

# ELABORACIÓN DE MATERIALES PARA CONOCIMIENTO DE MATEMÁTICAS II

**Documento elaborado por:**

- **María José Madruga Vicente**
- **Sonia Jiménez Melgar**
- **Victoriano de la Fuente Lozano**
- **Pilar Pastor Gago**
- **Daniel Benito Martín**
- **Julio Rodríguez Villa**



## UNIDAD DIDÁCTICA 14: ESTADÍSTICA

### FICHA 1: Variables cualitativas y cuantitativas.

Tipos de variables estadísticas:		
Tipos	Propiedades	Ejemplos
Cualitativas	Los valores que toma la variable son cualidades, no números.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Deporte: fútbol, balonmano, atletismo,...</li> <li>• Sexo: hombre, mujer.</li> </ul>
Cuantitativas	Los valores que toma la variable son números.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Número de páginas de un libro.</li> <li>• Edad</li> </ul>

A su vez, las variables cuantitativas se clasifican en:

Tipos	Propiedades	Ejemplos
Discretas	En cada tramo, la variable sólo puede tomar un número determinado de valores.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Número de páginas de un libro: 210 o 211 pero no 210,5.</li> <li>• Número que se ocupa en una fila: 1, 2, 3...</li> </ul>
Continuas	En cada tramo, la variable puede tomar infinitos valores	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Altura de una persona: entre 170 cm y 180 cm la altura puede ser 171 cm, 171,5 cm...</li> <li>• Peso de un recién nacido</li> </ul>

1. Clasifica las siguientes variables estadísticas, escribiendo una X en el recuadro correspondiente:

	CUALITATIVA	DISCRETA	CONTINUA
Nº DE HIJOS VARONES			
TIPO DE MÚSICA PREFERIDA			
Nº DE HIJOS			
PESO DE RECIÉN NACIDOS			
Nº DE PÁGINAS DE UN LIBRO			
ESTATURA			

2. Clasifica las siguientes variables estadísticas seleccionando la opción que consideres correcta:

	CUANTITATIVA		CUALITATIVA
	DISCRETA	CONTINUA	
MARCA DE UN TELÉFONO			
COLOR DE OJOS			
ALTURA			
EDAD			
PESO			
DEPORTE FAVORITO			
RAZA DE PERROS			
Nº DE HIJOS			
LONGITUD DEL PIE			
ASIGNATURAS PENDIENTES			
PERÍMETRO CRANEAL			
CANTANTE FAVORITO			
PROGRAMA DE TELEVISIÓN PREFERIDO			
ESTATURA			
FRUTA PREFERIDA			
NÚMERO DE CALZADO			
MODELO DE COCHE PREFERIDO			
NOTA DE MATEMÁTICAS			
MARCA DE RELOJ			
NÚMERO DE HERMANOS			
SABOR DE HELADO PREFERIDO			
AÑO DE NACIMIENTO			

## UNIDAD 14: ESTADÍSTICA

### FICHA 2: Tabla de frecuencias absolutas y relativas

Una Tabla de frecuencia se construye de la siguiente forma:

**FILAS:** Se colocan los valores de las variables ordenadas de mayor a menor si son variables cuantitativas.

1. **Columna Frecuencia absoluta:** Número de veces que se repite un valor “ $f_i$ ”. La suma de todas las frecuencias absolutas nos da el total de datos (N).
2. **Columna Frecuencia absoluta acumulada:** En esta columna se va almacenando el valor acumulado de las filas de la frecuencia absoluta. Se representa por “ $F_i$ ”. El valor de la última fila para la frecuencia absoluta es el total de datos (N)
3. **Columna Frecuencia relativa:** Resultado de dividir la frecuencia absoluta entre el número de datos. La suma de todas las frecuencias relativas es 1.
4. **Columna de Frecuencia relativa acumulada:** En esta columna se va almacenado el valor acumulado de las filas de la frecuencia relativa. Se representa por “ $H_i$ ”. El valor de la última fila para la frecuencia relativa es 1.

1. En una clase de 25 alumnos hemos preguntado la edad de cada uno, obteniendo estos resultados:

15, 14, 14, 13, 15, 14, 14, 14, 14, 15, 13, 14, 15, 16, 15, 15, 13, 14, 15, 13, 14, 14, 14, 15, 14

Haz una tabla donde aparezcan las frecuencias absolutas acumuladas y las frecuencias relativas acumuladas:

EDAD	F. ABSOLUTA ( $f_i$ )	F.A. ACUMULADA ( $F_i$ )	F. RELATIVA ( $h_i$ )	F.R. ACUMULADA ( $H_i$ )
13				
14				
15				
16				
	N =	SUMA =		

2. Se ha hecho una encuesta sobre el número de hijos en 50 familias, con los siguientes resultados:

0 2 1 2 5 2 1 1 1 4  
 0 0 2 0 4 4 1 1 2 2  
 3 1 2 3 0 3 1 3 2 2  
 3 3 1 5 4 3 3 1 2 2  
 2 3 3 4 0 2 2 1 4 1

Haz una tabla donde se recojan estos datos con sus frecuencias absolutas acumuladas y relativas acumuladas.

<b>EDAD</b>	<b>F. ABSOLUTA (fi)</b>	<b>F.A. ACUMULADA (Fi)</b>	<b>F. RELATIVA (hi)</b>	<b>F.R. ACUMULADA (Hi)</b>
0				
1				
2				
3				
4				
5				
	<b>N =</b>	<b>SUMA =</b>		

3. Se ha lanzado 50 veces un dado y se han obtenido las siguientes puntuaciones:

1 3 4 2 1 3 4 5 6 3  
 4 3 5 4 6 4 3 2 5 4  
 6 3 2 4 1 2 2 4 5 5  
 6 3 5 2 5 4 3 3 5 6  
 6 5 2 5 6 3 2 1 4 2

Elabora una tabla de frecuencias absolutas, relativas y porcentuales.

<b>PUNTUACIÓN</b>	<b>F. ABSOLUTA (fi)</b>	<b>F. RELATIVA (hi)</b>	<b>F. PORCENTUAL</b>
1		$\frac{4}{50} \cdot 05 = 0'08$	$0,08 \times 100 = 0'08 \%$
2			
3			
4			
5			
6			
<b>TOTAL</b>	<b>50</b>	<b>1</b>	<b>100 %</b>

4. Se ha preguntado a los 60 estudiantes de 2.º de ESO el número de hermanos que tiene cada uno, los resultados se recogen a continuación:

<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>5</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>0</b>	<b>2</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>0</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>4</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>4</b>

Elabora una tabla de frecuencias absolutas, relativas y porcentuales.

<b>Nº DE HERMANOS</b>	<b>F. ABSOLUTA (fi)</b>	<b>F. RELATIVA (hi)</b>	<b>F. PORCENTUAL</b>
0			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
<b>TOTAL</b>	<b>60</b>	<b>1</b>	<b>100 %</b>

5. En una clase de un IES hemos medido la altura de los 25 alumnos. Sus medidas, en cm, son:

167	159	168	165	150
170	172	158	163	156
151	173	175	164	153
158	157	164	169	163
160	159	158	174	164

Elabora una tabla que represente estos resultados con sus frecuencias absolutas, relativas y porcentajes. Toma intervalos de amplitud 5 cm comenzando por 150.

<b>MEDIDA (en cm)</b>	<b>F. ABSOLUTA (fi)</b>	<b>F. RELATIVA (hi)</b>	<b>F. PORCENTUAL</b>
[150-155)			
[150-160)			
[160-165)			
[165-170)			
[170-175)			
<b>TOTAL</b>			

6. Al medir el diámetro de 20 naranjas, se han obtenido los siguientes resultados, en mm:

74	82	93	85	99
72	81	86	79	62
71	83	89	65	94
84	75	77	98	88

Con los datos anteriores, construye una tabla de frecuencias absolutas, relativas y porcentuales, agrupándolos en cuatro intervalos de amplitud 10 mm, comenzando por 60.

<b>DIÁMETRO (en mm)</b>	<b>F. ABSOLUTA (fi)</b>	<b>F. RELATIVA (hi)</b>	<b>F. PORCENTUAL</b>
[60-70)			
[70-80)			
[80-90)			
[90-100)			
<b>TOTAL</b>	<b>20</b>	<b>1</b>	<b>100 %</b>

7. El profesor de Matemáticas ha pedido a los 30 estudiantes de una clase que midan su estatura. Los estudiantes le han proporcionado las siguientes medidas, en metros:

1,61    1,62    1,51    1,63    1,61    1,54  
 1,64    1,71    1,64    1,56    1,63    1,63  
 1,61    1,53    1,64    1,57    1,67    1,73  
 1,59    1,61    1,59    1,62    1,61    1,58  
 1,66    1,66    1,69    1,59    1,63    1,64

Con los datos anteriores, construye una tabla de frecuencias absolutas, relativas y porcentuales, agrupándolos en cinco intervalos de amplitud 5 cm, comenzando por 1'50.

<b>ESTATURAS</b>	<b>F. ABSOLUTA (fi)</b>	<b>F. RELATIVA (hi)</b>	<b>F. PORCENTUAL</b>
<b>[1'50 – 1'55)</b>			
<b>[1'55 – 1'60)</b>			
<b>[1'60 – 1'65)</b>			
<b>[1'65 – 1'70)</b>			
<b>[1'70 – 1'75)</b>			
<b>TOTAL</b>	<b>30</b>	<b>1</b>	<b>100 %</b>

8. Se han pesado 40 piezas. Los resultados de las pesadas, expresados en gramos, son:

64'1    66'4    64    66'7    65'3    64'4    63'9    63  
 65'4    64'3    68'8    66'6    65'1    64'2    68'5    65'7  
 65'8    63'1    64'6    63'5    65    66'4    67'3    65'7  
 64    61'5    64'1    65    63    63'2    66'9    66'3  
 67    66'1    66'8    65'3    64'4    64'5    63'1    65'5

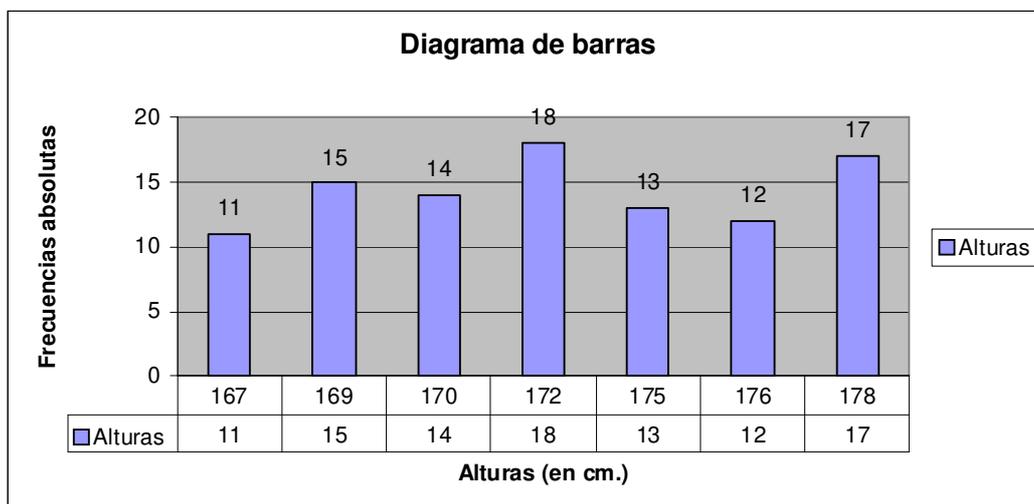
Confecciona una tabla estadística para presentar los resultados agrupando en intervalos los valores observados y donde aparezcan también las frecuencias absolutas acumuladas y las frecuencias relativas acumuladas. Toma intervalos de amplitud de 1 cm comenzando por 61.

<b>PESO</b>	<b>F. ABSOLUTA (fi)</b>	<b>F.A. ACUMULADA (Fi)</b>	<b>F. RELATIVA (hi)</b>	<b>F.R. ACUMULADA (Hi)</b>
[61-62)				
[62-63)				
[63-64)				
[64-65)				
[65-66)				
[66-67)				
[67-68)				
[68-69)				

## **UNIDAD 14: ESTADÍSTICA.**

### **FICHA 3: Elaboración de diagramas de barras.**

1. Mirando el diagrama de barras que representa la altura de 100 personas, completa la tabla de frecuencias:



Completa la tabla:

ALTURA (cm)	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA
167	11	$\frac{11}{100} = 0'11$
169		
170		
172		
175		
176		
178		
<b>Total</b>		

2. En la siguiente tabla se recoge el número de veces que un grupo de usuarios de un ambulatorio han tenido que acudir a su médico en el último año

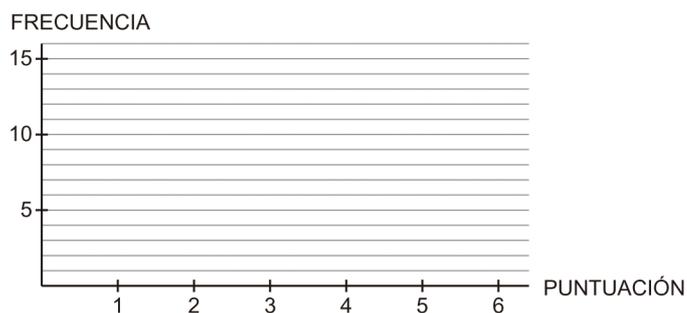
NÚMERO DE VISITAS AL MÉDICO	NÚMERO DE PERSONAS
1	10
3	25
5	43
7	31
10	12
12	4

a. ¿Cuántas personas han ido el médico 7 veces en el último año? ¿Cuántas han ido 4 veces?

b. Dibujar un diagrama de barras.

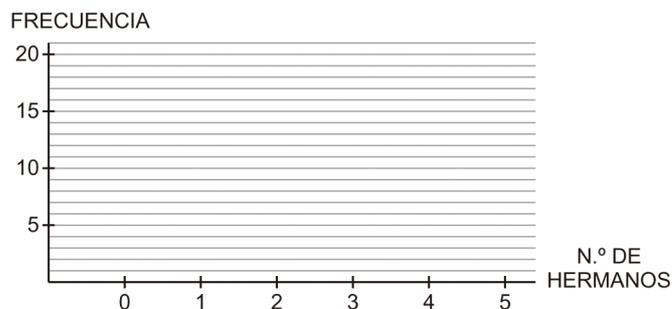
3. La tabla recoge el número de veces que ha salido cada una de las puntuaciones de un dado en 50 lanzamientos. Representa los resultados mediante un diagrama de barras y en un polígono de frecuencias:

PUNTUACIÓN	N.º DE VECES
1	13
2	8
3	6
4	10
5	7
6	6



4. Se ha preguntado a 50 alumnos de 1º de ESO por el número de hermanos. La información obtenida se ha recogido en la siguiente tabla. Representa los datos en un diagrama de barras y en un polígono de frecuencias:

Nº DE HERMANOS	FRECUENCIA
0	15
1	20
2	6
3	3
4	4
5	2
Más de 5	0

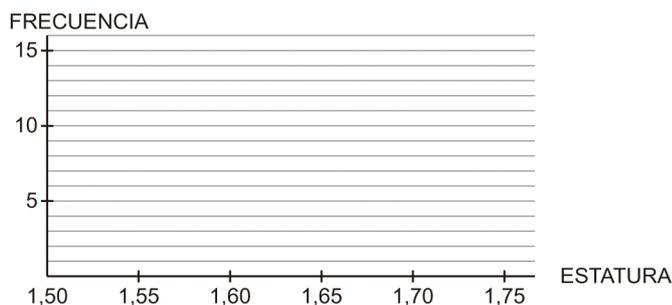


## UNIDAD DIDÁCTICA 14: ESTADÍSTICA

### FICHA 4: Elaboración de histogramas

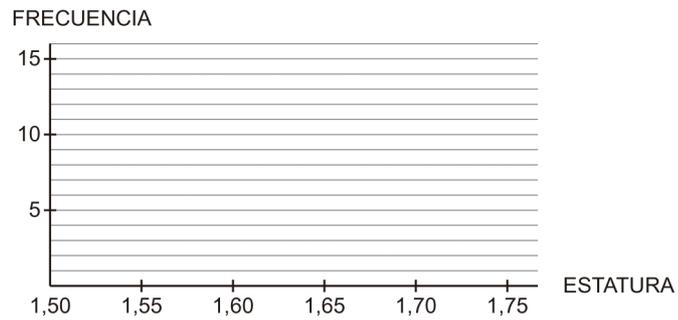
1. La distribución de las estaturas de los 30 alumnos de una clase es la que ves en la tabla. Representa los datos en un histograma y en un polígono de frecuencias:

ESTATURA	N.º DE ALUMNOS
Entre 1,50 y 1,55 m	6
Entre 1,55 y 1,60 m	4
Entre 1,60 y 1,65 m	2
Entre 1,65 y 1,70 m	3
Entre 1,70 y 1,75 m	15



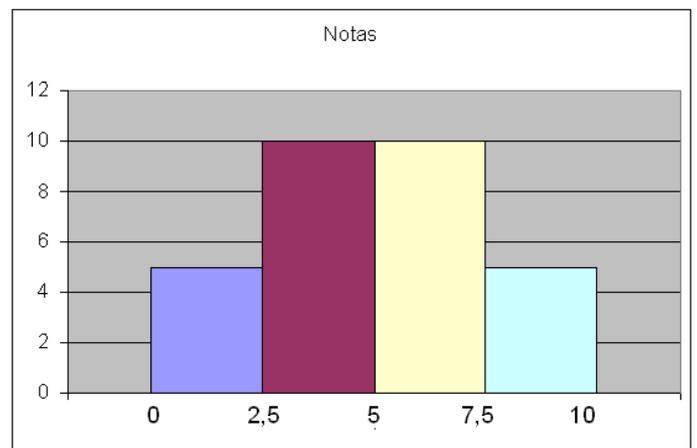
2. La distribución de las estaturas de los 30 alumnos de una clase es la que ves en la tabla. Representa los datos en un histograma y en un polígono de frecuencias:

ESTATURA	NÚMERO ALUMNOS
Entre 1,50 y 1,55 m	3
Entre 1,55 y 1,60 m	6
Entre 1,60 y 1,65 m	15
Entre 1,65 y 1,70 m	4
Entre 1,70 y 1,75 m	2



3. Dado el siguiente histograma relativo a las notas de los alumnos de una clase, responde:

- ¿Cuántos alumnos tiene la clase?
- ¿Cuántos alumnos han aprobado?
- ¿Cuál es el porcentaje de suspensos?



## **UNIDAD DIDÁCTICA 14: ESTADÍSTICA**

### **FICHA 5: Elaboración de diagramas de sectores**

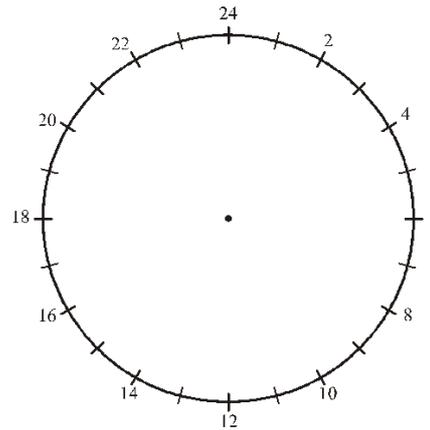
1. Haz un diagrama de sectores que represente la procedencia de los extranjeros residentes en España, en diciembre de 1999, recogidos en la siguiente tabla:

PROCEDENCIA	
EUROPA	353.000
AMÉRICA	167.000
ASIA	66.000
ÁFRICA	14.000

2. La tabla recoge el reparto del tiempo de Beatriz entre sus distintas actividades durante las 24 horas del día. Representa los datos en el gráfico de sectores:

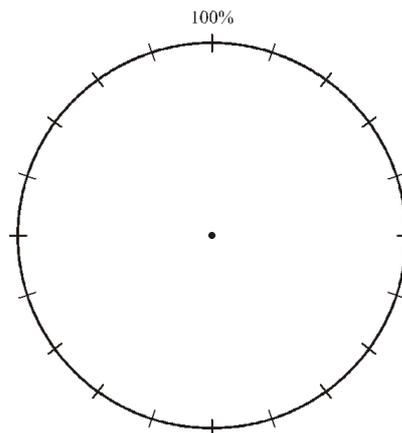
ACTIVIDAD	HORAS
Ocio	3
Estudiar	3
Colegio	6
Comer	2
Dormir	10

DISTRIBUCIÓN HORARIA DE ACTIVIDADES



3. La tabla recoge la distribución, en forma de porcentajes, de las notas obtenidas por una clase de 1.º de ESO en el último examen de Matemáticas. Representa los datos en el gráfico de sectores:

CALIFICACIÓN	%
Insuficiente	10
Suficiente	40
Bien	20
Notable	20
Sobresaliente	10



4. La tabla recoge, en euros, la distribución de los gastos de una familia a lo largo de un año. Representa los datos en el gráfico de sectores:

CONCEPTO	EUROS	%	GRADOS °
TRANSPORTE	1000		
ENERGÍA	1500		
ROPA	1000		
COMIDA	2000		
VIVIENDA	3000		
EDUCACIÓN	1000		
OTROS	500		

## UNIDAD DIDÁCTICA 14: ESTADÍSTICA

### **FICHA 6: Parámetros de centralización: Media, mediana y moda.**

**La media:** Solo se puede calcular para variables cuantitativas. Se calcula sumando todos los valores que obtenemos multiplicando cada valor de la variable estadística por su frecuencia absoluta, y dividiendo este resultado por el número total de datos.

**La mediana:** Solo se puede calcular para variables cuantitativas. Para calcularlo hay que ordenar todos los datos de mayor a menor y tomar el valor que ocupa la posición central si el total de valores es impar y, la media de los dos valores centrales, si el total de valores es par.

**La moda:** Se puede calcular para todo tipo de variables. Es el dato que tiene mayor frecuencia absoluta. En una muestra bimodal, habrá dos valores que compartan la misma frecuencia absoluta máxima y tendremos una muestra multimodal cuando tengamos mas de dos valores con frecuencia absoluta máxima.

**Ejemplo:** Halla la media, la mediana y la moda de los siguientes datos: 1, 3, 1, 1, 2, 3.

**Primero ordenamos los datos:** 1, 1, 1, 2, 3, 3 (6 datos)

$$\text{Media} = \frac{1+1+1+2+3+3}{6} = \frac{11}{6} = 1'8\bar{3}$$

**Moda = 1 (3 veces)**

$$\text{Mediana} = \frac{1+2}{2} = 1'5 \quad (\text{n}^\circ \text{ par de datos})$$

1. Halla la media, la mediana y la moda de los siguientes datos

a. 5, 6, 8, 7, 7

b. 10, 12, 13, 14, 15, 19, 21

c. 12, 16, 5, 8, 6, 4, 12

d. 7, 12, 11, 8, 11, 13, 8, 8, 7

2. La siguiente tabla refleja las calificaciones de 30 alumnos en un examen de Matemáticas:

<b>NOTA</b>	2	4	5	6	7	8	9	10
<b>Nº ALUMNOS</b>	2	5	8	7	2	3	2	1

- a. ¿Cuántos alumnos aprobaron?
- b. ¿Cuántos alumnos sacaron como máximo un 7?
- c. ¿Cuántos sacaron como mínimo un 6?
- d. Calcular la nota media, la moda y la mediana

3. La siguiente tabla muestra el número de pruebas que suspendieron los alumnos y alumnas de 1º C en la pasada evaluación. Halla la media, la mediana y la moda.

<b>N.º DE PRUEBAS SUSPENDIDAS</b>	0	1	2	3	4
<b>N.º DE ALUMNOS</b>	5	6	4	2	2

4. Se ha preguntado a 15 estudiantes de 1º de ESO por el número de hermanos que tienen. La información obtenida se ha recogido en la siguiente tabla. Calcula la media, la mediana y la moda de dichos datos.

<b>Nº DE HERMANOS</b>	<b>FRECUENCIAS</b>
0	5
1	6
2	3
3	1
Más de 3	0

5. Esta tabla recoge el número de veces que ha salido cada una de las puntuaciones de un dado en 20 lanzamientos.

PUNTUACIÓN	N.º DE VECES
1	5
2	3
3	2
4	6
5	2
6	2

a. ¿Cómo se llama la medida que indica la puntuación que más veces ha salido? ¿Cuál es esa puntuación?

b. Halla la media y la mediana.

6. Ocho amigos juegan al baloncesto y cada uno lanza cuatro tiros a canasta. La siguiente tabla muestra el número de aciertos. Halla la media, la mediana y la moda del número de aciertos.

<b>Nº DE ACIERTOS</b>	0	1	2	3	4
<b>FRECUENCIAS</b>	0	1	2	4	1

7. Hemos realizado una encuesta de las notas de los alumnos de los siguientes cursos:

1º ESO: 5, 5, 6, 3, 4, 2, 2, 4, 5, 7, 7, 5, 8, 8, 9, 6, 7, 8, 9, 9, 5, 6

2º ESO: 4, 4, 5, 6, 7, 8, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 7, 6, 6, 7, 8, 8, 8, 9

Contesta a las siguientes preguntas:

a. ¿Qué curso tiene mejor nota media?

b. ¿Cuál es la moda de cada curso?

c. ¿Cuál es la mediana de cada curso?

d. ¿Qué valor nos permite saber que clase tiene mejores resultados?

## UNIDAD DIDÁCTICA 14: ESTADÍSTICA

### **FICHA 7: Parámetros de dispersión. Recorrido y desviación media.**

**¿Cómo podemos calcular el rango o recorrido?**

**El rango o recorrido es la diferencia entre el valor mayor y el valor menor de un conjunto de datos.**

$$\text{RECORRIDO} = \text{VALOR MAYOR} - \text{VALOR MENOR}$$

**Cuando mayor sea el recorrido, más dispersos estarán los datos.**

**1.** Cuatro amigos han sacando las siguientes notas:

AMIGO A:	3	6	5	7	4
AMIGO B:	8	9	1	4	3
AMIGO C:	10	2	2	1	10
AMIGO D:	4	7	6	4	4

Todos tienen una nota media de 5 (lo puedes comprobar), sin embargo, unas están más dispersas que otras.

Calcula el recorrido de cada amigo:

RECORRIDO A:

RECORRIDO B:

RECORRIDO C:

RECORRIDO D:

**2.** Determine el rango de los siguientes conjuntos de números

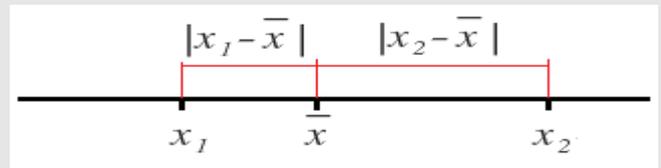
**a.** 3, 8, 10, 14, 9, 10, 12, 21, 5, 13, 11, 10

**b.** 232, 212, 151, 325, 142, 132, 142, 236, 145

**c.** 4, 5, 6, 4, 2, 8, 4, 6, 7, 5, 8, 4, 8, 8, 6, 7, 3, 4, 8, 4, 9, 7

**¿Cómo podemos calcular la desviación media?**

Cada dato se encuentra a una cierta distancia de la media:



Si sumamos todas las distancias de cada dato con respecto a la media, es decir, de todas las “desviaciones a la media” y la dividimos entre el número total de datos, estaremos calculando la desviación media

$$D.M. = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{N}$$

La fórmula anterior también podemos ponerla en forma de sumatorio (el signo  $\Sigma$  se utiliza para indicar la suma de varios sumandos):

$$D.M. = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{N}$$

3. Esta tabla recoge el número de veces que ha salido cada una de las puntuaciones de un dado en 20 lanzamientos. Halla el recorrido y la desviación media de las puntuaciones.

PUNTUACIÓN	Nº DE VECES
1	5
2	3
3	2
4	6
5	2
6	2

4. Se ha preguntado a 15 alumnos de 1º de ESO por el número de hermanos que tienen. La información obtenida se ha recogido en esta tabla. Calcula el recorrido y la desviación media de dichos datos.

Nº DE HERMANOS	FRECUENCIAS
0	5
1	6
2	3
3	1

5. La tabla recoge las notas de Matemáticas de 20 estudiantes de 1º de ESO. Halla el recorrido y la desviación media de las notas.

<b>NOTAS</b>	3	4	5	6	7	8	9
<b>Nº DE ALUMNOS</b>	2	3	6	2	5	1	1

6. La siguiente tabla muestra el número de pruebas que suspendieron los alumnos y alumnas de 1º C en la pasada evaluación. Halla el recorrido y la desviación media del número de suspensos.

<b>Nº DE PRUEBAS SUSPENSAS</b>	0	1	2	3	4
<b>Nº DE ALUMNOS</b>	5	6	4	2	2

7. Ocho amigos juegan al baloncesto y cada uno lanza cuatro tiros a canasta. La siguiente tabla muestra el número de aciertos. Halla el recorrido y la desviación media del número de aciertos.

<b>Nº DE ACIERTOS</b>	0	1	2	3	4
<b>FRECUENCIAS</b>	0	1	2	4	1

## UNIDAD DIDÁCTICA 14: ESTADÍSTICA

### **FICHA 8: Cuartiles y diagramas de caja y bigotes.**

Los diagramas de Caja son una presentación visual que describe varias características importantes, al mismo tiempo, tales como la dispersión y simetría.

Para su realización se representan los tres cuartiles y los valores mínimo y máximo de los datos, sobre un rectángulo, alineado horizontal o verticalmente.

Los siguientes datos representan la edad de un colectivo de 20 personas.

36 25 37 24 39 20 36 45 31 31  
39 24 29 23 41 40 33 24 34 40

#### ORDENAMOS LOS DATOS:

Para calcular los parámetros estadístico, lo primero es ordenar la distribución

20 23 24 24 24 25 29 31 31 33 34 36 36 37 39 39 40 40 41 45

#### CÁLCULO DE CUARTILES:

- Q<sub>1</sub>, el Primer Cuartil es el valor mayor que el 25% de los valores de la distribución.

Como  $N = 20$  resulta que  $N/4 = 5$ ; el primer cuartil es la media aritmética de dicho valor y el siguiente:

$$Q_1 = (24 + 25) / 2 = 24,5$$

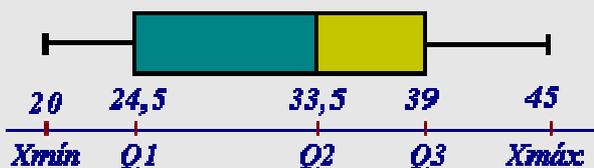
- Q<sub>2</sub>, el Segundo Cuartil es la mediana de la distribución, es el valor de la variable que ocupa el lugar central en un conjunto de datos ordenados.

Como  $N/2 = 10$  ; la mediana es la media aritmética de dicho valor y el siguiente:

$$m_e = Q_2 = (33 + 34) / 2 = 33,5$$

- Q<sub>3</sub>, el Tercer Cuartil, es el valor que sobrepasa al 75% de los valores de la distribución. En nuestro caso, como  $3N / 4 = 15$ , resulta  $Q_3 = (39 + 39) / 2 = 39$

#### DIBUJAR LA CAJA Y LOS BIGOTES:



El *bigote* de la izquierda representa al colectivo de edades (  $X_{\min}$ ,  $Q_1$  )

La primera parte de la caja representa a (  $Q_1$ ,  $Q_2$  )

La segunda parte de la caja representa a (  $Q_2$ ,  $Q_3$  )

El *bigote* de la derecha viene dado por (  $Q_3$ ,  $X_{\max}$  ).

1. Se han anotado los pesos de un grupo de veinte estudiantes inscritos en un curso de dietética. Son los siguientes:

43	54	45	55	57	52	44	53	64	58
54	41	52	43	54	55	55	48	56	60

- a. Calcula la mediana,  $Me$ , y los cuartiles  $Q1$  y  $Q3$  de la distribución.

- b. Elabora un diagrama de caja y bigotes e interprétalo.

2. Calcula la mediana,  $Me$ , y los cuartiles,  $Q1$  y  $Q3$ , de esta distribución:

10	14	3	18	15	5	22	17	8	15
12	17	7	20	13	8	5	14	9	10

Elabora un diagrama de caja y bigotes e interprétalo.

3. En una reunión de padres, el número de hijos es: 1, 3, 1, 1, 2, 3, 2, 2, 1, 5, 2, 4, 1, 1, 1.

- a. Escribe la mediana,  $Me$ , y los cuartiles  $Q1$  y  $Q3$  de la distribución.

- b. Elabora un diagrama de caja y bigotes e interprétalo.

4. Calcula la mediana, Me, y los cuartiles Q1 y Q3 de esta distribución

8	3	9	13	5	16	8	8	19
9	10	22	2	15	16	3	9	7

Elabora un diagrama de caja y bigotes e interprétalo.

5. Un alumno ha obtenido las siguientes notas a lo largo del curso en sus trabajos de Educación Plástica:

3, 5, 4, 3, 5, 8, 6, 6, 5, 7, 6, 5, 6, 6, 10, 8

a. Calcula la mediana, Me, y los cuartiles Q1 y Q3 de la distribución.

b. Elabora un diagrama de caja y bigotes e interprétalo.

6. Calcula la mediana y los cuartiles de la siguiente distribución: 2, 1, 3, 5, 6, 5, 2, 10, 8, 3, 6, 3, 2, 10, 3, 10, 6. Representa los datos en un diagrama de caja.

## UNIDAD DIDÁCTICA 14: ESTADÍSTICA

### FICHA 9: Tablas de doble entrada.

En estadística, las tablas de contingencias se emplean para registrar y analizar la asociación entre dos o más variables, habitualmente de naturaleza cualitativa.

1. En una pecera tenemos 10 peces rojos y 10 grises. En una esquina ponemos un foco de calor que eleva la temperatura de esta zona. Los peces se distribuyen así:

a. Completa la tabla en tu cuaderno.

	CALOR	FRÍO	TOTAL
ROJOS	9		10
GRISES	3		10
TOTAL			20

b. ¿Cuántos peces rojos y cuántos grises permanecen en la parte fría?

c. ¿Qué porcentaje de peces prefiere agua caliente?

d. ¿Qué porcentaje de peces rojos prefiere el agua caliente?

e. De entre los peces que prefieren el agua caliente, ¿qué porcentaje son rojos?

2. En un campamento con 100 chicos y chicas, se les da la opción de piragüismo o equitación: 29 chicos y la tercera parte de las chicas han elegido kayak y 34 chicas prefieren montar a caballo. Representa los datos en una tabla y halla la proporción de chicas que hay entre los que eligieron kayak.

	CAYAC	EQUITACIÓN	TOTAL
CHICAS		34	
CHICOS	29		
TOTAL			100

3. Esta tabla se refiere a los estudiantes de un curso durante el primer trimestre.

	<b>ESTUDIA MENOS DE 2 HORAS DIARIAS</b>	<b>ESTUDIA MÁS DE 2 HORAS DIARIAS</b>	<b>TOTAL</b>
<b>SUSPENDE MÁS DE 2</b>	<b>16</b>	<b>4</b>	
<b>SUSPENDE 0, 1 Ó 2</b>	<b>2</b>	<b>10</b>	
<b>TOTAL</b>			

Completa en tu cuaderno la tabla y responde:

- ¿Cuántos estudiantes hay en total?
- ¿Qué proporción de los estudiantes suspende más de dos asignaturas?
- ¿Qué proporción de los que estudian más de dos horas diarias suspende más de dos asignaturas?
- ¿Qué proporción de los que suspenden más de dos asignaturas estudian más de dos horas diarias?
- Extrae alguna conclusión de los resultados.

4. En una clase con 36 estudiantes se realiza una encuesta con esta pregunta: ¿Qué prefieres, playa o montaña? Los resultados son:

	<b>CHICAS</b>	<b>CHICOS</b>	<b>TOTAL</b>
<b>PLAYA</b>	12	3	15
<b>MONTAÑA</b>	8	13	
<b>TOTAL</b>			36

Completa en tu cuaderno la tabla y responde:

- ¿Qué significa el 3 de la primera fila? ¿Y el 8?
- ¿Qué significa el 15 que hay en el total?
- ¿Qué porcentaje de chicos prefiere montaña?
- Averigua el porcentaje de chicas que prefieren playa.

## **UNIDAD 15: AZAR Y PROBABILIDAD.**

### **FICHA 1: Sucesos aleatorios y sucesos deterministas. Espacio muestral.**

Un **experimento aleatorio** es aquel que, repetido en las mismas circunstancias, puede ofrecer distintos resultados.

Ejemplos: Lanzar un dado al aire, sacar una carta de una baraja, lanzar una moneda, ...

Llamaremos **espacio muestral** asociado a un experimento aleatorio al conjunto formado por todos los resultados posibles del experimento. Se designa por "E"

Ejemplo: Si el experimento aleatorio es "lanzar un dado", su espacio muestral es:

$$E = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

**Suceso aleatorio:** Dado un espacio muestral, E, asociado a un determinado experimento aleatorio, llamaremos suceso a cualquier subconjunto de E.

Ejemplo: En el experimento "lanzar un dado", el suceso "salir par" sería  $P = \{ 2, 4, 6 \}$

**Suceso elemental:** Es todo subconjunto de E formado por un solo elemento.

**Suceso compuesto:** Es cualquier suceso no elemental.

**Suceso imposible:** Es aquel suceso que no se verifica nunca. Se designa por  $\emptyset$ .

**Suceso seguro:** Es el que se verifica siempre. Se designa por E.

1. Escribe dos experimentos deterministas y dos experimentos aleatorios.

2. De los siguientes experimentos, ¿cuáles son aleatorios?

a. En una caja hay cinco bolas amarillas, sacamos una bola y anotamos su color.	
b. Lanzamos una moneda al aire y anotamos si sale cara o cruz.	
c. Al lanzar un dado de seis puntos anotamos todos los resultados menores que cuatro.	
d. Al lanzar un dado de seis puntos anotamos todos los resultados mayores que ocho.	

3. Indica cuáles de los siguientes experimentos son aleatorios y en caso afirmativo halla su espacio muestral:
- a. Extraer una carta de una baraja española y anotar el palo.
  - b. Pesar un litro de aceite.
  - c. Medir la hipotenusa de un triángulo rectángulo conocidos los catetos.
  - d. Averiguar el resultado de un partido de fútbol antes de que se juegue.
  - e. Sacar una bola de una bolsa con 4 bolas rojas.
  - f. Sacar una bola de una bolsa con 1 bola roja, 1 verde, 1 azul y 1 blanca.
  - g. Lanzar al aire una moneda y observar el tiempo que tarda en llegar al suelo.
4. En una bolsa hay 10 bolas numeradas del 1 al 10. Sacamos una bola y anotamos su número. Escribe el espacio muestral y los elementos de los siguientes sucesos:
- a. “Obtener un número par”.
  - b. “Obtener un número par y menor que 6”.
  - c. “Obtener un número par o menor que 6”.
5. Lanzamos un dado y anotamos la puntuación obtenida. Escribe el espacio muestral y los elementos de los siguientes sucesos:
- a. “Obtener un número par”.
  - b. “Obtener un número par y mayor que 4”.
  - c. “Obtener un número impar o menor que 4”.

- 6.** Extraemos una carta de una baraja española y anotamos qué sale. Escribe el espacio muestral y los elementos de los siguientes sucesos:
- a.** “Obtener bastos”.
  - b.** “Obtener rey o as”.
  - c.** “Obtener as y copas”.
- 7.** Se lanza un dado cúbico y se anota la cara que queda arriba:
- a.** Escribe el espacio muestral.
  - b.** Escribe dos sucesos elementales.
  - c.** Escribe dos sucesos compuestos.
  - d.** Escribe un suceso seguro.
  - e.** Escribe un suceso imposible.
- 8.** En una urna hay bolas numeradas del 1 al 7, se extrae una bola. Describe los siguientes sucesos:
- a.** Obtener un múltiplo de 4.
  - b.** Obtener un número menor o igual a 3.
  - c.** Obtener un divisor de 6.

## **UNIDAD 15: AZAR Y PROBABILIDAD**

### **FICHA 2: Probabilidades mediante la regla de Laplace.**

**La Regla de Laplace define la probabilidad de un suceso como el cociente entre casos favorables y casos posibles.**

$$P(A) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$$

**Ejemplos: Probabilidad de que al lanzar un dado salga el número 2.**

**El caso favorable es tan sólo uno (que salga el dos), mientras que los casos posibles son seis (puede salir cualquier número del uno al seis).**

**Por lo tanto:** 
$$P(A) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{1}{6} = 1'6666\dots$$

- 1.** Una urna contiene 12 bolas amarillas, 15 verdes y 23 azules. Calcula la probabilidad de que al extraer una bola al azar:
  - a.** Sea de color amarillo.
  - b.** Sea de color amarillo o verde.
  - c.** No sea de color amarillo.
  
- 2.** En una clase del instituto hay 12 chicos morenos, 8 rubios, 4 castaños y 1 pelirrojo. El profesor saca a la pizarra a uno de ellos de forma aleatoria.
  - a.** ¿Cuál es la probabilidad de que sea rubio?
  - b.** ¿Cuál es la probabilidad de que no sea rubio?

3. Si una caja contiene bolas numeradas desde 1 hasta 10, ¿cuál es la probabilidad de que al sacar una bola, ésta sea par?

4. En un campamento hay 32 alumnos europeos, 13 americanos, 15 africanos y 23 asiáticos. Se elige al azar un alumno para que sea el portavoz. ¿Qué probabilidad hay de que sea europeo?

5. Se tiene una baraja de cartas española. Realizamos el experimento de sacar una carta. Calcula las siguientes probabilidades:

<b>a.</b> Sacar oros	<b>b.</b> Sacar un 5
<b>c.</b> Sacar una figura	<b>d.</b> Sacar bastos

6. Halla la probabilidad de los siguientes sucesos asociados a extraer una carta de una baraja española:

<b>a.</b> Que sea un as	<b>b.</b> Que sea una espada.
<b>c.</b> Que sea un número mayor que 7.	<b>d.</b> Que sea la sota de copas

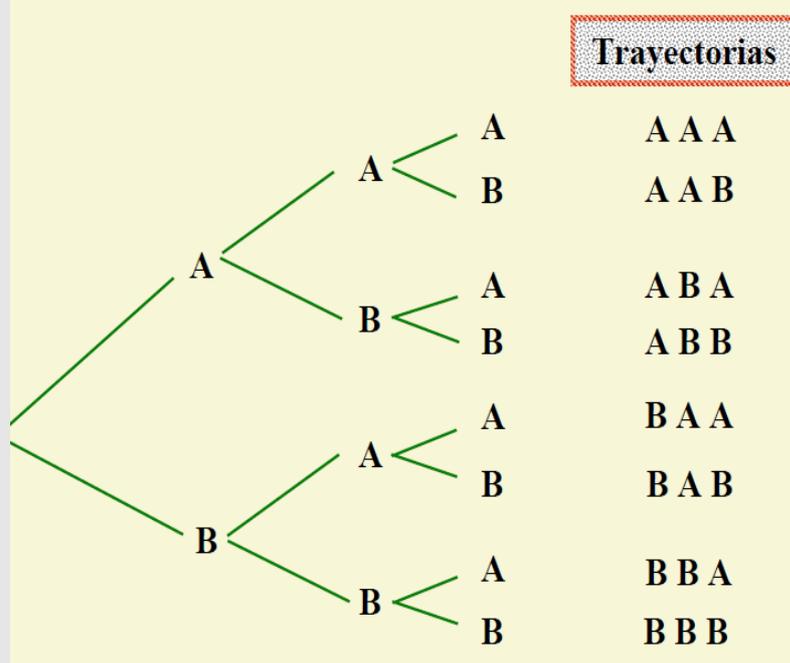
7. Se lanzan dos monedas al aire. Determina la probabilidad de obtener:
- Exactamente dos caras.
  - Al menos una cruz.
8. Se lanzan al aire dos dados de seis caras numeradas del 1 al 6 y se suman los puntos obtenidos.
- ¿Qué suma de puntuaciones tiene mayor probabilidad?
  - La probabilidad de que la suma sea 3.
  - La probabilidad de que la suma sea 7.
  - La probabilidad de que la suma sea superior a 10.
  - La probabilidad de que la suma sea 4 o 5.
9. Se tienen ocho cartas numeradas del 1 al 8. Realizamos el experimento aleatorio que consiste en sacar una carta. Calcula las siguientes probabilidades:
- Obtener número par
  - Obtener múltiplo de 3
  - Obtener número mayor que 4
10. Se saca una carta de una baraja española de 40 cartas. Mediante la regla de Laplace, halla la probabilidad de obtener:
- Un rey
  - Una carta que no sea de copas
  - Oros
  - Una figura de bastos
  - Un 4 o un 6
  - Una carta que no sea figura
  - El rey de oros
  - Una carta menor que 5

## UNIDAD 15: AZAR Y PROBABILIDAD

### FICHA 3: Probabilidades utilizando el diagrama de árbol.

El diagrama en árbol es un método para obtener los resultados posibles de un experimento cuando éste se produce en unas pocas etapas.

Cada paso del experimento se representa como una ramificación del árbol.



1. Lanzamos simultáneamente una moneda y un dado de seis caras numeradas del 1 al 6.

a. Haz un diagrama de árbol.

b. Escribe el espacio muestral.

c. Halla la probabilidad de sacar cara y número par.

2. En una bolsa hay tres bolas, una roja, una verde y una azul. En otra bolsa hay dos bolas, una blanca y una roja. Saco una bola de cada bolsa. Ayúdame de un diagrama de árbol para contestar a las siguientes preguntas:

- a. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una bola verde y una blanca?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que solo una de las dos bolas sea roja?
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las dos bolas sea roja?
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que no salga la bola azul?

3. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar cuatro veces una moneda salgan 2 caras (C) y 2 cruces (X)?.

- A) 35%                      B) 40%                      C) 37,5%                      D) 50%

Construye un diagrama de árbol para justificar tu decisión

**MONEDA 1**                      **MONEDA 2**                      **MONEDA 3**                      **MONEDA 4**

$$P(2C \text{ y } 2X) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \dots =$$

4. Un matrimonio desea tener 3 hijos. ¿Cuál es la probabilidad de que el mayor sea hombre (H) y el menor sea mujer (M)? Construye un diagrama de árbol que te ayude a justificar la respuesta.

A) 0'30

B) 0'25

C) 0'35

D) 0'45

**HIJO MAYOR**

**HIJO MEDIANO**

**HIJO MENOR**

$$P(\text{Mayor(H) y Menor(M)}) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \text{---} =$$

5. En una clase hay 17 chicos y 18 chicas. Elegimos al azar dos alumnos de esa clase. Calcula la probabilidad de que:

a. Los dos sean chicos.

b. Sean dos chicas.

c. Sean un chico y una chica.

6. En una bolsa hay 4 bolas azules y 3 rojas. Se extraen dos bolas de esta bolsa. Realiza un diagrama de árbol que identifique el experimento. Calcula la probabilidad de que ambas sean del mismo color.

## UNIDAD 15: AZAR Y PROBABILIDAD

### FICHA 4: Probabilidades utilizando tablas de contingencia

Las tablas de contingencia es una tabla de doble entrada que estudia relaciones entre dos variables cualitativas.

Las tablas de contingencia tienen dos objetivos fundamentales:

- 1) Organizar la información contenida en un experimento cuando está referida a dos variables cualitativas.
- 2) A partir de la tabla de contingencia se puede además analizar si existe alguna relación de dependencia o independencia entre los niveles de las variables cualitativas objeto de estudio.

Ejemplo: Los 1000 socios de un club deportivo se distribuyen de la forma que se indica en la tabla.

	HOMBRES	MUJERES	TOTAL
JUEGAN AL BALONCESTO	147	135	282
NO JUEGAN AL BALONCESTO	368	350	718
TOTAL	515	485	1000

Si se elige una persona al azar, calcula la probabilidad de que:

a) Sea una mujer:  $P(\text{Mujer}) = \frac{485}{1000} = 0'485$

b) Juegue al baloncesto:  $P(\text{Juegue baloncesto}) = \frac{282}{1000} = 0'282$

c) Sea una mujer que practique baloncesto:  $P(\text{Mujer que juega baloncesto}) = \frac{135}{1000} = 0'135$

1. A una reunión asisten 20 hombres y 40 mujeres. La mitad de los hombres y la cuarta parte de las mujeres tienen 40 años o más. Completa la tabla:

	< 40	40 o más	TOTAL
HOMBRE			
MUJER			
TOTAL			

Elegida una persona al azar calcula la probabilidad de que sea:

a. Hombre  $\rightarrow P("H") =$

b. Mayor de 40 años  $\rightarrow P("> 40") =$

c. Mujer menor de 40 años  $\rightarrow P("M" \cap "< 40") =$

2. La siguiente tabla representa la participación en actividades extraescolares de los alumnos de un Instituto de Arévalo..

	<b>Cultural</b>	<b>Deportiva</b>	<b>Ninguna</b>	<b>Total</b>
<b>1º</b>	12	36	72	<b>120</b>
<b>2º</b>	15	40	45	<b>100</b>
<b>3º</b>	21	44	35	<b>100</b>
<b>4º</b>	24	40	16	<b>80</b>
<b>Total</b>	<b>72</b>	<b>160</b>	<b>168</b>	<b>400</b>

Explica el significado de las casillas sombreadas:

- a. **72** = Número de alumnos de 1º de ESO que no participan en ninguna actividad extraescolar.
- b. **21** =
- c. **40** =
- d. **72** =
- e. **160** =
- f. **80** =
- g. **400** =

3. Los docentes de un centro escolar se distribuyen del siguiente modo:

	<b>HOMBRES</b>	<b>MUJERES</b>	<b>TOTAL</b>
<b>45 años o menos</b>	14	6	
<b>Más de 45 años</b>	21	9	
<b>TOTAL</b>			

Elegimos al azar un profesor de ese centro escolar. Calcula la probabilidad de que:

- a. Sea hombre
- b. Sea mujer mayor de 45 años
- c. Siendo hombre, tenga más de 45 años

4. En una empresa de 200 empleados se está analizando el tema de la puntualidad en el trabajo. La siguiente tabla refleja los resultados obtenidos. Completa la tabla.

	<b>HOMBRES</b>	<b>MUJERES</b>	<b>TOTAL</b>
<b>PUNTUALES</b>	55	86	
<b>IMPUNTUALES</b>	40	19	
<b>TOTAL</b>			

Se elige al azar a uno de los empleados. Calcula la probabilidad de que:

- a. Sea hombre
- b. Sea puntual
- c. Sea hombre puntual

5. La siguiente tabla refleja el gusto o no por la lectura de un grupo de estudiantes de 2° de ESO. Completa la tabla:

	<b>CHICOS</b>	<b>CHICAS</b>	<b>TOTAL</b>
<b>GUSTA LEER</b>	58	36	
<b>NO GUSTA LEER</b>	28	28	
<b>TOTAL</b>			

Escogemos al azar a uno de esos estudiantes. Calcula la probabilidad de que:

- a. Sea chica
- b. No le guste la lectura
- c. Sea chica que le guste leer

6. He preguntado a los compañeros y compañeras de mi clase por sus mascotas, con sus respuestas he construido la siguiente tabla:

	<b>CHICOS</b>	<b>CHICAS</b>	<b>TOTAL</b>
<b>PERRO</b>	8	5	
<b>GATO</b>	2	1	
<b>NO MASCOTA</b>	6	8	
<b>TOTAL</b>			

Elegimos al azar un estudiante de mi clase. Calcula la probabilidad de que:

- a. Sea chica
- b. No tenga mascota
- c. Siendo chico, tenga gato

7. Sabemos que en un grupo de 2º ESO hay 17 chicas (M) y 13 chicos (H) siendo 3 chicas y 4 chicos zurdos (Z). Completa la tabla:

	<b>ZURDOS (Z)</b>	<b>DIESTROS (D)</b>	<b>TOTAL</b>
<b>CHICOS (H)</b>			
<b>CHICAS (M)</b>			
<b>TOTAL</b>			

Elegimos al azar un estudiante de mi clase. Calcula la probabilidad de que:

- a. Sea zurdo
- b. No sea un chico diestro
- c. Siendo chico, sea zurdo