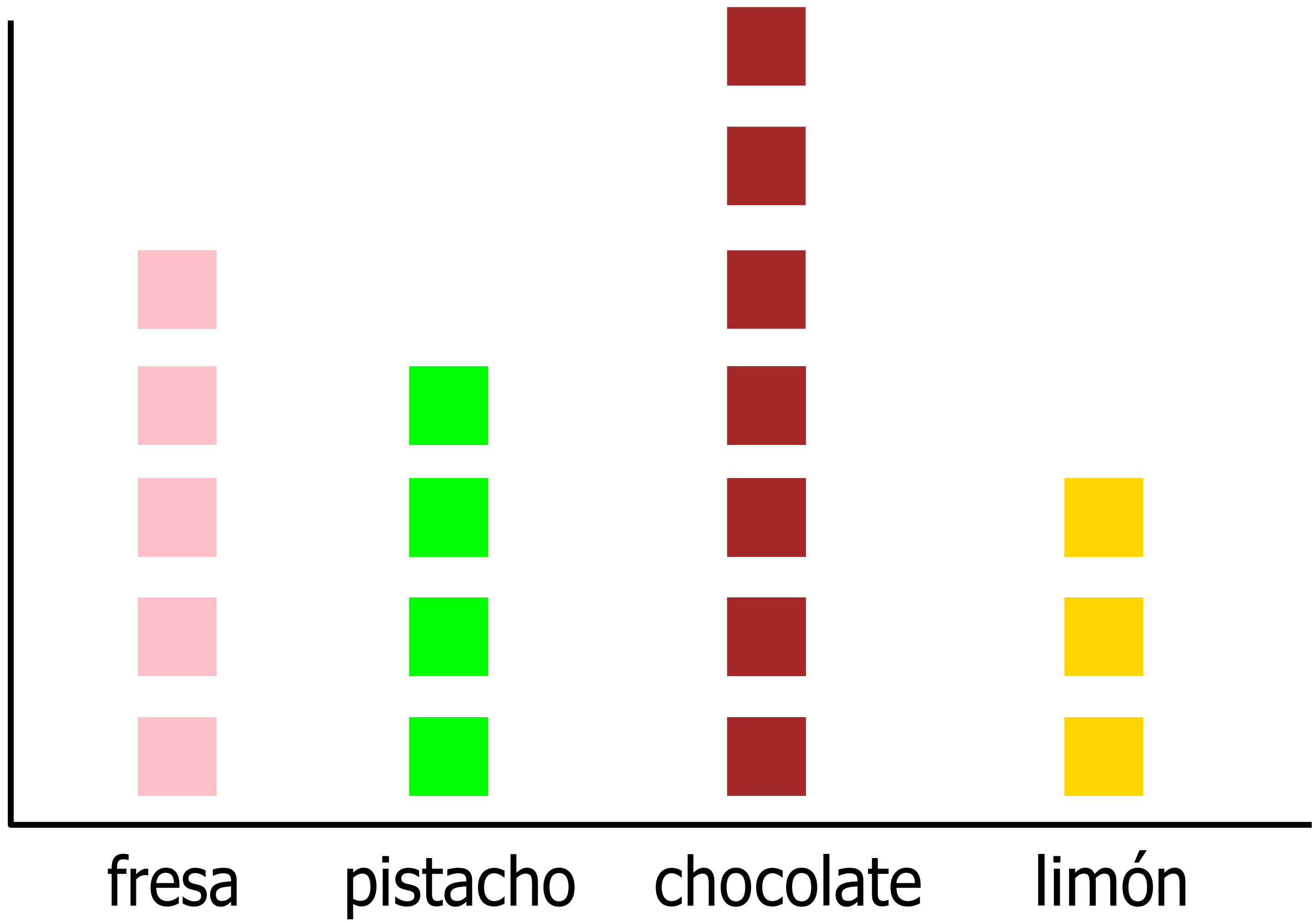
cubos encajables

Primeras preguntas/problemas

1. Alicia tiene 5 caramelos, y Benito tiene 2 caramelos más que Alicia. ¿Cuántos caramelos tiene Benito?
2. Alicia tiene 2 caramelos más que Benito. Benito tiene 5 caramelos. ¿Cuántos caramelos tiene Alicia?

- Preguntas de este tipo ayudan a establecer relaciones del tipo "dos más", "dos menos", que son importantes para desarrollar el sentido numérico.
- Importante: con materiales manipulativos.
- El lenguaje es importante:
  - los términos "anterior" y "posterior".
  - ¿qué preferimos 4 es menor que 7 o $4 < 7$?

Representación de datos y sentido numérico



* ¿Qué preguntas podemos hacer a partir de esta representación de datos?

Formas de sumar

1. Sumar contando.
   a) contar todo.
   b) contar desde un sumando – el mayor.

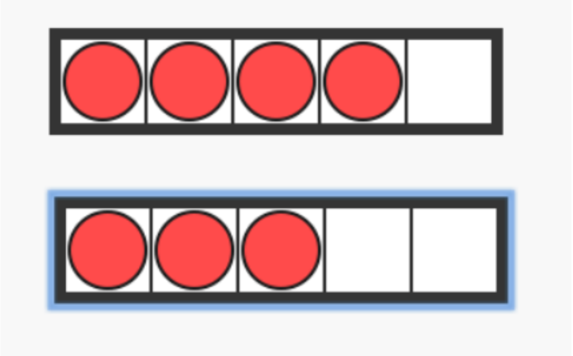
2. Sumar sin contar.

   Fundamental desarrollar estrategias antes de empezar con el algoritmo tradicional.

   Hay que trabajarlo de forma gradual, primero hasta el 10.

Estrategias de iniciación a la suma

* Rejillas numéricas (grupos de 5).



* Otras estrategias: usar los dobles, la compensación ...
* El uso de materiales es fundamental.

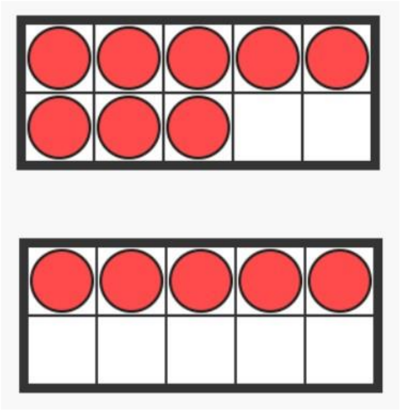
$$4 + 5 = 4 + 4 + 1 =$$

$$5 + 3 = 4 + 4 =$$

Actividad: suma de dos números de una cifra

- Piensa diferentes estrategias para calcular 8 + 5.

8 + 5 = “diez y tres”



https://apps.mathlearningcenter.org/number-frames/

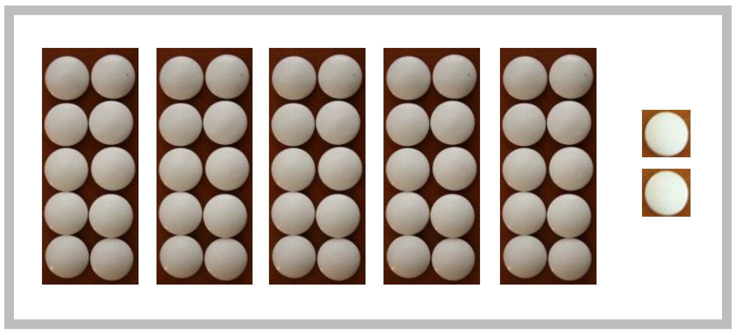
- Una recomendación de lectura sobre psicología del aprendizaje:

  D. T. Willingham: ¿Por qué a los niños no les gusta ir a la escuela?

El número de dos cifras

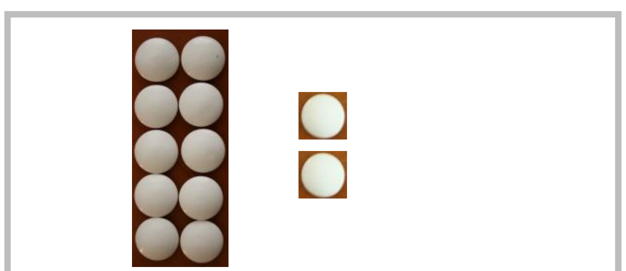
* Enfoque "tradicional": ábaco y fichas de colores

* Alternativa: hacemos grupos de diez.
  Los materiales, de nuevo fundamentales.



_____decenas y______unidades

_____dieces y______unos



12

diez y dos

se escribe **doce**

El número de dos cifras

* Bloques de base 10

* Una alternativa online: https://apps.mathlearningcenter.org/number-pieces/

Algoritmos de la suma

* ¿Qué algoritmos para la suma son útiles si creemos que el aprendizaje de los procedimientos y la comprensión de los conceptos deben trabajarse en paralelo?

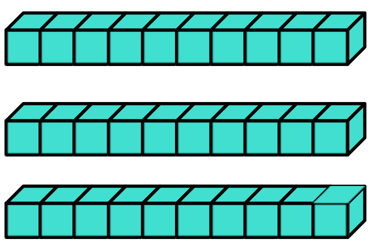
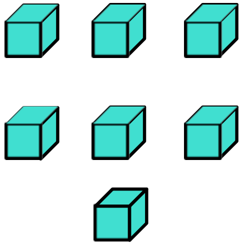
* Primero, lo que no me parece una buena alternativa.

$$\begin{array}{r} {}^{1}\;{}^{1} \\ 574 \\ +\;369 \\ \hline 943 \end{array}$$

Algoritmos de la suma

* Hay formas muy distintas de presentar el "algoritmo tradicional".

Tabla de valor posicional

decenas	unidades
dieces	unos
	

37

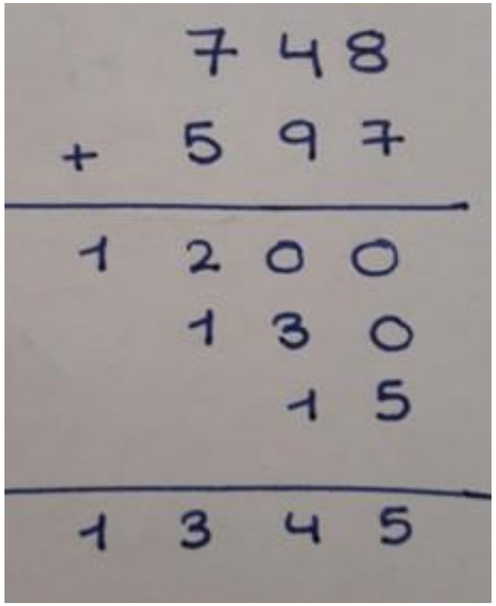
Actividad

* Utiliza los bloques de base 10 para representar estos números, y calcula estas sumas, haciendo con los materiales los reagrupamientos (llevadas) necesarios.

$$\begin{array}{r} 47 \\ +\,25 \\ \hline \end{array} \qquad \qquad \begin{array}{r} 363 \\ +\,174 \\ \hline \end{array}$$

Algoritmos de la suma

* Y hay algoritmos "alternativos":



ABN

Estrategias tipo "cálculo mental"

Una buena recopilación:

https://twitter.com/ManipulayAprend/status/1611695563027644416

* Temas para la reflexión: ¿ventajas e inconvenientes? ¿Es necesario el estudio de un algoritmo "formal"?

La resta

"De 9 quitamos 3"

1	2	3	4	5	6	~~7~~	~~8~~	~~9~~

$$9 - 3 = \boxed{}$$

"Del 6 al 9 van ..."

1	2	3	4	5	6	7	8	9

$$9 - 6 = \boxed{}$$

* Hay que trabajar los dos significados.

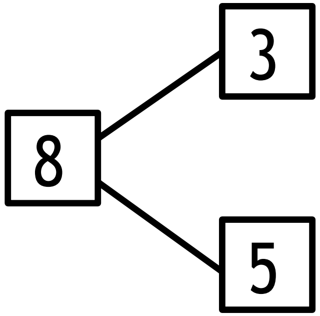
Formas de restar

1. Restar contando.
   a) restar quitando.
   b) contar desde el menor.

2. Restar sin contar.

   Fundamental desarrollar estrategias antes de empezar con el algoritmo tradicional.

* La conexión con la suma es fundamental.
* Los números conectados son una herramienta muy útil.



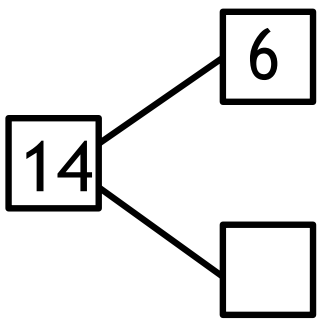
$3 + 5 = 8 \qquad 8 - 5 = 3$

$5 + 3 = 8 \qquad 8 - 3 = 5$

Actividad

* Piensa estrategias para calcular $14 - 6$ (sin contar).

* Observaciones:
  - Con materiales manipulativos.
  - Restamos quitando (¿qué representamos?)



$14 - 6 =$

4 2

"Quitar de 10"

$14 - 6 =$

4 10

$10 - 6 = 4$

$4 + 4 = 8$

Algoritmos para la resta

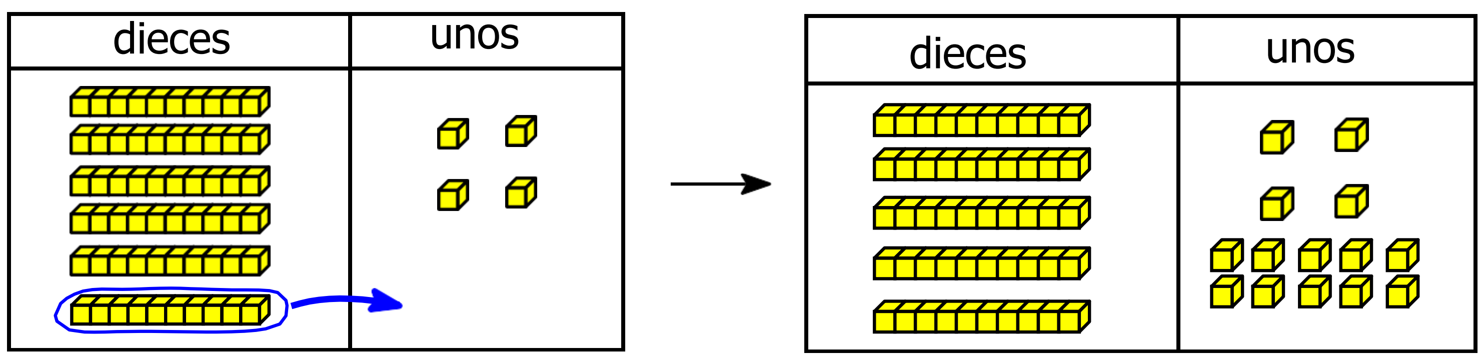
El algoritmo tradicional

(en España)

$$\begin{array}{rr} & 6\,4 \\ - & 4\,8 \\ \hline & 1\,6 \end{array}$$

* Una alternativa (ya bastante extendida en nuestras aulas):

$$\begin{array}{rcc} & 5 & 14 \\ & \cancel{6} & \cancel{4} \\ - & 4 & 8 \\ \hline \end{array}$$



* Restamos quitando → solo representamos el minuendo.

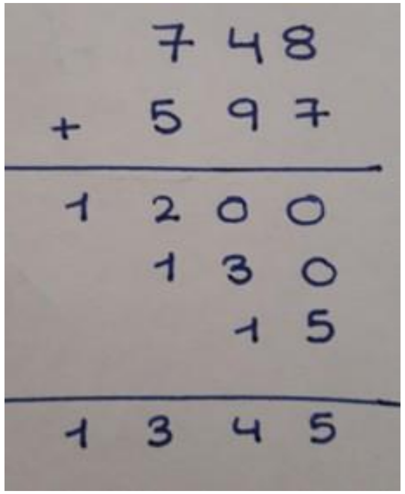
Actividad

* Utiliza los bloques de base 10 para calcular estas restas, haciendo con los materiales los reagrupamientos necesarios.

$$\begin{array}{r} 53 \\ -\ 18 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 403 \\ -\ 137 \\ \hline \end{array}$$

¿Algoritmos alternativos?

* ¿Existe para la resta un análogo de este algoritmo para la suma?



* Otros algoritmos: ABN, estrategias tipo “cálculo mental”

¿Y el "cálculo mental"? (Cálculo razonado)

* Los números conectados y la recta numérica vacía son excelentes herramientas para desarrollar estrategias de cálculo flexible.
* Estas formas de calcular es fundamental para desarrollar el sentido numérico.

* Piensa diferentes estrategias para calcular:

a) $123 + 45$

b) $98 + 137$

c) $145 - 28$

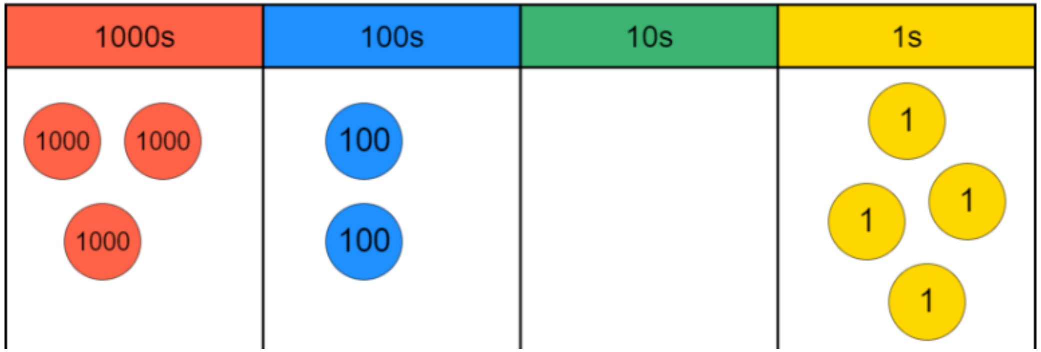
d) $203 - 106$

En 3.º, el grupo de mil

* Representar los números de 4 cifras con los bloques de base 10 empieza a ser poco manejable.

  Es prematuro prescindir de un apoyo en la representación (al menos para algunos alumnos).

* Las fichas numéricas (number disks) son una buena alternativa.

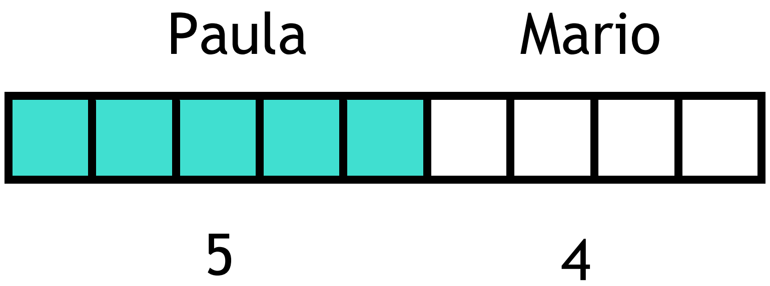


https://mathsbot.com/manipulatives/placeValueCounters

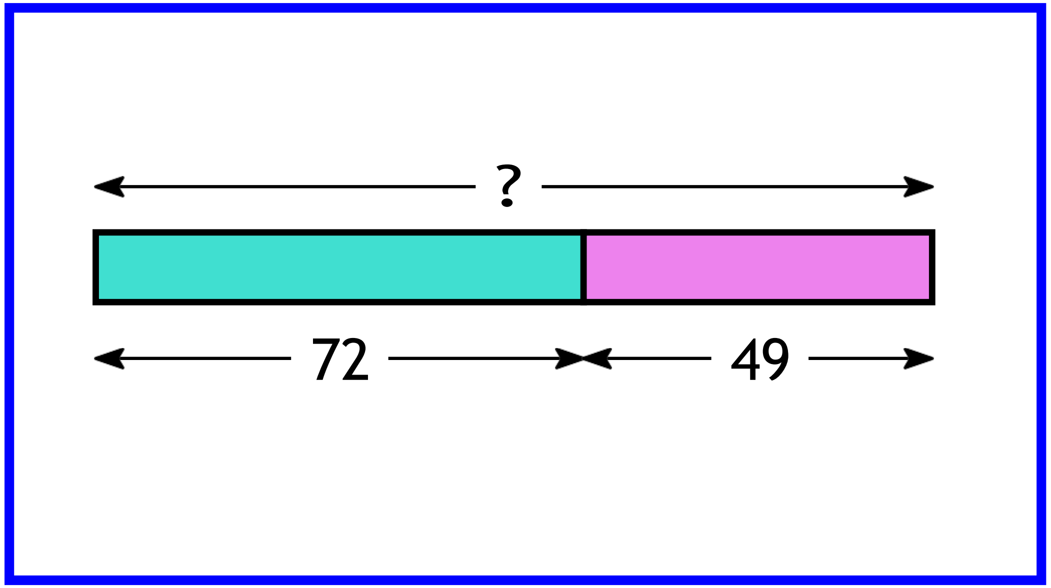
Resolución de problemas

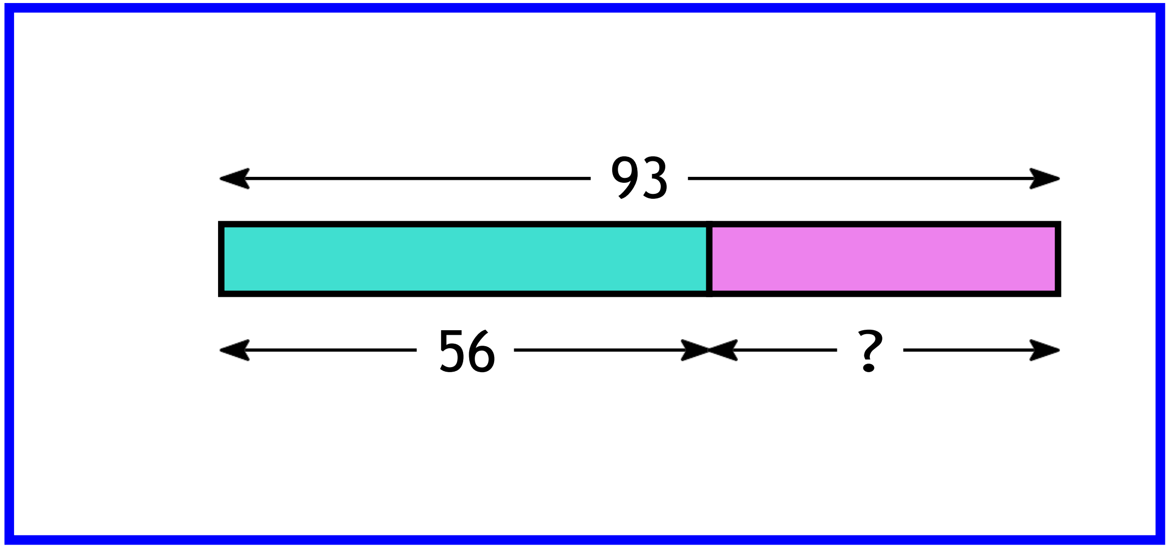
* Y este problema ... ¿es de sumar o de restar?

* Una herramienta muy útil: el modelo de barras.



Partes - Total





Observaciones

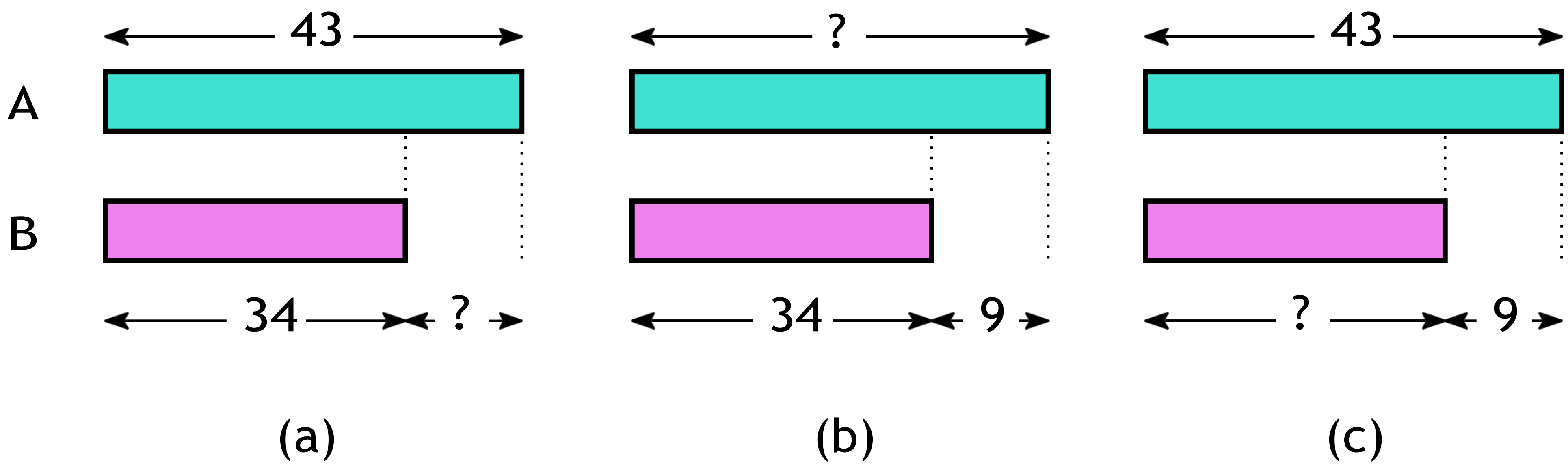
* Para que el modelo sea efectivo hay que introducirlo y trabajarlo adecuadamente.

* En el paso de representar las unidades expl´ıcitamente a representarlas con una barra hay una abstracción a la que hay que prestar la atención necesaria.

* En este modelo el alumno se centra en las relaciones, no en los objetos ni en las cantidades descontextualizadas.

* Los objetos son representados mediante rectángulos, un rectángulo es un objeto fácil de dibujar, de dividir. Útil para representar números más grandes y mostrar relaciones de proporcionalidad.

Modelo de comparacion



* Alicia tiene 17 muñecos y Benito tiene 25 muñecos. ¿Quién tiene más muñecos? ¿Cuántos más?

Dos etapas, dos modelos

* Lucía tiene 43 cromos, que son 9 más de los que tiene Juan. ¿Cuántos cromos tienen entre los dos?

* ¿Cómo se podrían resumir estos dos modelos en uno único?

Problemas

1. Jaime tiene 15 euros más que Lucía y entre los dos tienen 97 euros. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

2. Lisa tiene 128 euros y Pablo tiene 97 euros. Se compraron dos abrigos iguales, y después de pagar Lisa tenía el doble de dinero que Pablo. ¿Cuánto les costó el abrigo?

* Curso introductorio sobre el modelo de barras (en abierto):

https://sites.google.com/view/modelodebarras/home

Dificultades en la resolución de problemas

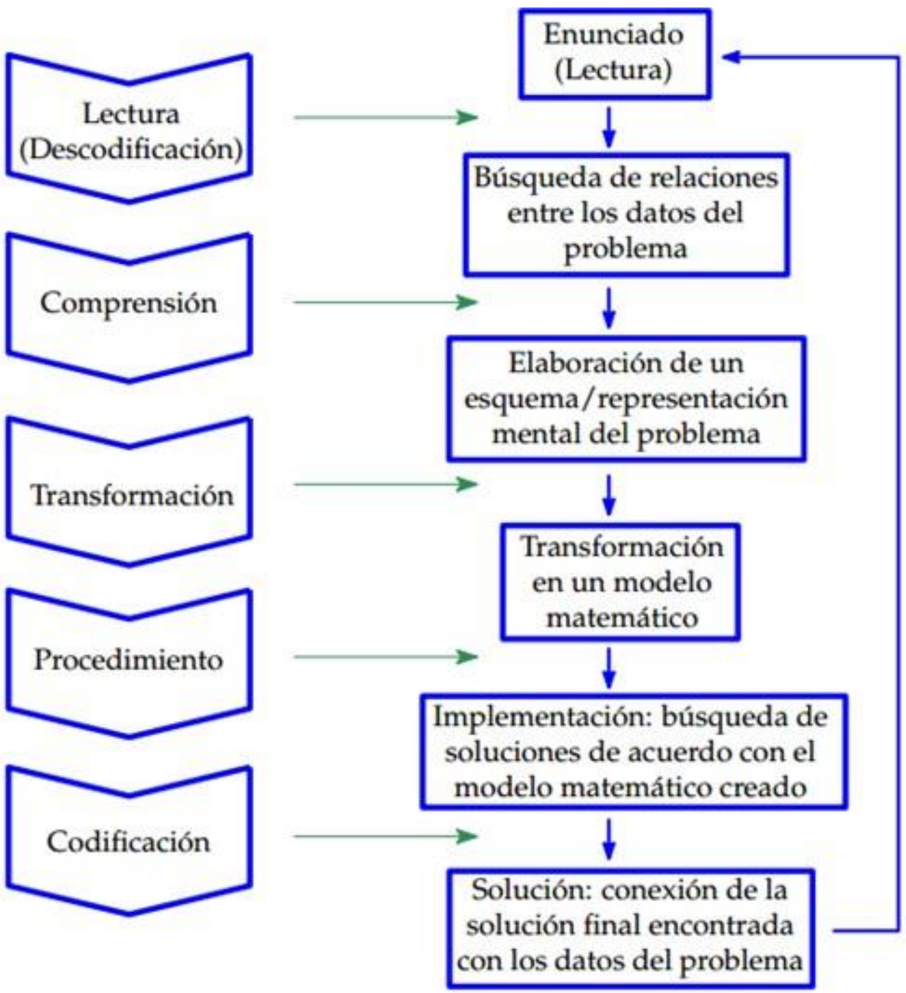
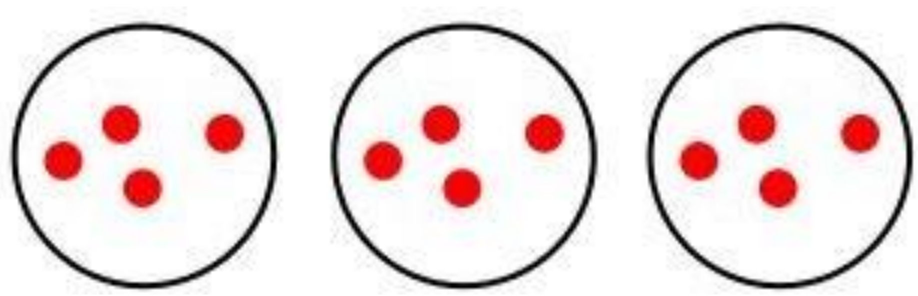


Figura 2.2: Jerarquía de errores de Newman integrada con las fases de resolución de problemas.

Arántzazu Fraile Rey: El desarrollo de actitudes valiosas para la resolución de problemas en Educación Primaria. Tesis Doctoral. Universidad de Alcalá

La multiplicación

* En la imagen vemos 4 + 4 + 4 puntos. ¿Cómo escribes esa suma repetida en forma de multiplicación?

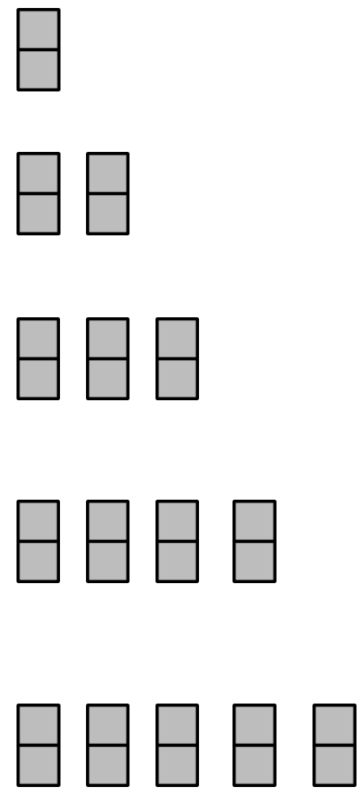


Las tablas de multiplicar

* La tabla del 2 si escribimos

$$2 + 2 + 2 = 2 \times 3$$

(dos multiplicado por tres)



2

2 + 2

2 + 2 + 2

2 + 2 + 2 + 2

2 + 2 + 2 + 2 + 2

* La tabla del 2 si escribimos

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2$$

(tres veces dos)

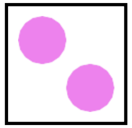
Veces ↔ Multiplicado por

* A nivel internacional, no hay mayor´ıa clara.
* Controversia en el periódico.
  ¿Por qué no es lo mismo 5×3 que 3×5?

http://verne.elpais.com/verne/2015/10/31/articulo/1446292466_

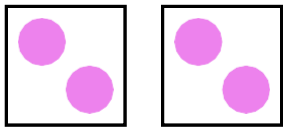
* La ventaja de usar "veces": inmediato de entender.
* Pero, ojo: "veces" y las tablas de multiplicar.
* Lo más importante: evitar contradicciones.
  ¿El doble de 6?

Aprendizaje comprensivo ↔ Memorización



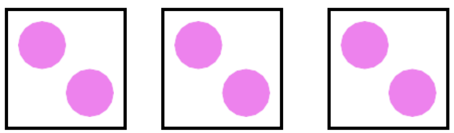
1 2 = 2

1 grupo de 2 es 2
1 vez 2 es 2



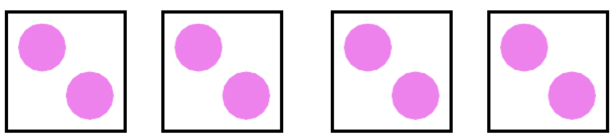
2 2 = 4

2 grupos de 2 son 4
2 veces 2 son 4



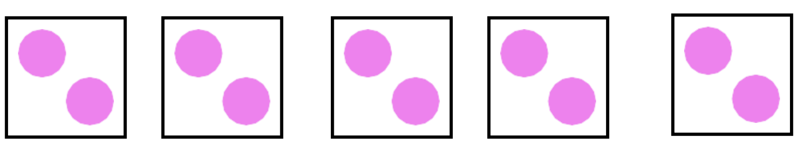
3 2 = 6

3 grupos de 2 son 6
3 veces 2 son 6



4 2 = 8

4 grupos de 2 son 8
4 veces 2 son 8



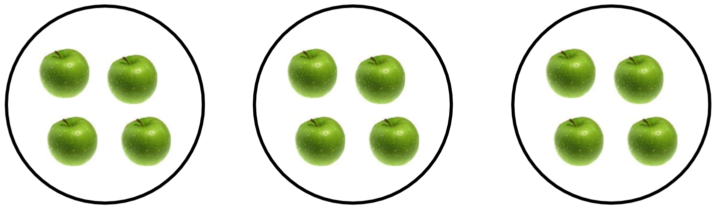
5 2 = 10

5 grupos de 2 son 10
5 veces 2 son 10

* ¿Aprender de memoria o aprender con la memoria?

Modelos de la multiplicación

1. Suma repetida.



$3 \times 4 = 4 + 4 + 4$

tres grupos de cuatro

tres veces cuatro

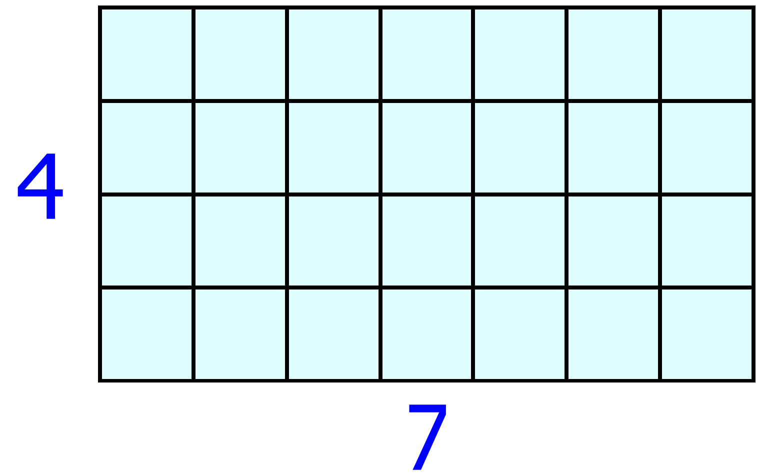
* Es el significado más adecuado para la introducción de la multiplicación.
  - intuitivo
  - conexión con la suma, ya conocida
  - también útil en las matemáticas más avanzadas. En el álgebra, $2x$

Modelos de la multiplicación

2. Modelo de área.

4×7

7×4



a) Muy útil para entender varias propiedades de la multiplicación.
b) Conexión con la geometría.

Modelos de la multiplicación

3. Modelo de proporcionalidad, escalado.

   Multiplicado por: si leemos 5×2 como "cinco multiplicado por dos", ¿qué significa?

   a) Conexión con la división: multiplicar por 3, operación inversa a dividir entre 3.

Modelos de la multiplicación

4. Modelo combinatorio.

Si tengo 3 pantalones y 4 camisetas, ¿de cuántas formas distintas puedo vestirme?

a) Es un modelo importante en resolución de problemas y con varias aplicaciones.
b) Accesible a los alumnos desde el principio de primaria.
c) Poco trabajado en España.

Problemas

* Si tengo 3 pantalones, 4 camisetas y 2 gorras, ¿de cuántas formas distintas puedo vestirme?

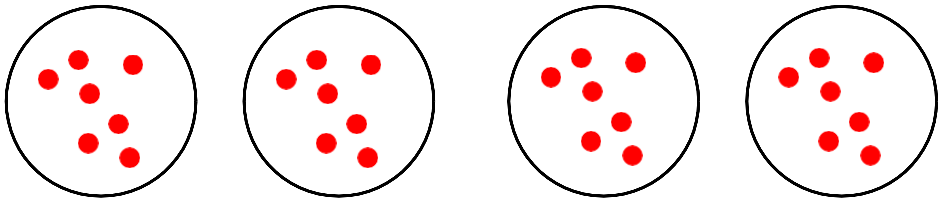
* ¿Cuántos números de 3 cifras empiezan por una cifra impar, son múltiplos de 5 y no son múltiplos de 3?

* En una matrícula de un coche, ¿qué es más probable, que haya alguna cifra repetida, o que todas las cifras sean distintas?

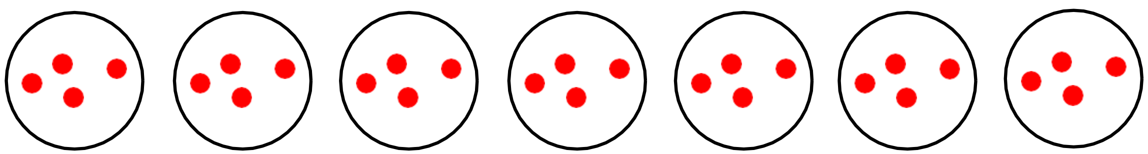
Propiedades de la multiplicación

- Conmutativa

- Ojo: no es nada intuitivo que 4 veces 7 sea igual que 7 veces 4 ....

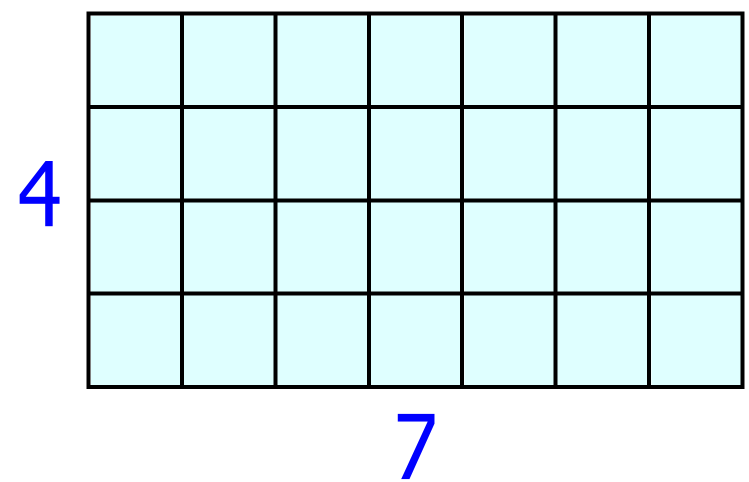


4 veces 7 $\leftrightarrow 4 \times 7$



7 veces 4 $\leftrightarrow 7 \times 4$

- Modelo de área.



Propiedades de la multiplicación

* Propiedad distributiva

* ¿Qué sentido tiene en primaria?

* En los libros de texto ...

$$7 \times (3 + 5) \quad = \quad 7 \times 3 + 7 \times 5$$

$$7 \times 8 \qquad\qquad 21 + 35$$

$$56 \qquad\qquad 56$$

Propiedad distributiva

* Fundamental para:

i) manipulaciones algebraicas: $2(x+3) = 2x+6$

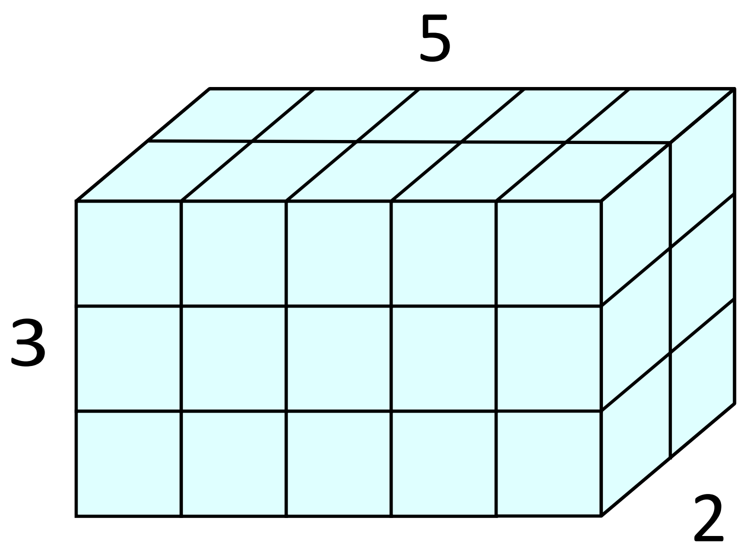
ii) cálculo natural (pensado, mental):

$12 \times 7 =$

iii) algoritmo tradicional (y otras variantes) de la multiplicación.

Una última propiedad

- Propiedad asociativa: $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$



$$2 \times (3 \times 5) = (2 \times 3) \times 5$$

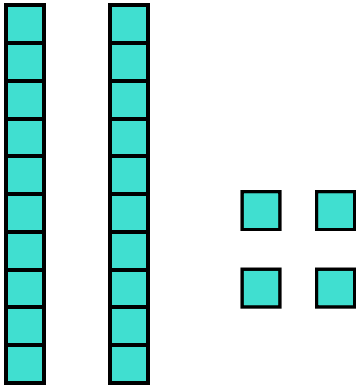
- Un ejemplo en forma de problema de primaria: Tenemos dos sacos, en cada saco hay tres bolsas, y en cada bolsa hay cuatro caramelos. ¿Cuántos caramelos hay en total?

Hacia el algoritmo de la multiplicación

* Una cuestión previa: $29 \times 10 = 290$

¿Por qué?

* Los materiales (en particular, los bloques de base 10) siguen siendo muy útiles.

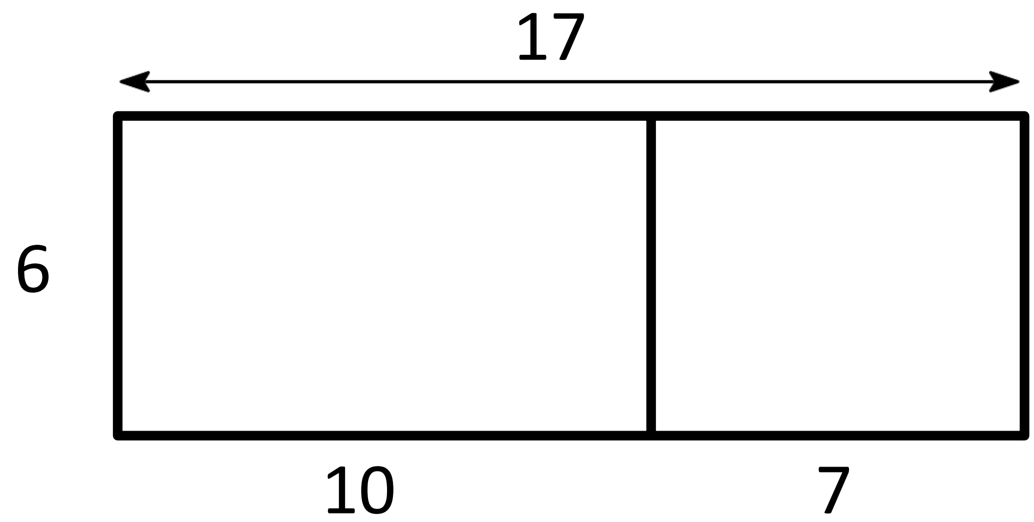


$3 \times 24 =$

El modelo de área

* Una excelente ayuda para la comprensión de las propiedades y para la introducción del algoritmo.

$$6 \times 17 = 6 \times 10 + 6 \times 7$$



$$\begin{array}{rrr} & 1 & 7 \\ & \times & 6 \\ \hline & 4 & 2 \\ + & 6 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 2 \end{array}$$

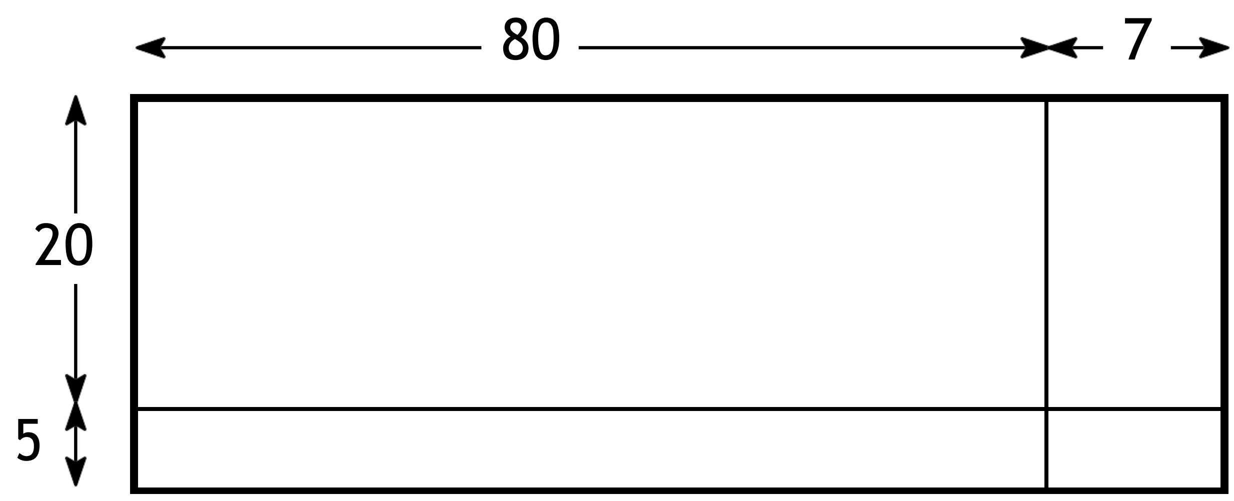
Algoritmos de la multiplicación

* ¿Y si queremos multiplicar por un número de dos cifras?

* Una idea: usar el modelo de área.
(El v´ıdeo enlazado es de la Khan Academy.)

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & & & 8 & 7 \\
 & & \times & 2 & 5 \\
\hline
 & & & 3 & 5 \\
 & & 4 & 0 & 0 \\
 & & 1 & 4 & 0 \\
+ & 1 & 6 & 0 & 0 \\
\hline
 & 2 & 1 & 7 & 5
\end{array}
$$

$$(80 + 7) \times (20 + 5) =$$



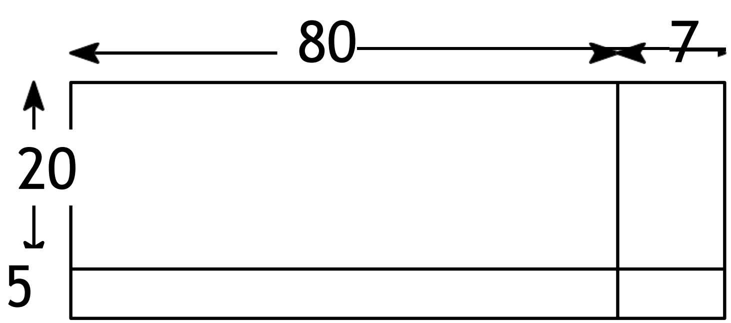
Algoritmos de la multiplicación

El tradicional explicado

$$
\begin{array}{r}
87 \\
\times\ 25 \\
\hline
435 \\
+\ 174\boxed{0} \\
\hline
2175
\end{array}
$$

Productos parciales

$$
\begin{array}{r}
87 \\
\times\ 25 \\
\hline
35 \\
400 \\
140 \\
+\ 1600 \\
\hline
2175
\end{array}
$$



Problema (3º Primaria)

* Nos dicen que Juan pesa el triple que su perro, y que entre los dos pesan 68 kg. ¿Cuánto pesa cada uno?

La división

- “Dividir es repartir”. ¿Siempre?

1) Luis lleva 20 caramelos al colegio y quiere repartirlos entre 4 amigos. ¿Cuántos caramelos le da a cada amigo?
2) Luis tiene 20 caramelos y hace bolsas con 4 caramelos. ¿Cuántas bolsas puede hacer?

$$20 \div 4 = 5$$

- El segundo significado es la división de agrupamiento.
  Tiene el sentido de “hacer grupos iguales”.
  (No se trabaja lo suficiente en nuestras aulas).
  Relación con medida: ¿cuántas veces “cabe” 4 en 20?

Inventa dos problemas

camisetas

96 euros

16

* En uno de ellos, la división debe tener sentido de reparto; en el otro, de hacer grupos.

La división - Dos significados

* Varias formas de distinguirlas:

  i) piensa en cómo resolvería el problema una persona sin conocimientos matemáticos.

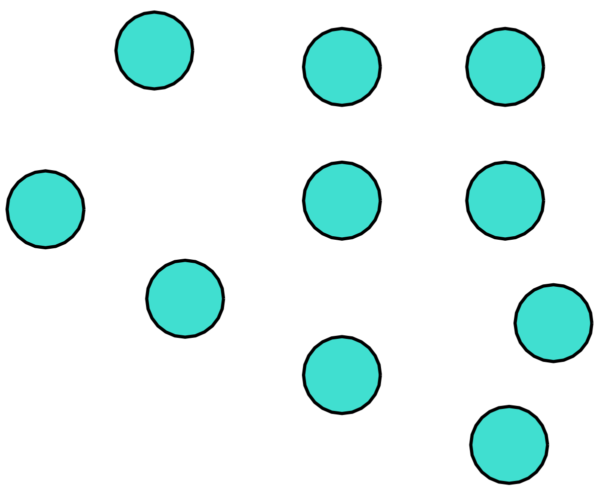
  ii) piensa en las unidades del cociente.

  iii) traduce la división a una multiplicación (leyendo "×" como "grupos de").

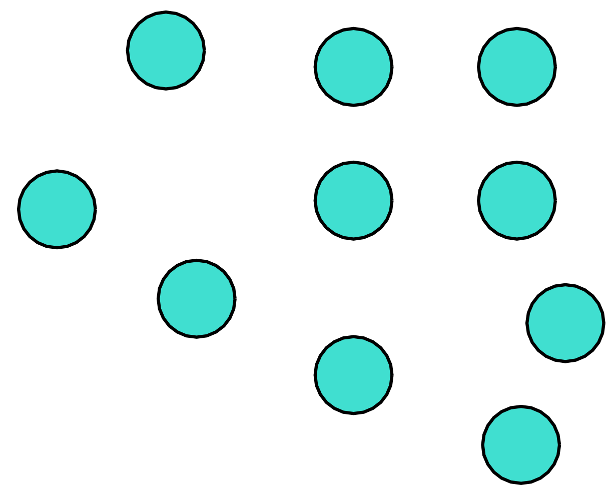
Introducción a la división

* Con los puntos de las figuras:
  1. Haz dos grupos iguales.
  2. Haz grupos de dos.

1

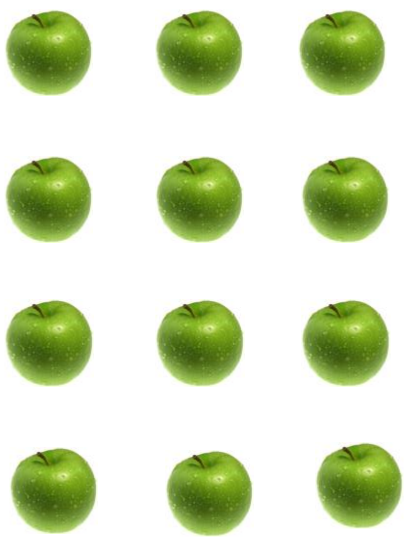


2



Multiplicación y división

* Es importante trabajar la relación entre multiplicación y división, como operaciones inversas.



a) Haz 4 grupos iguales. ¿De qué tamaño es cada grupo? (Reparto)

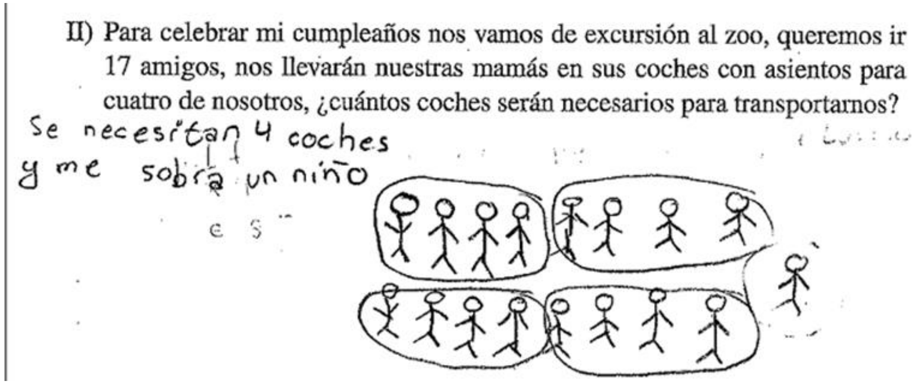
$$12 \div 4 = 3 \leftrightarrow 12 = 4 \text{ grupos de } 3$$

b) Haz grupos de 4. ¿Cuántos grupos salen? (Agrupación)

$$12 \div 4 = 3 \leftrightarrow 12 = 3 \text{ grupos de } 4$$

División: el procedimiento y su interpretación

- El error más frecuente en nuestras aulas: nos centramos en el algoritmo, y nos olvidamos de darle significado.



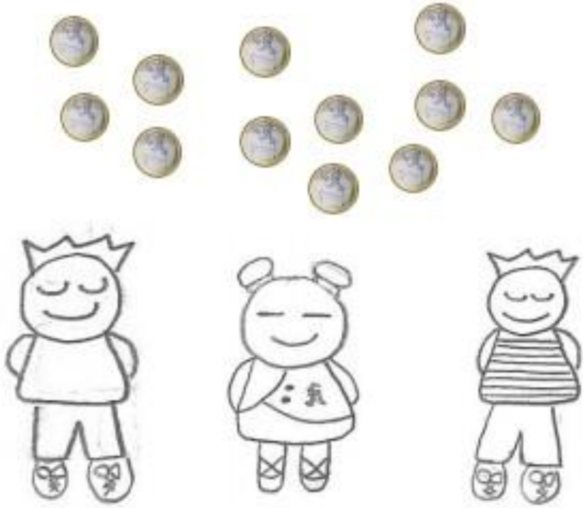
- Un ejemplo de pregunta de TIMSS (4º de primaria)

La pintura viene en latas de 5 litros. Santi necesita 37 litros de pintura. ¿Cuántas latas debe comprar?

- 5
- 6
- 7
- 8

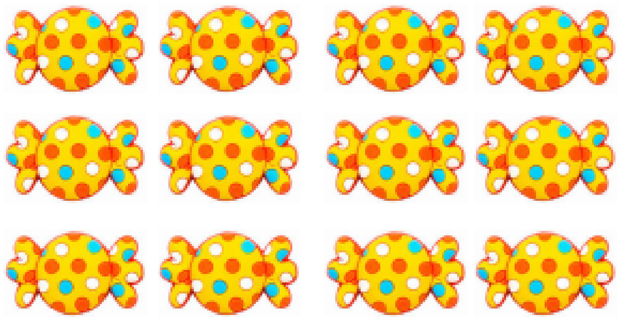
Introducción de la división

1 Agrupa las monedas de la figura, para repartirlas por igual entre los tres amigos.



$$12 : 3 = 4$$

e) Con los caramelos de la figura, hacemos bolsas con 4 caramelos cada una.



Necesitamos $\boxed{}$ bolsas

$$12 : 4 = 3$$

División con resto

- División entera (con resto, o euclídea)

  Dados dos números naturales D (dividendo) y d (divisor), existen unos únicos números naturales c (cociente) y r (resto) tales que

$$D = c \times d + r \quad \text{y} \quad 0 \leq r < d$$

- Idea de cualquier algoritmo de división:

  Aproximar por defecto el dividendo por múltiplos del divisor.

$$38 = \underbrace{\boxed{} \times 3}_{\text{grupos de}} + \underbrace{\boxed{}}_{\text{y sobran}}$$

$$D = c \times d + r \qquad D = d \times c + r$$

(1) $142 \div 9 \rightarrow$ cociente 15, resto 7

(2) $142 = 15 \times 9 + 7$

15 grupos de 9 y sobran 7

Notación:

$142 \div 9 = 15\,R\,7$

(2) (sobre todo con la verbalización adecuada) ayuda a entender el significado de la división (y de sus resultados, el cociente y el resto)

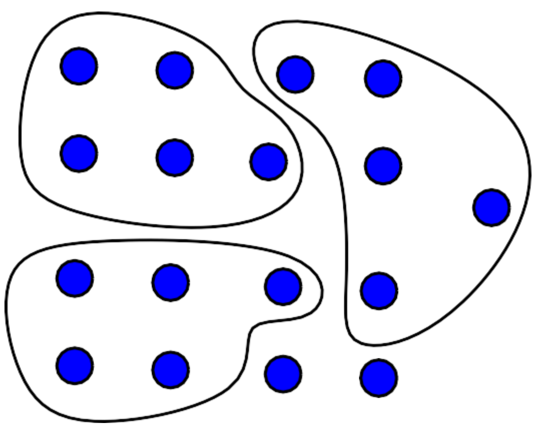
- ¿Qué día de la semana será dentro de un año? ¿Por qué?

- Problema: Un astronauta empezó su viaje un martes a las 9 de la mañana. Si el viaje duró 115 horas, ¿qué día y a qué hora aterrizó?

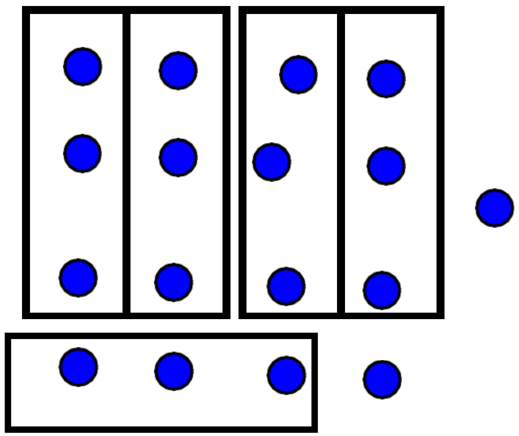
Introducción del algoritmo

* Repartimos 17 caramelos entre 3 amigos.
  1. ¿cuántos caramelos le damos a cada amigo?
  2. ¿cuántos caramelos sobran?

* Con 17 caramelos hacemos bolsas de 3 caramelos.
  1. ¿cuántas bolsas salen?
  2. ¿cuántos caramelos sobran?



17	3
− 15	5
2	

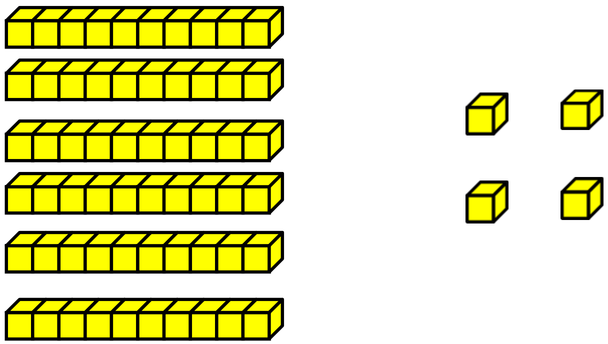


Algoritmo de la división: introducción

* También aquí debemos apoyarnos en los materiales, al principio.

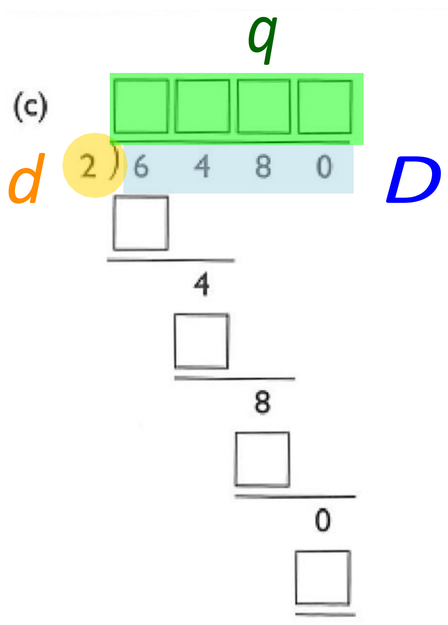
* Queremos hacer la división $64 \div 2$.

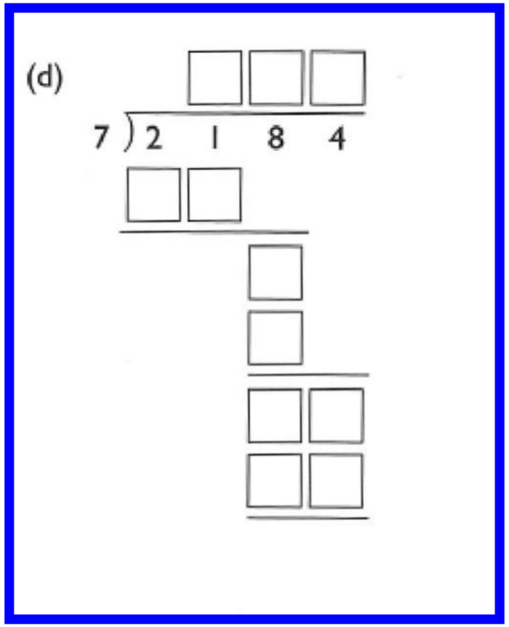
  ¿Cómo la interpretamos?



* ¿Y si queremos hacer la división $52 \div 4$?

Divisiones en Primaria – Singapur






```
  2 1 8 4 | 7
− 2 1     |______
  0 8     | 3 1 2
−   7
    1 4
−   1 4
      0
```

* Los divisores de dos (o más) cifras han desaparecido del currículo (ya hace algunos años).

Algoritmos de division

* Algoritmo tradicional: dos versiones.

Algoritmo “extendido”

$$
\begin{array}{rrr|rr}
6 & 4 & 0 & 2 & 3 \\ \cline{4-5}
-4 & 6 & & 2 & 7 \\ \cline{1-2}
1 & 8 & 0 & & \\
-1 & 6 & 1 & & \\ \cline{1-3}
 & 1 & 9 & &
\end{array}
$$

Algoritmo “usual” (“comprimido”)

$$
\begin{array}{rrr|rr}
6 & 4 & 0 & 2 & 3 \\ \cline{4-5}
1 & 8 & 0 & 2 & 7 \\
 & 1 & 9 & &
\end{array}
$$

¿Otros algoritmos?

ABN

* Basado en las descomposiciones de números:

$$17 \div 3$$

Algoritmo de los "cocientes parciales"

$$107 \div 8$$

Ejercicio

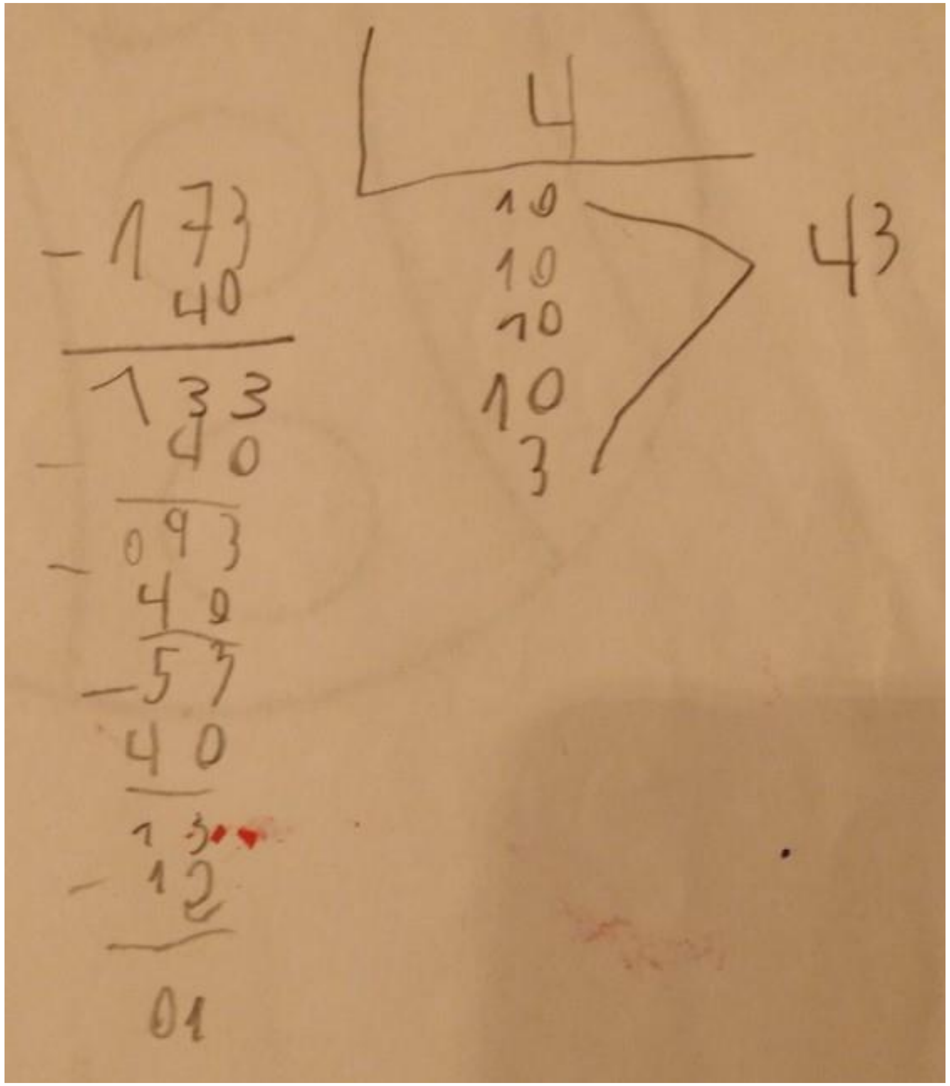
* Haz estos cálculos con los algoritmos indicados:

  i) $147 \div 6$, descomponiendo y con cocientes parciales.

  ii) $1427 \div 26$, con cocientes parciales.

Cocientes parciales

* Ya en nuestras aulas (y provocando debate)



https://x.com/pbeltranp/status/1728897649599001059?s=20

Un problema ¿de 5.º?

- Alicia tiene el triple de dinero que Benito, y Lucía tiene 16 euros más que Benito. Si entre los tres tienen 186 euros, ¿cuánto dinero tiene cada uno?

La calculadora (y otros dispositivos)

* Está en el currículo, y habría que integrarla en el aula.

aunque solo sea para que no ocurra esto:
https://www.youtube.com/watch?v=zclITKd4ivQ

* Usa tu calculadora para averiguar tu ´ındice de masa corporal.

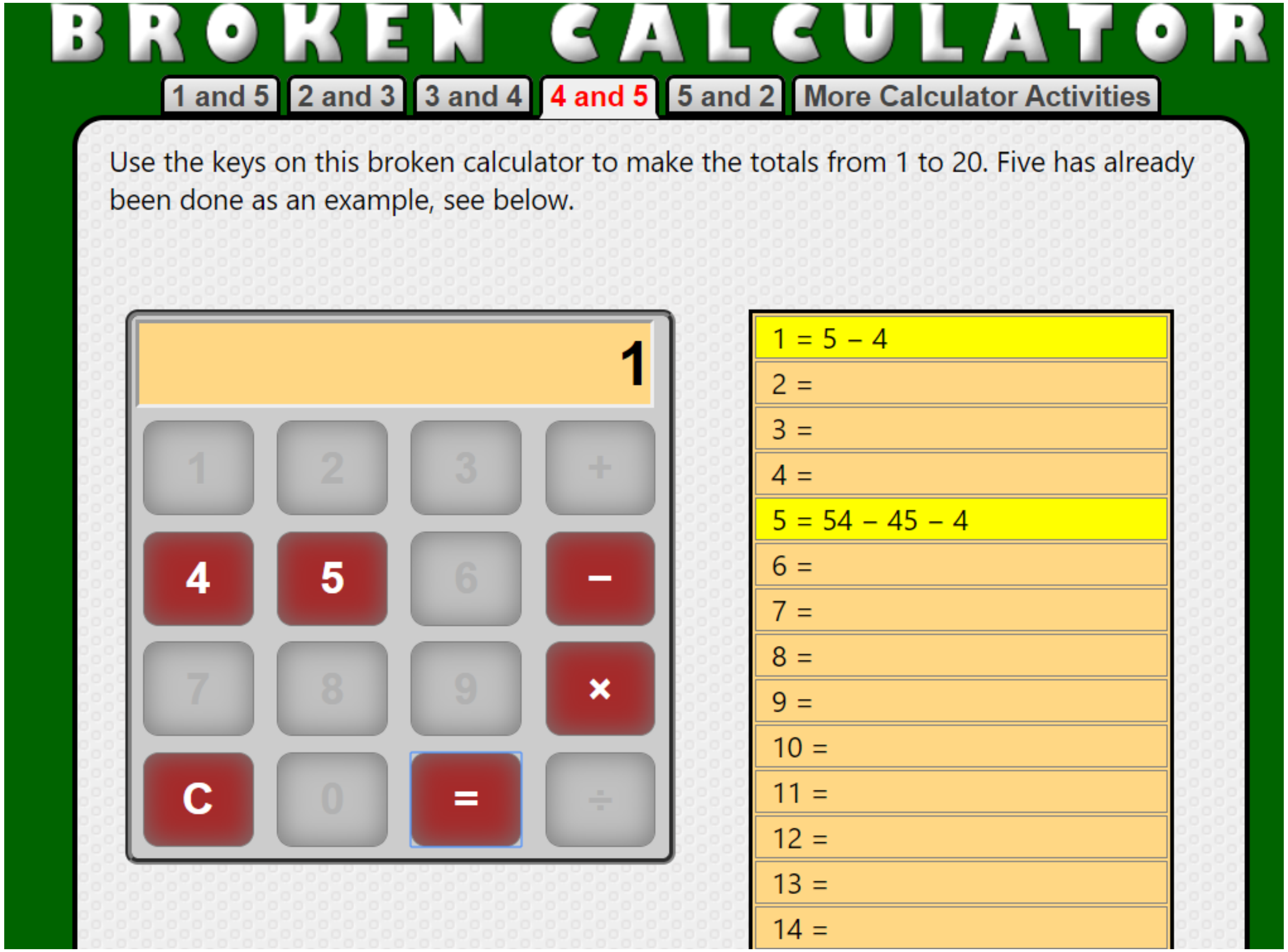
(La estatura es en metros)

* Dos aspectos distintos:

(1) su uso para hacer operaciones "complicadas", o para comprobar resultados.
(2) su utilidad en el diseño de actividades de aprendizaje.

Un ejemplo de actividad de aprendizaje

- Calculadoras estropeadas.



https://www.transum.org/Software/SW/Starter_of_the_day/Students/Broken_Calculator.asp