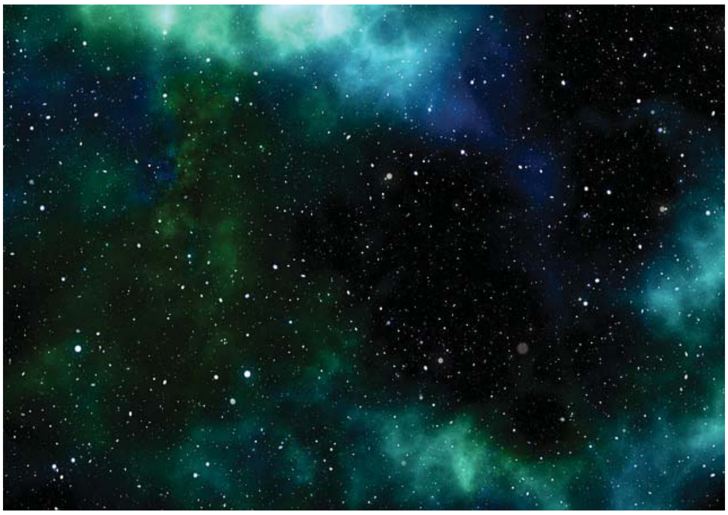
Educación Secundaria
para Personas Adultas

GOBIERNO DE ESPAÑA MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL DIRECCIÓN GENERAL DE FORMACIÓN PROFESIONAL cidead Centro para la Innovación y Desarrollo de la Educación a Distancia

Ámbito Científico-Tecnológico
Nivel I Módulo 1
Unidad 2

Midiendo el Universo


Fuente de la imagen: Pixabay (CC0 Creative Commons)

En las unidades que vienen a continuación vamos a estudiar las características principales de galaxias, estrellas y planetas. Estudiaremos el Sistema Solar y, en especial, nuestro planeta, la Tierra, sus movimientos y los fenómenos relacionados con ellos. Tendremos que realizar medidas, calcular distancias, comparar tamaños y masas, etc., por lo que será fundamental que trabajaremos con números. Así pues, en esta unidad vamos a sentar las bases para que podamos medir el Universo.

Índice

A. Distancias y longitudes

Empezaremos midiendo las distancias y las longitudes: distancias entre planetas, distancias al Sol, longitudes de los radios de los planetas y estrellas, cambiaremos de unidades y utilizaremos el año luz, etc. A partir de estas medidas podremos empezar a hacernos una idea de las dimensiones de nuestro Universo.

1. Números decimales

Los números decimales nos los encontramos continuamente en nuestra vida cotidiana: al pagar en un supermercado, en la gasolinera, al medir nuestro peso, etc.

La mayoría de los números que usamos son números decimales. Fíjate en cualquier tique del supermercado, encontrarás números decimales por todas partes. En la fotografía tenemos un tique de la frutería: el precio del kilo de cada fruta, el peso, el importe total, todos son números decimales.

De ahí la importancia de familiarizarnos con su uso: hacer operaciones, comparar unos con otros, etc.

Tanto los pesos como los precios aparecen expresados mediante números decimales. Fuente propia.

1.1. Sistema de numeración decimal

Cuando un número está comprendido entre dos números enteros, podemos escribirlo como número decimal.

El número decimal está formado por una parte entera a la izquierda de la coma y una parte decimal a la derecha. Si la unidad se divide en 10 partes iguales, cada una de estas partes es una décima.

Si la dividimos en 100 partes iguales, cada una de estas partes es una centésima. En 1000, una milésima.

Así cada unidad tiene 10 décimas, cada décima 10 centésimas, cada centésima 10 milésimas, etc.

2 5 , 7 8 6

parte entera parte decimal

2 5 , 7 8 6

6 milésimas

8 centésimas

7 décimas

RECUERDA

Los números decimales aparecen si un valor está comprendido entre dos números enteros.

La separación entre la parte entera y la parte decimal se puede indicar con una coma "," o con un punto ".".

RECUERDA

Un número no cambia si se añaden ceros a la derecha de su parte decimal.

25,34 = 25,34000

ATENCIÓN

Para comparar dos números se utiliza el símbolo > o < . Significa que el número situado en la parte abierta es mayor que el situado al otro lado.

- 5 > 3 se lee 5 es mayor que 3 o 3 es menor que 5
- 4 < 6 se lee 4 es menor que 6 o 6 es mayor que 4

1.2. Orden en los números decimales

Para ordenar los números decimales:

1. Se comparan sus partes enteras y, si coinciden,
2. Se comparan sus partes decimales empezando por las décimas y si son iguales se comparan las centésimas...

Es mayor el número que tiene la primera cifra distinta mayor.

25,3**4**

primera cifra distinta

25,3**1**8

25,34 **>** 25,318

1.3. Aproximación por redondeo

En muchas ocasiones y por distintas razones, no podemos trabajar con todas las cifras decimales de un número, por lo que es necesario aproximarlo por otro con menos cifras.

La aproximación por redondeo consiste en sustituir, a partir de cierto lugar, de todas las cifras por ceros. Si la primera cifra que se sustituye es 5 o mayor que 5 se aumenta en uno la cifra anterior a la sustituida.

El número 649,5921

- Redondeado a las centésimas

La cifra de las centésimas es 9, por lo que sumamos uno a las décimas y el número redondeado es

649,6

- Redondeado a las milésimas

La cifra de las milésimas es 2, menor que 5, por lo tanto no cambiamos ninguna cifra y el resultado del redondeo es:

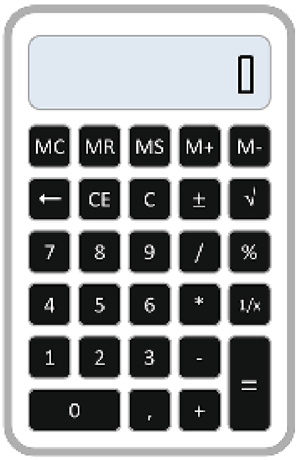
649,59

1.4. Operaciones con números decimales usando la calculadora

Vamos a realizar operaciones con números decimales usando la calculadora. Puedes utilizar una calculadora básica, aunque lo mejor es que te vayas acostumbrando al uso de la calculadora científica.

Escribir números decimales

Empezaremos por lo más fácil: cómo escribir números decimales en la calculadora. Ten en cuenta que la coma del punto decimal se corresponde con un punto en la calculadora.



Calculadora básica

Por ejemplo, para escribir el número 426,85 tenemos que pulsar la siguiente combinación de teclas:

Operaciones combinadas

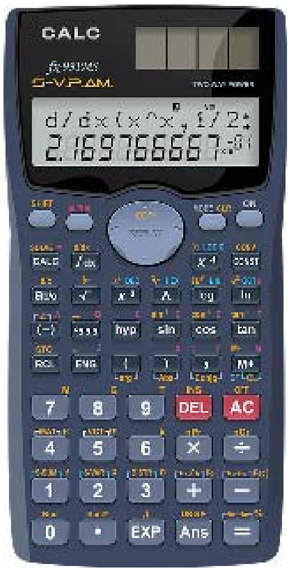
Pasamos realizar varias operaciones seguidas y con paréntesis.

Debes introducir todo en la calculadora y al final darle al signo igual. Si quieres hacerlo poco a poco, ten en cuenta la prioridad de las operaciones.

Ejemplo:

La operación 21,5 - 3,2 . 4,5 puedes hacerla de dos maneras distintas:

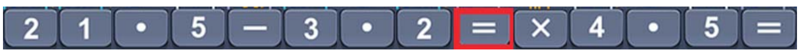
1. Introduciendo la expresión completa en la calculadora:



Calculadora científica

Obtendremos directamente el resultado en la pantalla: 7,1. La calculadora "sabe" el orden de las operaciones.

Es un error bastante común hacer esto:



Al introducir el signo igual, obligamos a la calculadora a hacer antes la resta y a continuación la multiplicación. Si lo pruebas, el resultado es diferente: 82.35000000000001.

2. Haciendo las operaciones por partes.

En este caso hemos de tener en cuenta que la multiplicación hay que hacerla antes que la resta:

3,2 . 4,5 =

obtendremos 14,4. Después hacemos la operación 21,5 - 14,4 y así calcularemos el resultado final 7,1.

Recomendamos realizar todas las operaciones de una vez, es la manera más fácil de no equivocarse.

ACTIVIDADES

1. Ordena de menor a mayor los siguientes números decimales:

42,784; 42,862; 42,8; 42,8514; 42,863; 42,8729; 42,8723

2. Coloca los símbolos > , < o = entre los siguientes números para que dé lugar a una expresión correcta:

a. 3,44 3,5

b. 55,3675 55,37

c. 90,090 90,0890

3. Aproxima mediante redondeo:

a. 55,344 a las centésimas

b. 29,6999 a las milésimas

c. 7345,45 a las décimas

4. Realiza las siguientes operaciones con números decimales usando la calculadora:

a. 60,75 + 0,3=

b. 8,74 - 0,834=

c. 2,7 . 0,59 =

d. 0,55 : 2,3 =

5. Utiliza la calculadora para obtener el resultado de las siguientes operaciones combinadas:

a. 6,3 : 0,1 + 15 . 0,08 + 0,59 =

b. 5 . (10,5 - 1,9) . 0,001 =

c. 62 - 3,8 . (0,33 + 0,84 : 0,1) =

d. 1,9 . (0,61 - 0,52) . 0,1 =

SOLUCIONES:

1. 42,784 < 42,8 < 42,8514 < 42,862 <42,863 < 42,8723 < 42,8729

2. a. 3,44 < 3,5

   b. 55,3675 < 55,37

   c. 90,090 > 90,0890

3. a. 55,3

   b. 29,70

   c. 7345

4. a. 61,05

   b. 7,906

   c. 1,593

   d. 0,2391

5. a. 64,79

   b. 0,043

   c. 28,826

   d. 0,171

2. POTENCIAS

Una potencia es el resultado de multiplicar un número por sí mismo varias veces.

El factor que se repite es la **base** y el número de veces que se repite es el **exponente**.

RECUERDA

El resultado de una potencia de exponente 1 es siempre la base.
Es decir:

$$a^1 = a$$

exponente

base $\rightarrow$ $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$

Las potencias se pueden leer de dos maneras distintas:

3^2	3 al cuadrado	3 elevado a 2
5^3	5 al cubo	5 elevado a 3
2^4	2 a la cuarta	2 elevado a 4
7^5	7 a la quinta	7 elevado a 5

En general, se definen las potencias como:

$$a^n = \overbrace{a . a \ldots a}^{\text{n veces}}$$

ATENCIÓN

No confundas 3^4 con $3 . 4$

- $3^4 = 3 . 3 . 3 . 3 = 81$
- $3 . 4 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$

2.1. Cálculo de potencias con la calculadora

Es muy sencillo, solo hay que hacer uso de la tecla ^ o bien x^y, según sea el modelo de tu calculadora.

Así pues, si queremos calcular 2^7, tenemos que utilizar la siguiente combinación de teclas:

2 ^ 7 =

2 x^y 7 =

el resultado, como puedes comprobar, es 128.

2.2. Propiedades de las potencias

Potencias de la misma base

- Multiplicación de potencias

El producto de potencias de la misma base es igual a una potencia con la misma base y cuyo exponente es igual a la suma de los exponentes de los factores.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

- Cociente de potencias

El cociente de potencias de la misma base es igual a una potencia con la misma base y cuyo exponente es igual a la resta de los exponentes de los factores.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

ATENCIÓN

Fíjate que solo hablamos de dos operaciones: multiplicación y división; y de potencias con la misma base o con el mismo exponente. En cualquier otro caso, tendremos que calcular el valor de la potencia.

Potencias con el mismo exponente

- Multiplicación de potencias

El producto de potencias de la misma base es igual a una potencia con la misma base y cuyo exponente es igual a la suma de los exponentes de los factores.

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

- Cociente de potencias

El cociente de potencias de la misma base es igual a una potencia con la misma base y cuyo exponente es igual a la resta de los exponentes de los factores.

$$(a : b)^m = a^m : b^m$$

ATENCIÓN

La potencia de una suma (o una resta) no es igual a la suma (o resta) de las potencias:

- $5^3 - 2^3 = 125 - 8 = 117$
- $(5 - 2)^3 = 3^3 = 27$

EJEMPLOS

- $5^3 \cdot 5^4 \cdot 5^2 = 5^9$ Dejamos la misma base, 5, y sumamos los exponentes 3+4+2=9
- $5^3 \cdot 2^3 = 10^3$ Multiplicamos las bases, 5.2=10, y dejamos el mismo exponente
- $4^5 : 4^3 \cdot 2^2 = 4^2 \cdot 2^2 = (4 \cdot 2)^2 = 8^2$ Primero hacemos la división, al tener la misma base, restamos los exponentes. Finalmente, tenemos un producto de potencias con el mismo exponente, por lo que multiplicamos las bases y dejamos el exponente
- $3^4 \cdot 2^4 \cdot 6^7 = (3 \cdot 2)^4 \cdot 6^7 = 6^4 \cdot 6^7 = 6^{11}$ Tenemos un producto de potencias con el mismo exponente seguido de un producto de potencias de la misma base.

Potencia de una potencia

Es igual a otra potencia con la misma base y cuyo exponente es el producto de los exponentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

EJEMPLOS

- $(4^3)^2=4^6$
- $(3^5)^4 = 3^{20}$

Potencia de exponente 0

Una potencia de cualquier base y exponente 0 es igual a 1.

$$a^0=1$$

2.3. Potencias de 10

Vamos a considerar un caso particular de las potencias que nos va a resultar muy útil: las potencias de 10.

Fíjate en los resultados de estas potencias:

Exponentes positivos	Exponentes negativos
$10^1 = 10$	$10^{-1} = 0{,}1$
$10^2 = 100$	$10^{-2} = 0{,}01$
$10^3 = 1.000$	$10^{-3} = 0{,}001$
$10^7=10.000.000$	$10^{-7}=0{,}0000001$

En las potencias de 10 con exponente positivo, el exponente indica el número de ceros.

En cambio, en las potencias con exponente negativo, este número indica el número de decimales (incluyendo el 1).

EJEMPLOS

- $45{,}678 \cdot 10^2 = 4\,567{,}8$
- $3 \cdot 10^4 = 30\,000$
- $546{,}56 \cdot 10^4 = 5\,465\,600$
- $45{,}678 \cdot 10^{-2} = 0{,}45678$
- $3 \cdot 10^{-4} = 0{,}0003$
- $546{,}56 \cdot 10^{-4} = 0{,}054656$

Multiplicación por potencias de 10

Al multiplicar un número por una potencia de 10 con exponente positivo se desplaza la coma decimal hacia la derecha tantos lugares como indique el exponente. Si no hay suficientes cifras, se añaden ceros a la derecha.

Al multiplicar un número por una potencia de 10 con exponente negativo, se desplaza la coma decimal hacia la izquierda tantos lugares como indique el exponente. Si no hay suficientes cifras, se añaden ceros a la izquierda.

2.4. Notación científica

Fíjate que la unidad se llama Midiendo el Universo. Como te puedes imaginar, al hablar de distancias en el Universo tenemos que emplear números enormes. Por ejemplo, el Sol se encuentra a 150 millones de km de la Tierra (150.000.000 km). Trabajar con estos números de tantas cifras es complicado, por lo que utilizamos una notación (una forma de escribirlos) que nos resulta más cómoda. A esta notación se le llama **notación científica**.

La notación científica consiste en expresar un número utilizando las potencias de 10. Volvamos a la distancia de la Tierra al Sol:

1.500.000	se puede escribir como	$15 \,.\, 10^5$,
	o bien	$150 \,.\, 10^4$,
	o	**$1{,}5 \,.\, 10^6$,**
	de otra manera	$0{,}15 \,.\, 10^7$

¿Todas estas formas son notación científica? No, solo se considera notación científica cuando el número está expresado de la forma:

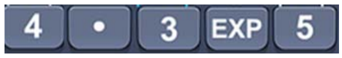
La parte entera del número decimal debe estar formada por una **única** cifra distinta de cero $\longrightarrow$ $1{,}5 \cdot 10^6$

La principal ventaja de este tipo de notación es que se simplifica la lectura, la escritura y las operaciones con estos números.

ATENCIÓN

Para usar la notación científica en la calculadora, utilizaremos la tecla

Para escribir $4{,}3 \,.\, 10^5$, pulsaremos las teclas:



En la pantalla de tu calculadora aparecerá 4,3E5 o bien $4{,}3^5$ dependiendo del modelo.
Una vez escrito en notación científica, al darle al signo igual aparecerá el número con todas sus cifras, siempre y cuando quepa en la pantalla.

¿Cómo escribimos un número en notación científica?

Lo veremos con un ejemplo, vamos a escribir en notación científica el número 46.300.000.

Para ello, tenemos que escribirlo de la forma $C.10^n$ siendo C un número comprendido entre 1 y 9. Por lo tanto, colocamos la coma detrás del 4:

4,6 300 000

hemos corrido la coma 7 lugares a la izquierda, por lo que se multiplica por 10^7, quitamos los ceros de la derecha de la coma y el número queda:

$$46.300.000 = 4{,}63 \,.\, 10^7$$

IMPORTANTE

Cuando queramos usar la calculadora para pasar un número a notación científica, debemos escribirlo con todas sus cifras y pulsar la tecla ENG

Debes verificar el resultado, pues dependiendo del modelo hay que pulsar la tecla una o dos veces.

2.5. Operaciones con números en notación científica

Ordenación de números en notación científica

La notación científica permite comparar fácilmente dos números para reconocer cuál es el mayor o el menor.

Será mayor aquel que cuyo exponente sea mayor. Si estos coinciden, se comparan los coeficientes.

Ejemplos:

- $3{,}24 \,.\, 10^6 > 5{,}21 \,.\, 10^3$
- $6{,}43 \,.\, 10^2 > 4{,}37 \,.\, 10^2$

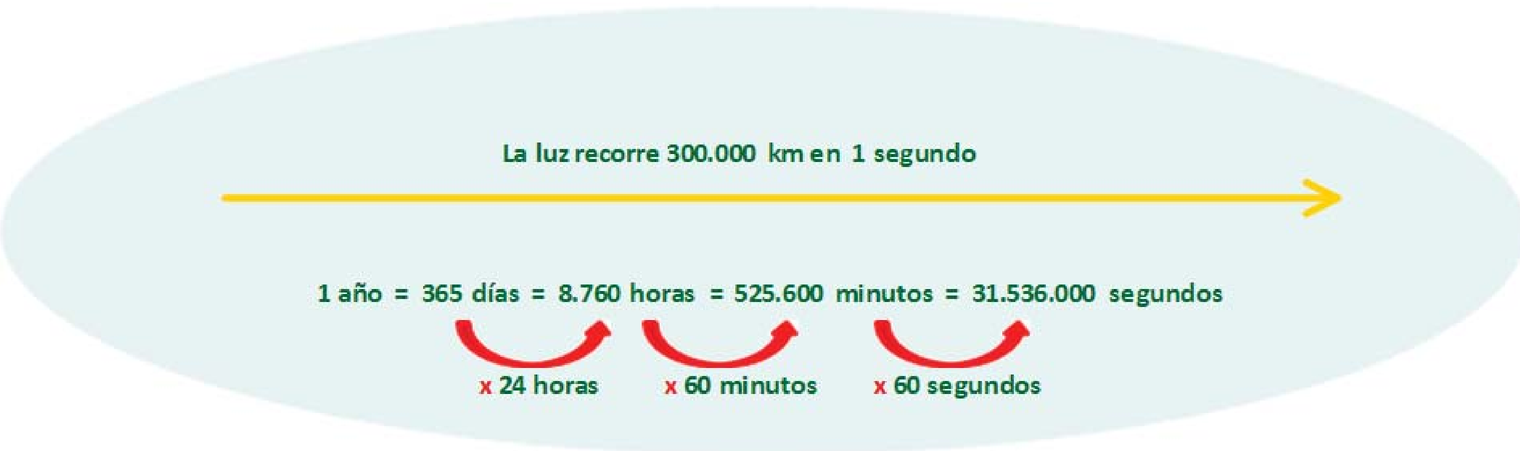
Operaciones con números en notación científica

Para realizar operaciones con números en notación científica utilizaremos la calculadora.

2.6. Las medidas en el Universo

El año-luz

Al hablar de distancias de la Tierra a las estrellas o galaxias, empleamos una unidad de medida mayor, el **año luz**, que es la distancia que recorre la luz en 1 año.



Por lo tanto, la distancia que la luz recorre en un año es:

1 año-luz = 300.000 x 31.536.000 = 9.460.800.000.000 km

En notación científica:

1 año-luz = $9{,}4608 \,.\, 10^{12}$ km

La unidad astronómica

Para medir las distancias también se utiliza en Astronomía la **unidad astronómica**.

Abreviadamente se escribe como **ua** y es la distancia media entre la Tierra y el Sol, equivalente a 149 597 870 km. Para simplificar los cálculo, aproximaremos la ua por 1,5.108 km.

Se eligió como unidad de medida en el ámbito del Sistema Solar para medir órbitas y trayectorias de los cuerpos que lo componen.

Expresadas en ua, las distancias de los planetas al Sol son: Mercurio 0.39 ua; Venus 0.72 ua; Tierra 1.00 ua; Marte 1.52 ua; Júpiter 5.20 ua; Saturno 9.54 ua; Urano 19.19 ua; Neptuno 30.06 ua; Plutón 39.44 ua.

EJEMPLOS

- La estrella más cercana a nuestro Sistema Solar es Próxima Centauri, a una distancia de 4,2 años-luz, expresa esta distancia en kilómetros:

4,2 años-luz = 4,2 . 9,4608 . 10^{12} = 3,97 . 10^{13} km

- La estrella Polaris (la más brillante de la Osa Menor) se encuentra a 3,03 . 10^{15} km de la Tierra. Exprésala en años-luz.

3,03 . 10^{15} km = 3,03 . 10^{15} / 9,4608 . 10^{12} = 320 años-luz

- Expresa en kilómetros la distancia entre Urano y el Sol, sabiendo que son 19,19 ua.

distancia (Urano-Sol) = 19,19 ua = 19,19 . 1,5.10^{8} km = 2,8785 . 10^{9} km

- La distancia de Marte al Sol es de 2,28.10^{8} km, expresa esta distancia en ua:

distancia (Marte-Sol) = 2,28.10^{8} / 1,5.10^{8} = 1,52 ua

ACTIVIDADES

1. Escribe en forma de potencia:

a. 7 . 7 . 7 . 7 =

b. 5 . 5 . 5 . 5 . 5 . 5 . 5 =

2. Calcula el valor de las siguientes potencias:

a. $2^3 =$

b. $3^0 =$

c. $3^3 =$

d. $9^2 =$

3. Escribe en forma de potencia de una potencia:

a. $7^2 . 7^2 . 7^2 . 7^2 . 7^2 . =$

b. $2^4 . 2^4 . 2^4 =$

4. Expresa los siguientes productos como una única potencia:

a. $3^5 . 3^2 =$

b. $7^5 . 7^6 =$

c. $2^4 . 2^3 . 2 =$

d. $x^4 . x^{10} =$

5. Escribe estos números en forma decimal:

a. $45{,}324 . 10^2 =$

b. $143{,}384 . 10^4 =$

c. $672 . 10^4 =$

d. $65{,}2473 . 10^2 =$

e. $453{,}24 . 10^{-2} =$

f. $143{,}384 . 10^{-4} =$

g. $672 . 10^{-1} =$

h. $6524{,}73 . 10^{-3} =$

6. Escribe como una única potencia de 10:

a. 1000000000 =

b. 1000 . 10000 =

c. 10 . 100 . 1000 =

d. $(10000)^2 =$

7. Expresa los siguientes cocientes como una única potencia:

a. $5^6 : 5^2 =$

b. $2^{12} : 2^5 =$

c. $3^7 : 3^7 =$

d. $x^8 : x^2 =$

8. Expresa el resultado en forma de potencia:

a. $(3^5)^7 =$

b. $(x^4)^5 =$

c. $(2^3)^4 =$

d. $(y^8)^8 =$

9. Expresa las cantidades subrayadas en notación científica:

a. La distancia media entre el Sol y Plutón es 5.913.520.000 km.

b. La distancia de la Tierra a las Pléyades es 4.162.400.000.000.000 km.

c. En su giro alrededor del Sol, la Tierra recorre al día más de 2.500.000 km.

d. Algunas de las grandes "llamaradas" que brotan del Sol (protuberancias solares) alcanzan una altura de varios cientos de miles de kilómetros. La más alta que se haya registrado tenía 1 600 000 kilómetros.

e. En el Universo existen más de cien mil millones de galaxias. En la nuestra, en la Vía Láctea, existen por lo menos 200.000 millones de estrellas.

f. La estrella más cercana a nuestro Sol está a 40 billones de km de este.

10. A partir de la tabla en la que se indican los radios de los planetas del Sistema Solar, ordénalos menor a mayor tamaño.

Planeta	Radio (km)	Planeta	Radio (km)
Tierra	$6{,}378 \cdot 10^6$	Plutón	$3 \cdot 10^6$
Venus	$6{,}085 \cdot 10^6$	Júpiter	$7{,}14 \cdot 10^7$
Saturno	$6{,}04 \cdot 10^7$	Marte	$3{,}375 \cdot 10^6$
Neptuno	$2{,}23 \cdot 10^7$	Mercurio	$2{,}42 \cdot 10^6$
Urano	$2{,}36 \cdot 10^7$		

11. Lee el siguiente párrafo y calcula las distancias que aparecen en kilómetros:

La Vía Láctea es la galaxia espiral donde se encuentran el Sistema Solar y, por tanto, la Tierra. Tiene una masa 10^{12} veces la de nuestro Sol y es del tipo de las espirales barradas, con un diámetro medio de 100.000 años-luz. Se estima que contiene entre 200 a 400 mil millones de estrellas. La distancia desde el Sol al centro de la galaxia es de unos 27.700 años-luz

12. Un astro, A, se encuentra a una distancia de 2,3 años-luz de la Tierra. Otro astro, B, se encuentra a 625 ua. ¿Cuál de los dos está más cerca de la Tierra?

13. Sabiendo que la distancia entre el Sol y la Tierra es de 1 ua y desde el Sol hasta Plutón 39,4 ua, calcula a cuántos kilómetros está Plutón de la Tierra cuando los dos planetas se encuentran alineados uno respecto a otro y en el mismo lado respecto al Sol.

SOLUCIONES:

1. a. 7^4 b. 7^7

2. a. 8 b. 1 c. 27 d. 81

3. a. $(7^2)^5 = 7^{10}$ b. $(2^4)^3 = 2^{12}$

4. a. 3^7 b. 7^{11} c. 2^8 d. x^{14}

5. a. 4532,4 b. 1433840 c. 6720000 d. 6524,73

e. 4,5324 f. 0,0143384 g. 67,2 h. 6,52473

6. a. 10^9 b. 10^7 c. 10^6 d. $(10^4)^2 = 10^8$

7. a. 5^4 b. 2^7 c. $3^0 = 1$ d. x^6

8. a. 3^{35} b. x^{20} c. 2^{12} d. y^{64}

9. a. $5{,}931352 \,.\, 10^9$ km b. $4{,}1624 \,.\, 10^5$ km

c. $2{,}5 \,.\, 10^6$ km d. $1{,}6 \,.\, 10^6$ km

e. $100.000.000.000 = 10^{11}$ $200.000.000.000 = 2 \,.\, 10^{11}$

f. $40.000.000.000.000 = 4 \,.\, 10^{12}$

10. Mercurio-Plutón- Marte-Venus-Tierra-Neptuno-Urano-Saturno-Júpiter

11. $9{,}4608 \,.\, 10^{17}$ km $2{,}62 \,.\, 10^{17}$ km

12. El astro A se encuentra a 2,3 años-luz = $2{,}176 \,.\, 10^{13}$ km.

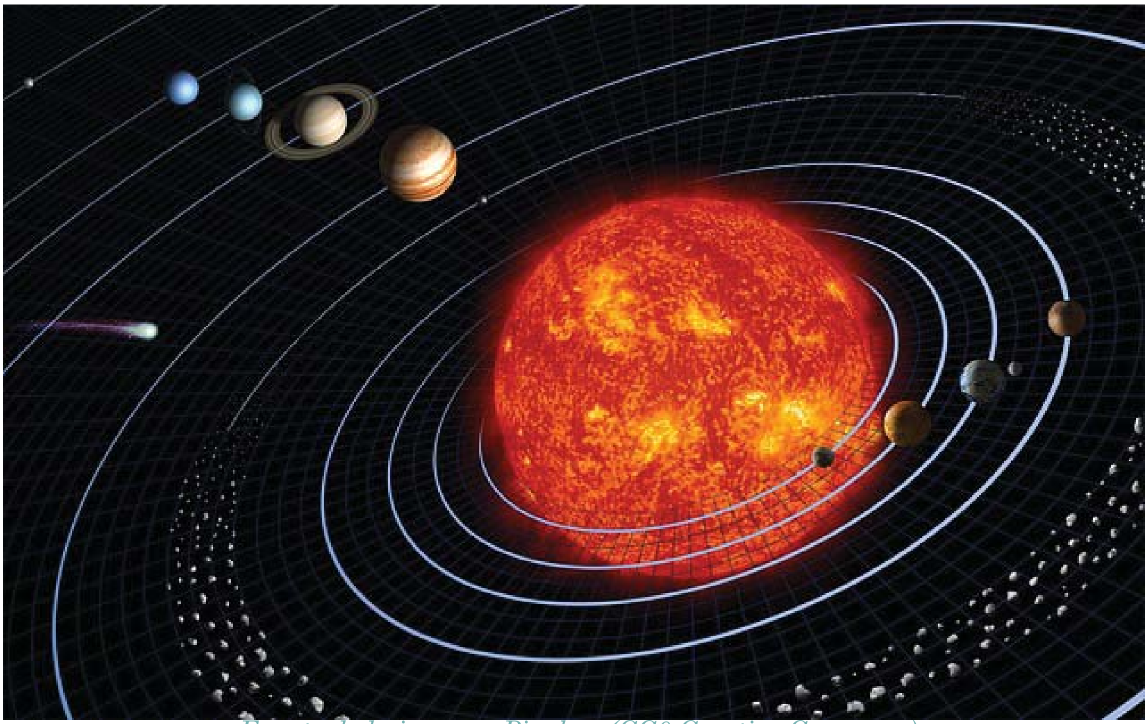
El astro B se encuentra a 625 ua = $9{,}375 \,.\, 10^{10}$ km.

Por lo tanto, el astro B está más cerca de la Tierra.

13. En ese caso, la distancia entre Plutón y la Tierra será de 38,4 ua = $5{,}76 \,.\, 10^9$ km.

B. Ángulos y superficies.

Fíjate que los planetas en su movimiento alrededor del Sol describen una órbita. Se trata de un movimiento radial, la idea de ángulo nos va a permitir movernos en esta órbita y medir tanto distancias como superficies.



Fuente de la imagen: Pixabay (CC0 Creative Commons)

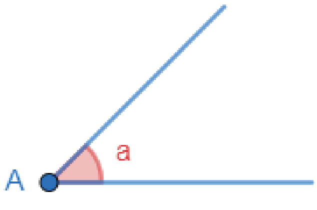
1. ÁNGULOS

1.2. Definición de ángulo

Un ángulo es la porción de plano limitada por dos semirrectas que tienen el mismo origen.

Las semirrectas que forman el ángulo son sus lados.

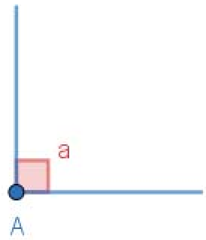
El punto en el que se encuentran es el vértice (A).



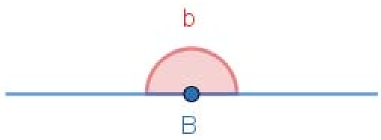
1.2. Tipos de ángulos

Por su **amplitud**, distinguimos los siguientes tipos de ángulos.

- **Ángulo recto:** es aquel cuyos lados son perpendiculares.
- **Ángulo llano:** es el que resulta al trazar dos semirrectas con igual origen pero sentido opuesto.
- **Ángulo nulo:** es el que resulta al trazar dos semirrectas con igual origen e idéntico sentido.



ángulo recto

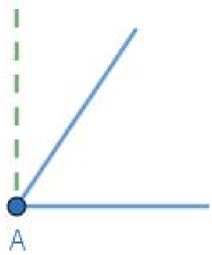


ángulo llano

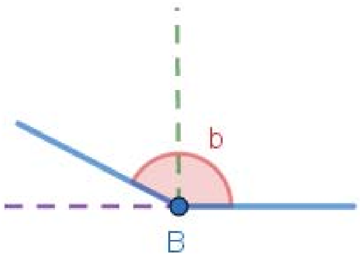
ángulo nulo

Por **comparación** con el ángulo recto:

- Un ángulo es **agudo** si es de menor amplitud que el ángulo recto.
- Es **obtuso** si tiene mayor amplitud que un recto y menor que un llano.



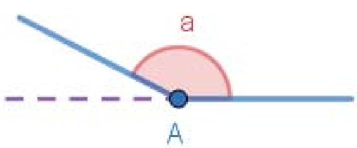
ángulo agudo



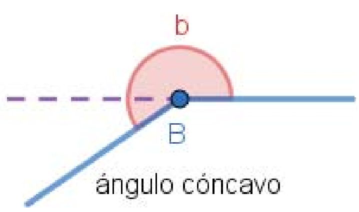
ángulo obtuso

Por **comparación** con el ángulo llano:

- Un ángulo es **convexo** si es de menor amplitud que el ángulo llano.
- Es **cóncavo** si su amplitud es mayor que la del ángulo llano.



ángulo convexo



ángulo cóncavo

1.3. Medida de ángulos

Para medir la amplitud de un ángulo utilizaremos como unidad el grado, representado por el símbolo º. Asignamos al ángulo **nulo** una amplitud de 0º y al ángulo **recto** una amplitud de 90º.

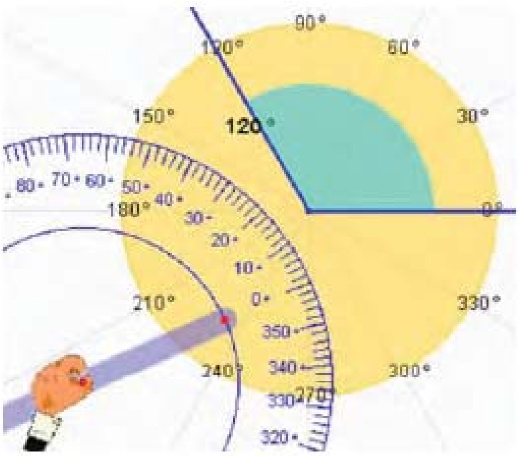
Dos ángulos rectos equivalen a uno **llano**, que tendrá por tanto una amplitud de 180º. Y cuatro ángulos rectos (o dos llanos) ocupan todo el plano, cuya amplitud será de 360º.

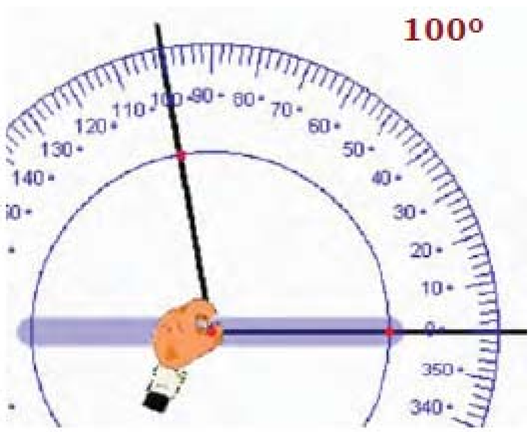
El resto de los ángulos se medirán por comparación con estos.

Por ejemplo, si dividimos un recto en dos ángulos iguales, obtendremos dos ángulos de 45º. Si dividimos en cambio un recto en tres partes iguales, obtendremos tres ángulos de 30º.

RECUERDA

Al dividir una circunferencia en 360 partes iguales, obtenemos un grado.





2. LUGARES GEOMÉTRICOS

Un **lugar geométrico** del plano o del espacio está formado por todos **los puntos del plano** o del espacio que cumplen una determinada **condición**.

2.1. Circunferencia

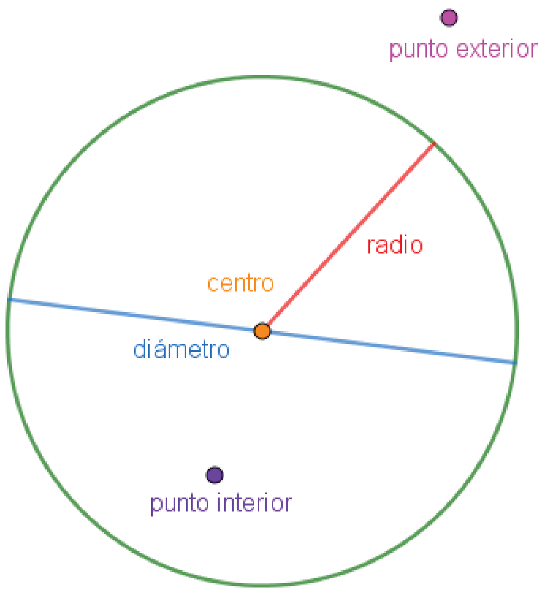
La circunferencia es el lugar geométrico de los puntos que se encuentran a la misma distancia de un punto al que se llama **centro** de la circunferencia. A esa distancia se le denomina **radio**. El radio también es el segmento que une el centro con un punto cualquiera de la circunferencia.

El **diámetro** de una circunferencia es el segmento que une dos puntos de la misma, pasando por el centro. La longitud del diámetro es el doble de la del radio.

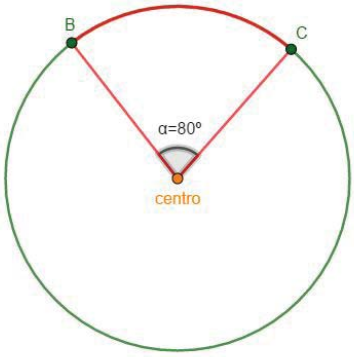
Cualquier otro punto del plano se encontrará a mayor (**punto exterior**) o menor (**punto interior**) distancia del centro, solo los puntos de la circunferencia se encuentran a una distancia r del centro de la misma.

ATENCIÓN

Eratóstenes, director de la famosa biblioteca de Alejandría, fue el primero en medir el diámetro de la Tierra 200 años antes de Jesucristo. Sus cálculos fueron bastante aproximados, pues consideró el radio de la Tierra igual a 39.614 km, siendo su valor real de 40.008 km.



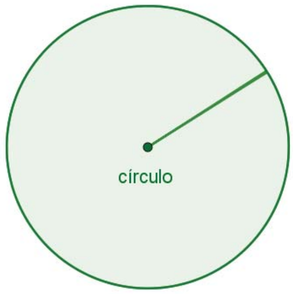
2.2. Arco de circunferencia



Se denomina **arco de circunferencia** al “trozo de circunferencia” delimitada por dos puntos de la misma.

Fíjate que si unimos cada uno de los puntos con el centro de la circunferencia, se define un ángulo al que llamamos amplitud del arco. En el dibujo lo hemos llamado con la letra griega α (se lee “alfa”)

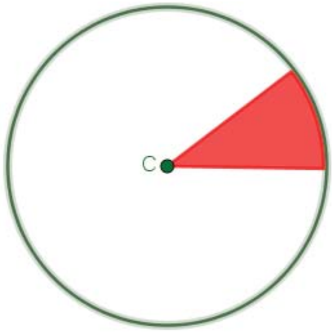
2.3. Círculo



Es la región del plano limitada por la circunferencia. También puede definirse como el lugar geométrico de los puntos que se encuentran a una distancia del centro menor o igual que el radio.

En el dibujo, el círculo es la superficie sombreada. Es decir, la circunferencia y todos los puntos interiores a ella.

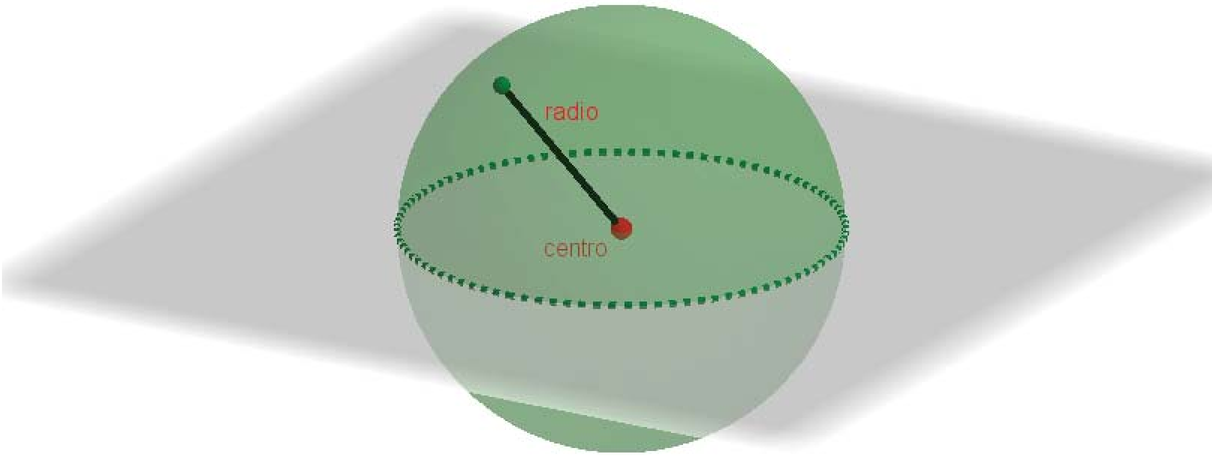
2.4. Sector circular



Se llama **sector circular** a la región del círculo determinada por dos radios.

2.4. Esfera

La **esfera** es el lugar geométrico de los puntos del espacio que se encuentran a una distancia igual o menor a una cantidad que llamamos **radio** de la esfera.



3. ÓRBITAS

Se denomina **órbita** a la trayectoria descrita por un cuerpo celeste en su movimiento de traslación alrededor de otro. Así pues, podemos hablar de la órbita de la Tierra alrededor del Sol, de la órbita de la Luna alrededor de la Tierra, etc.

Mientras que los planetas describen órbitas elípticas en su movimiento alrededor del Sol, en el caso de la Luna, la órbita es circular. Esto nos facilita mucho los cálculos de distancias y áreas gracias a que conocemos:

3.1. Longitud de la circunferencia

La longitud de una circunferencia de radio r se puede calcular aplicando la siguiente fórmula:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r$$

3.2. Longitud del arco de circunferencia

RECUERDA

La letra griega π (se lee "pi") representa un número con infinitas cifras decimales que solemos aproximar por 3,14.

En este caso, aplicamos la fórmula:

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha}{360}$$

Como hemos visto en el apartado anterior, α representa el ángulo al que llamamos **amplitud del arco**.

3.3. Área del círculo

Ahora vamos a calcular la superficie del círculo o, lo que es lo mismo, la superficie del trozo de plano delimitado por una circunferencia.

$$A = \pi \cdot r^2$$

3.4. Área del sector circular

El área del sector circular podemos calcularlo como:

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360}$$

EJEMPLOS

Considerando que la órbita descrita por la Luna en su movimiento alrededor de la Tierra (distancia de la Luna a la Tierra: 384.000 km) se puede considerar como una circunferencia.

a) Calcula la longitud de la órbita y el área encerrada por la misma.

Se trata de calcular la longitud de la circunferencia de radio la distancia de la Luna a la Tierra:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 384.000\ km = 2.411.520\ km \approx 2,41 \cdot 10^6\ km$$

En cuanto al área:

$$A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot (384.000)^2 = 4,6301184 \cdot 10^{11} km^2 \approx 4,6 \cdot 10^{11} km^2$$

b) Calcula la longitud recorrida por la Luna cuando ha descrito un arco de amplitud 90º.

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha}{360} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 384.000 \cdot 90}{360} = 602.880\ km = 6,02880 \cdot 10^5 km \approx 6,02 \cdot 10^5 km$$

c) Calcula el área del sector circular descrito por la Luna en el apartado anterior.

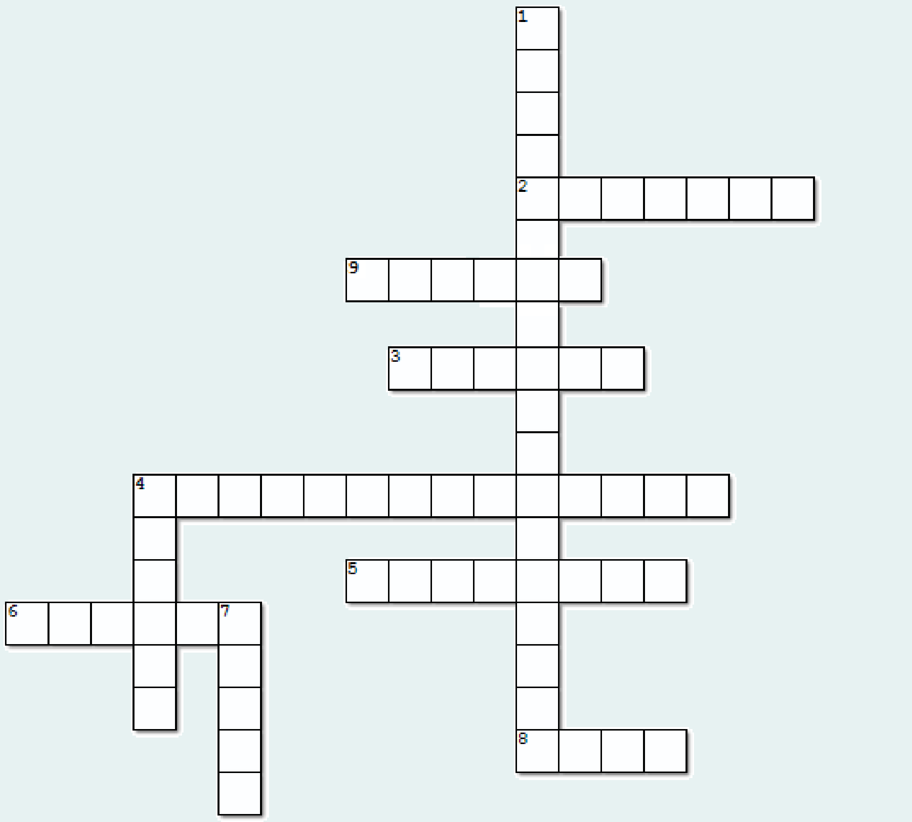
$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360} = \frac{3,14 \cdot (384.000)^2 \cdot 90}{360} = 1.1575296 \cdot 10^{11} km^2 \approx 1,16 \cdot 10^{11} km^2$$

ACTIVIDADES

1. Clasifica por comparación con el ángulo recto y por comparación con el ángulo llano los siguientes ángulos:

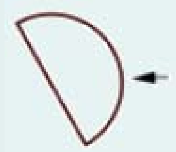
a. 135º
b. 23º
c. 294º
d. 360º
e. 210º
f. 142º

2. Completa el siguiente crucigrama:



Vertical

1

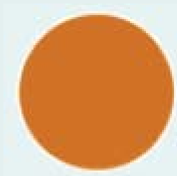


4

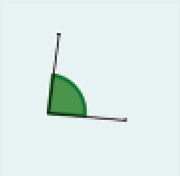
7

Horizontal

2



3

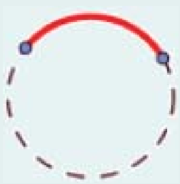


4

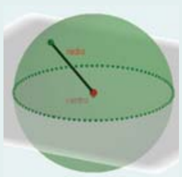
5

6

8



9



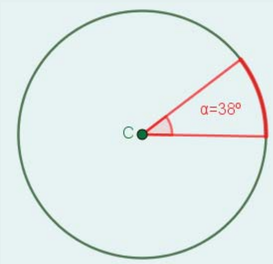
3. En una circunferencia de radio 4 cm ¿cuál es la distancia entre el centro de la circunferencia y cualquiera de sus puntos?¿Cuánto mide el diámetro de la circunferencia?

4. Señala la posición de un punto que se encuentra a 7,9 cm del centro de una circunferencia de 7,5 cm de radio.

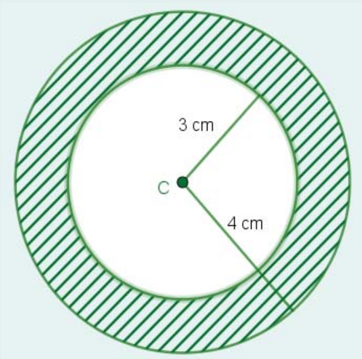
5. Calcula la longitud de la circunferencia de radio 9,2 cm y el área del círculo correspondiente. Calcula la longitud del arco de amplitud 291º y el área del sector correspondiente.

6. Calcula la longitud de un arco de circunferencia de 5,2 cm de radio cuya amplitud es de 158º.

7. En una circunferencia de longitud 17,6 cm tomamos un arco de amplitud 38º ¿cuál es la longitud de dicho arco?



8. Calcula el área de la parte coloreada de la siguiente figura (se le denomina corona circular):



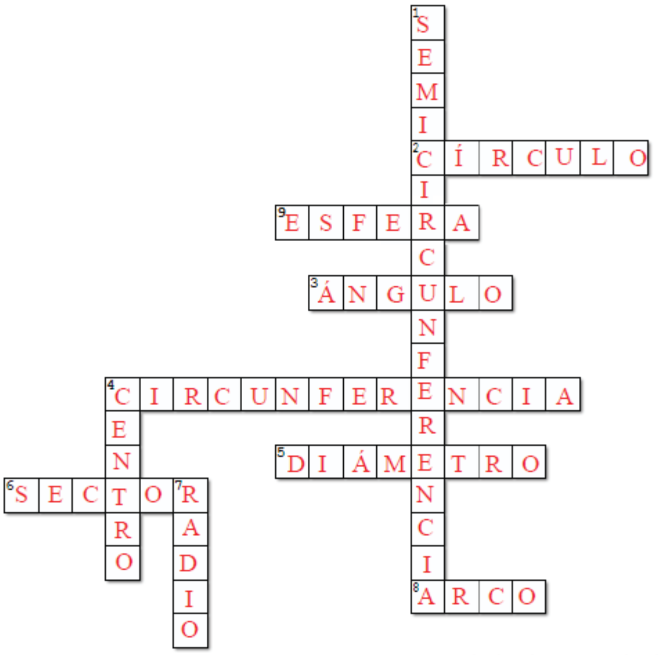
SOLUCIONES:

1. a. obtuso/convexo b. agudo/convexo

   c. cóncavo d. ángulo completo

   e. cóncavo f. obtuso/convexo.

2.



3. 4 cm/8 cm

4. Punto exterior a la circunferencia.

5. L= 57,78 cm A= 265,8 cm^2 / L_{arco} = 46,7 cm A_{sector}= 214,86 cm^2

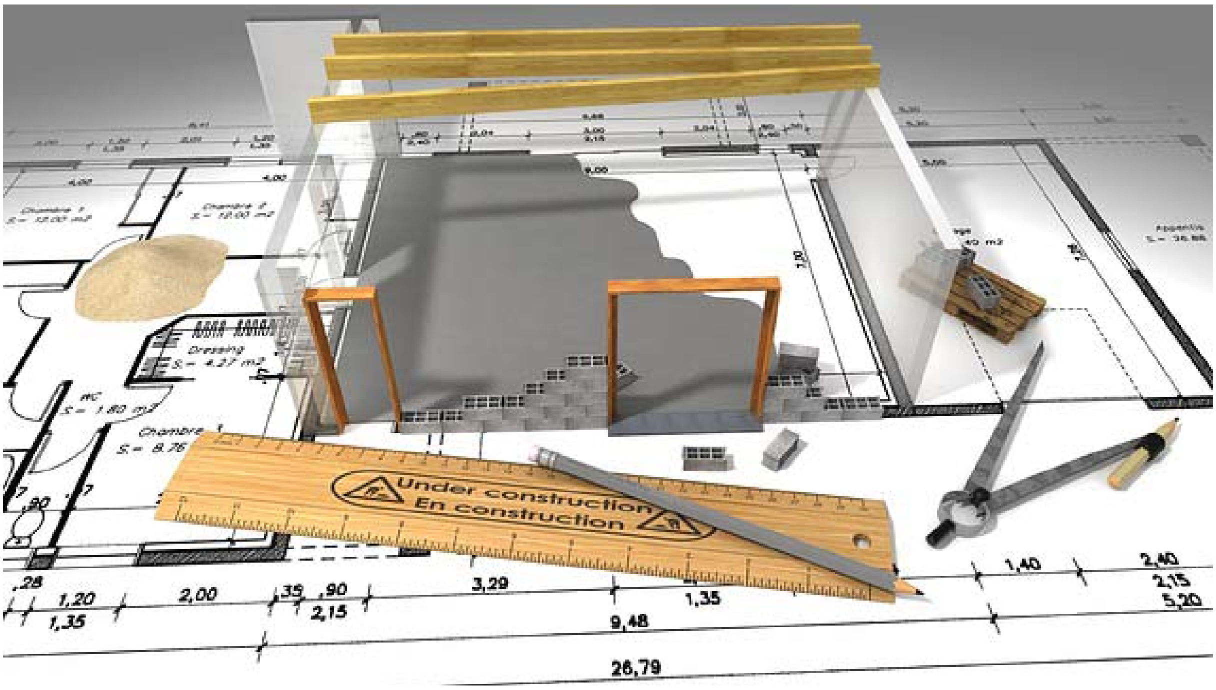
6. 14,33 cm

7. 1,86 cm

8. A=21,98 cm^2

C. Escalas.

Para hacernos una idea de las grandes distancias del Universo, es necesario compararlas con otras con las que trabajamos con más facilidad. De esta manera, construiremos un modelo a escala del Universo que nos permitirá comprenderlo un poco mejor.



1. FRACCIONES

Para trabajar con escalas, necesitamos empezar por las fracciones. Fíjate en lo que decimos:

“Me queda la mitad”.

“Falta un cuarto de hora”.

“Tengo un décimo de lotería”.

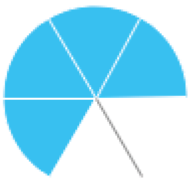
“Caben tres cuartos de litro”.

“Está al ochenta y cinco por ciento de su capacidad”.

En todas estas expresiones estamos utilizando fracciones.

Definición y elementos de una fracción

Una fracción es el cociente de dos números. Es decir, es una división sin realizar. Una fracción expresa el valor o número que resulta al realizar esa división.



$$\frac{4}{6}$$

Los elementos que forman la fracción, y que se escriben separados por una raya horizontal, son:

- **El numerador**. Es el número de arriba, indica las partes que tenemos. En el ejemplo del dibujo: 4
- **El denominador**. Es el número de abajo, indica el número de partes en que dividimos a cada unidad. En el ejemplo del dibujo: 6

¿Cómo se leen?

Primero se lee el numerador.

Si el denominador es 2, se lee **medios**. Por ejemplo: 5/2 se lee “cinco medios”.

Si es 3, **tercios**. Por ejemplo: 1/3 se lee “un tercio”.

Si es 4, **cuartos** y así sucesivamente hasta llegar a 10, que se diría **décimos**.

A partir del 11 en adelante se lee el número seguido del sufijo “**avo**”, por ejemplo: 3/15 se lee “tres quinceavos”.

El valor de una fracción

Puesto que una fracción representa una división, para saber cuál es el valor de una fracción deberíamos realizarla. No obstante, podemos apreciar el valor de una fracción si nos fijamos en su numerador y su denominador.

Su valor será más grande cuanto mayor tenga el numerador, y será más pequeño cuanto mayor tenga el denominador.

$$\frac{1}{5} < 1$$

$$\frac{7}{5} > 1$$

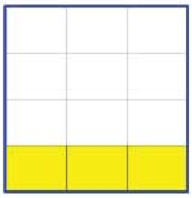
$$\frac{4}{4} = 1$$

- Si el numerador es más pequeño que el denominador, entonces la fracción vale **menos de 1**.
- Si el numerador es igual al denominador, entonces la fracción vale **1**.
- Si el numerador es mayor que el denominador, entonces la fracción vale **más de 1**.

¿Qué representa una fracción?

- Una fracción nos sirve para expresar **cantidades** como una **parte** de un total.

$\frac{3}{12}$ El cuadrado representa la unidad que está dividida en 12 partes iguales, de las que tomamos 3 trozos



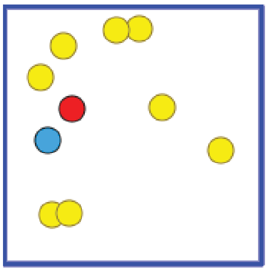
- Una fracción nos sirve para expresar el valor numérico **resultado de una división.**

$$\frac{3}{12} = 0{,}25$$

- Una fracción aplicada a un número actúa como **operador**.

$$\frac{3}{7}\ de\ 308\ son\ \frac{3 \cdot 308}{7} = \frac{924}{7} = 132$$

- Una fracción también es el **tanto por cierto**. Cuando damos un porcentaje, estamos refiriéndonos a una fracción de denominador 100.



Tenemos un total de 10 bolas, de estas 8 son amarillas, 1 roja y 1 azul.

Por lo tanto, podemos decir que 8 de cada 10 bolas son amarillas, es decir 80 de cada 100. De la misma manera, 10 de cada 100 son rojas y 10 de cada 100 azules.

$\frac{80}{100}$ las bolas amarillas son el el 80% del total

$\frac{10}{100}$ las bolas rojas o las azules representan el 10% del total

- Una fracción nos sirve para expresar la **razón** que guardan dos **magnitudes proporcionales**. Lo veremos en el siguiente apartado.

2. PROPORCIÓN

Razón entre dos números

Hay veces en las que un solo número no es suficiente y debemos compararlo con otra cantidad. Por ejemplo, si decimos que hacemos al día 20.000 pasos puede parecernos mucho o poco. Para hacernos una idea, es conveniente compararlo con el número de pasos que suele dar una persona: 10.000. En ese caso, nos damos cuenta que hacemos el doble de lo “normal”.

$$\frac{20.000}{10.000} = 2$$

De la misma manera, si decimos que la distancia de la Tierra a la Luna es de $3{,}84.10^5$ km y que esta distancia es 30 veces el diámetro de la Tierra, que el radio del planeta Marte es 3 veces el de Plutón, etc., estamos aportando una información más completa. En todos estos casos estamos expresando una proporción entre distintas longitudes:

$$\frac{distancia\ (Tierra - Luna)}{diámetro\ Tierra} = 30$$

$$\frac{radio\ Marte}{radio\ Plutón} = 3$$

EJEMPLO

La sombra de un árbol de 1 m de altura es de 2 m.
La razón de las alturas es:

$$\frac{1}{2} = 0{,}5$$

Es decir, la altura del árbol es 0,5 veces la altura de su sombra, o bien la altura de la sombra es 2 veces la altura del árbol.

Razón es el cociente entre dos números a y b.

Se escribe:

$$\frac{a}{b}$$

La razón no tiene unidades y nos sirve para comparar.

Proporción

Una proporción es una igualdad entre 2 razones:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Se lee "a es a b como c es a d”
- a y d se llaman **extremos.**
- b y c se llaman **medios.**

Las proporciones cumplen la siguiente relación:

El producto de los extremos es igual al producto de los medios

a . d = b . c

Esta propiedad nos permite calcular uno de los valores de la proporción cuando conocemos los otros tres:

$$a=\frac{b\cdot c}{d} \qquad b=\frac{a\cdot d}{c} \qquad c=\frac{a\cdot d}{b} \qquad d=\frac{b\cdot c}{a}$$

ATENCIÓN

Para determinar si dos razones forman una proporción, comprobamos que cumple esta propiedad.

Ej: $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$ forman una proporción, pues se cumple

2 . 6 = 3 . 4

EJEMPLO

1. Dada la siguiente proporción: $\frac{x}{24}=\frac{6}{4}$, calcula el valor de x.

Teniendo en cuenta que el producto de los medios es igual al producto de los extremos:

$$x\cdot 4=6\cdot 24\ ;\quad x\cdot 4=144\ ;\quad x=\frac{144}{4}\ ;\quad x=36$$

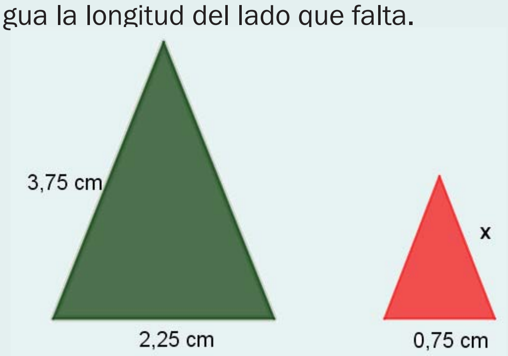
2. Un jugador de baloncesto encesta 6 de cada 9 tiros libres. ¿Cuántos intentos tendrá que hacer para encestar 14 tiros libres?

Planteamos la proporción: $\frac{6}{9}=\frac{14}{x}$

$$\frac{6}{9}=\frac{14}{x}\ ;\quad x\cdot 6=14\cdot 9\ ;\quad x\cdot 6=126\ ;\quad x=\frac{126}{6}\ ;\quad x=21$$

Por lo tanto, para encestar 14 tiros libres el jugador tendrá que hacer 21 intentos.

3. En los triángulos isósceles de las figuras, las dimensiones están en la misma proporción. Averigua la longitud del lado que falta.



La razón entre las medidas de los lados de cada triángulo es 3,75/2,25 y x/0,75, respectivamente. Como nos dicen que las dimensiones son proporcionales, escribimos la igualdad:

$$\frac{3,75}{2,25}=\frac{x}{0,75}$$

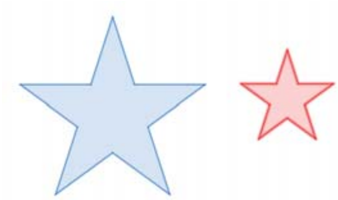
De donde obtenemos el valor de x:

$$x\cdot 2.25 = 3,75\cdot 0,75$$

$$x=\frac{2,8125}{2,25}=1,25\,cm$$

3. FIGURAS SEMEJANTES

Figuras semejantes



Figuras semejantes

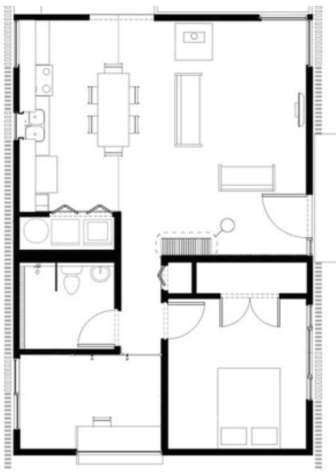
Decimos que dos figuras son **semejantes** si sus segmentos son proporcionales y sus ángulos son iguales. Es decir, las figuras tienen la **misma forma** y solo se **diferencian** en su **tamaño**.

Esto nos resulta de gran utilidad cuando estudiamos el Universo, pues representamos sus componentes por otros cuyas dimensiones son más fáciles de asimilar. Así pues, si representamos la Tierra por una pelota de baloncesto, la Luna tendríamos que representarla con una pelota de tenis y se encontrarían a una distancia de 7 metros.

Esta representación es **semejante** a la realidad, pues solo se diferencian en el tamaño. Las distancias reales y las distancias en la representación son **proporcionales**. Por lo tanto, como vimos en el apartado anterior, se cumple que:

$$\frac{diámetro\,(pelota\ baloncesto)}{diámetro\,(Tierra)} = \frac{diámetro\,(pelota\ tenis)}{diametro\,(Luna)}$$

Modelos a escala



El plano de una casa es semejante a las dimensiones reales

Al modelo formado por las figuras semejantes a las originales se le denomina modelo a escala.

Cuando trabajas con un mapa, con el plano de una casa, con una fotocopia reducida o ampliada, o cuando activas el zoom en el móvil o en el ordenador, en todos estos casos estás trabajando con figuras semejantes al original. Es decir, con modelos a escala.

A la razón entre el tamaño de un modelo y el del objeto real se le llama **escala**.

$$escala = \frac{dimensiones\ representadas}{dimensiones\ reales}$$

En nuestro caso, teniendo en cuenta que el diámetro de una pelota de baloncesto es de unos 24 cm y que el diámetro de la Tierra es 12.756 km, la escala sería:

$$\frac{24\ cm}{12.756\ km}$$

tenemos que expresarlo todo en las mismas unidades $\qquad \dfrac{24\ \cancel{cm}}{12.756.000\ \cancel{cm}}$

dividimos numerador y denominador por 24 $\qquad \dfrac{1}{531.500}$

esto suele expresarse de la forma $\qquad 1:531.500$

Así pues, 1 cm en el modelo equivale a 531.500 cm en la realidad, esto nos permite calcular cualquier distancia representada en el modelo a escala.

Fíjate que la escala se expresa sin unidades, por lo que también es válido decir que 1 m en el modelo equivale a 531.500 m en la realidad, o bien expresado en cualquier otra unidad.

ATENCIÓN

La **escala gráfica** consiste en una recta dividida en partes iguales, en la que la unidad de medida representa la longitud o distancia en la realidad. Podemos encontrarla en planos, mapas o dibujos. La siguiente escala gráfica es 1:200, es decir cada centímetro del plano son 200 km en la realidad

Modelo a escala de la Tierra y la Luna

Vamos a construir a escala un modelo de la Tierra y la Luna.

Consideraremos las distancias reales:

- Distancia de la Tierra a la Luna: 384.400 km.
- Radio de la Luna: 1.737 km.
- Radio de la Tierra: 6.378 km.

En el modelo a escala que estamos construyendo, asignaremos a la distancia de la Tierra a la Luna el valor de 1 m. Es decir, la escala será:

1:384.400.000

1 m en el modelo equivale a 384.400.000 m en la realidad.

Las distancias en el modelo deben ser proporcionales a las distancias reales:

$$\frac{1}{384.400.000} = \frac{radio\ a\ escala\ (Luna)}{radio\ real\ (Luna)}$$

Aplicando la propiedad de las proporciones:

$$radio\ a\ escala\ (Luna) = \frac{1}{384.400.000} \cdot radio\ real\ (Luna)$$

Sustituimos el valor del radio de la Luna. El resultado nos dará en la misma unidad en la que lo expresemos:

$$radio\ a\ escala\ (Luna) = \frac{1}{384.400.000} \cdot 1.737.000\ m =$$

$$= 0,0045\ m = 0,45\ cm$$

La Luna vista desde la Tierra Fuente: Pixabay (CCO-Creative Commons)

Por lo tanto, la Luna la representaremos en nuestro modelo a escala con un radio de 0,45 cm.

De la misma manera procederemos con el cálculo del radio de la Tierra en nuestro modelo a escala:

$$radio\ a\ escala\ (Tierra) = \frac{1}{384.400.000} \cdot radio\ real\ (Tierra)$$

$$radio\ a\ escala\ (Tierra) = \frac{1}{384.400.000} \cdot 6.378.000\ m =$$

$$= 0,0166\ m = 1,66\ cm$$

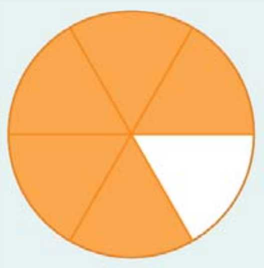
Resumiendo, nuestro modelo a escala nos queda de la siguiente manera:

	Medida real	Medida a escala
Distancia Tierra-Luna	384.400 km	1 m
Radio de la Tierra	1.737 km	0,45 cm
Radio de la Luna	6.371 km	1,66 cm

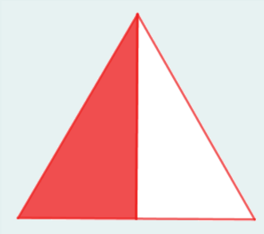
ACTIVIDADES

1. Indica qué fracción de la figura representa la parte coloreada:

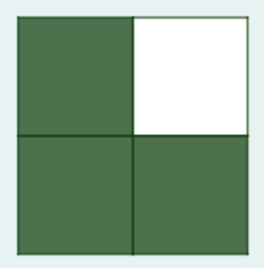
a.



b.



c.



d.

2. Escribe en forma de fracción los siguientes enunciados:

a. Tres cuartos de hora

b. Una quinceava parte del dinero.

c. Felipe reparte 6 kilos de manzanas entre sus 4 hijos.

d. Un cuarto de kilo de patatas.

e. Hemos recorrido 22 km de los 28 kilómetros del camino completo.

f. El 40% del sueldo me lo gasto en la hipoteca.

g. Solo se conoce el 2% del Universo.

3. En una clase de Matemáticas aprueban 23 alumnos de 35. Expresa en forma de razón la relación existente entre:

a. El número de aprobados en Matemáticas y el número total de alumnos.

b. El número de suspensos en Matemáticas y el número total de alumnos.

c. El número de aprobados y el número de suspensos en Matemáticas.

4. Halla el valor de x en cada caso para que exista una proporción:

a. $\frac{3}{4} = \frac{x}{12}$

b. $\frac{x}{3} = \frac{5}{15}$

c. $\frac{2}{x} = \frac{3}{9}$

d. $\frac{12}{36} = \frac{7}{x}$

5. Comprueba si forman una proporción las siguientes razones:

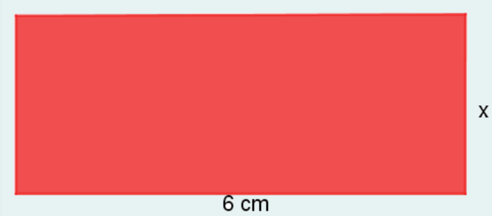
a. $\frac{4}{5}\ y\ \frac{20}{25}$

b. $\frac{2}{5}\ y\ \frac{4}{8}$

c. $\frac{7}{3}\ y\ \frac{28}{12}$

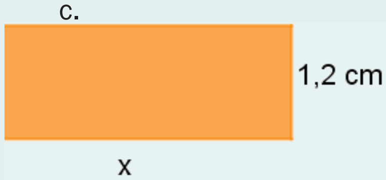
6. La razón entre el ancho y el largo del primer rectángulo es 2/5. Averigua las dimensiones que faltan de los demás rectángulos si están en la misma proporción.

a.



b.

c.



7. El plano de una casa está hecho a escala 1:300.

a. El salón tiene en la realidad 7,5 m de largo ¿cuál sería su equivalente en centímetros en el plano?

b. Si en el plano el ancho de una habitación tiene una longitud de 1,75 cm ¿cuál sería su longitud en la realidad?

8. Dos ciudades se encuentran representadas en un mapa con una distancia de 14 cm. Si la escala del mapa es 1:400.000 ¿A qué distancia se encuentran en la realidad?

9. Las dimensiones de una parcela son de 600 x 900 m. En esta parcela se quiere construir una casa de 15 m de fachada. Sabiendo que se quiere dibujar la parcela de forma que el lado más largo mida 30 cm.

   a. ¿Qué escala se tendrá que utilizar?

   b. ¿Cuáles serán las dimensiones de la parcela en el plano?

   c. ¿Cuánto medirá en el plano la fachada de la casa?

En los siguientes ejercicios vamos a considerar la escala en la que a la distancia de la Tierra a la Luna se le asigna el valor 1. Es decir, la escala **1:384.400.000**

10. Las naves espaciales que orbitan la Tierra suelen hacerlo como mucho a unos 600 km de la superficie de la Tierra. Calcula a qué distancia de la Tierra se encontrarían en nuestro modelo.

11. Los satélites para la TV (Astra, Hispasat) y los meteorológicos (Meteosat) están situados a 36.000 km de altura, para que en su órbita tarden 24 horas en dar una vuelta. Por esta razón se llaman “geoestacionarios”, que significa que giran a la misma velocidad que la Tierra, y están siempre encima del mismo punto de la superficie. Calcula la distancia de la Tierra a la que se encontrarían los satélites en el modelo a escala.

SOLUCIONES:

1. a. 5/6 b. 1/2

   c. 3/4 d. 5/10

2. a. 3/4 b. 1/15

   c. 6/4 d. 1/4

   e. 22/28 f. 40/100

   g. 2/100

3. a. 23/35 b. 12/35

   c. 23/12

4. a. x = 9 b. x= 1

   c. x = 6 d. x = 21

5. a. Sí b. No

   c. Sí

6. a. x = 2,4 cm b. x = 17,5 cm

   c. x = 3 cm

7. a. En el plano mediría 2,5 cm b. En la realidad la longitud sería 5,25 m.

8. Las ciudades se encuentran a 56 km

9. a. Se tendrá que utilizar la escala 1:3000 b. 20 x 30 cm

   c. En el plano, la fachada medirá 0,5 cm

10. 0,156 cm

11. 9,365 cm

Aviso legal

Autora: Concha Ortiz Bautista
Asesor Técnico Docente del CIDEAD, 2019.

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL
DIRECCIÓN GENERAL DE FORMACIÓN PROFESIONAL
cidead
Centro para la Innovación y Desarrollo de la Educación a Distancia