

EL JUEGO Y SUS ESTRATEGIAS

El juego ha dejado a lo largo de la historia abundantes testimonios arqueológicos y literarios con los que puede situarse, cronológicamente y socialmente, la actuación lúdica del hombre.

En el Oriente Próximo existieron algunos juegos de azar que se practicaban con dados y fichas sobre un tablero como el actual de ajedrez. En Egipto y Mesopotamia se utilizaban, además, unos tableros de mármol sobre los que había una serie de hileras perforadas en las que se fijaban peones de hueso.

Los juegos de azar también existieron en Roma desde muy antiguo. Estos juegos fueron proscritos durante el período republicano y también por varios emperadores, quienes dictaron norma encaminadas a acabar con las apuestas en metálico o en bienes, aunque alguno de ellos, como Augusto y Claudio, fueron muy aficionados a los juegos de envite.

Entre los juegos de pasatiempo practicados en Roma figuraban el de *la taba*, *los dados*, *el duodecim scriptores*, que era un juego parecido a nuestras damas, y el *ludus latruncularum*, que se desarrollaba en un tablero cuadrado cruzado por dos líneas diagonales, una horizontal y otra vertical que se cortaban en su centro.

En Occidente siguieron en vigor algunos juegos de azar, en particular el de los dados, para cuya enseñanza existieron escuelas especiales, como la *scholae deciorum*, pero fue en el medievo cuando surgió un verdadero interés por recopilar y reglamentar los juegos y pasatiempos hasta entonces conocidos. De esta época (1283) data el *Libro de ajedrez, dados e tablas*, debido a Alfonso X el Sabio.

También en el siglo XIV, la nobleza y el pueblo llano mostraron un gran interés por los juegos de cartas, quizá debido a que éstas tienen una ilimitada posibilidad de combinaciones que posibilitaron la invención de

EL JUEGO COMO MOTIVACIÓN EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

muy diversas reglas de juego, como *el bridge, la canasta, el mus, el póquer, el tute*, etc.

A partir de la baja Edad Media, los naipes sirvieron también para efectuar juegos adivinatorios, cuyo prototipo lo constituye *el tarot*.

Como ves, los juegos de azar han perdurado a través del tiempo hasta llegar a nuestros días, tanto aquellos que se sirven de la baraja, como algunos en los que el envite se realiza sobre el resultado de una prueba deportiva, como las apuestas en *el juego de la pelota, las carreras de caballos, las quinielas*, etc., o aquellos que se basan en una combinación de números, como *la lotería, la ruleta o las máquinas tragaperras*.

Así, un fenómeno moderno es la aparición de los casinos, en los que se practican diversas modalidades de juegos de azar, mientras que, por otra parte, los juegos familiares siguen la tradición de los juegos de dados, como *la oca o el parchís*.

Hoy día definimos el juego como cualquier actividad que se realiza con el fin de divertirse, generalmente siguiendo determinadas reglas. Por eso, cuando nos enfrentamos por primera vez a un juego, lo primero que debemos hacer es entender sus reglas, y para ello es conveniente realizar siempre unas primeras partidas de entrenamiento.

Si piensas en juegos que tú conoces, como *las tres en raya*, verás que, en muchos de ellos, el jugador que empieza o, a veces, el segundo en jugar, si juega correctamente, gana siempre haga lo que haga su adversario. Este tipo de juegos se dice que tienen **estrategia ganadora**.

Hay otros juegos, como los de cartas, en los que al intervenir el azar no tienen estrategia ganadora, o aquellos, como el ajedrez, en los cuales el número de posibles jugadas es tan grande que no se sabe realmente si hay una estrategia ganadora.

EL JUEGO COMO MOTIVACIÓN EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

Por tanto, una vez que te hayas familiarizado con las reglas del juego, debes tratar de encontrar, si existe, la estrategia ganadora. Para ello puedes hacer uso de alguna estrategia de resolución de problemas, como *reducir el juego a casos más sencillos, estudiar el árbol de posibles movimientos, suponer el juego terminado y razonar hacia atrás, hallar por inducción la solución, aprovechar la simetría del juego, buscar juegos parecidos a aquellos cuya estrategia ganadora conozcas*, etc.

EL JUEGO DE "CADA UNO SUMA LO QUE DICE EL OTRO"

Este es un juego para dos jugadores. El objetivo es llegar mediante sumas alternativas entre los dos jugadores a un número prefijado.

EL JUEGO DEL 23

El primer jugador elige un número del uno al tres y lo escribe en un papel, el segundo también elige un número del uno al tres, lo suma al escogido por el primer jugador y escribe el resultado. Nuevamente, el primer jugador deberá sumar a este resultado otro número del uno al tres y escribir el resultado.

El juego continúa de forma alternativa, de modo que gana el jugador que obtenga como resultado el número 23.

¿Qué estrategia nos permitirá ganar siempre este juego?

- a) Puedes jugar con tu compañero varias partidas y apuntar los resultados en las tablas.
- b) Analiza los resultados anotados, sobre todo, los del ganador.
- c) Intenta algunos casos sencillos
- d) Sé sistemático: no juegues al azar. ¿Hay elecciones buenas y malas?. ¿Por qué?
- e) Observa pautas: ¿Hay posiciones desde las que puedas ganar siempre?. ¿Hay otras posiciones desde las que puedas llegar siempre a estas posiciones ganadoras?
- f) Busca una regla. Escribe una descripción de cómo ganar siempre la partida.
- g) Comprueba tu regla.
- h) Modificamos el juego y ahora el primero que llegue a 23 o se pase, pierde, ¿cuál será la estrategia ganadora?

EL JUEGO COMO MOTIVACIÓN EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

Vamos a intentar generalizar este resultado buscando las estrategias de juegos muy similares.

EL JUEGO DEL 31

El primer jugador elige un número del uno al cinco. El segundo también elige un número del uno al cinco y lo suma al escogido por el primer jugador. Nuevamente, el primer jugador deberá sumar a este resultado otro número del uno al cinco.

El juego continúa de forma alternativa, de modo que gana el jugador que obtenga como resultado el número 31.

EL JUEGO DE "LLEGAR A 100"

Los jugadores eligen por turnos un número entre 1 y 10, y lo suman a los números elegidos anteriormente.

El primer jugador que consigue sumar exactamente 100 es el ganador.

¿Puedes ya establecer, de manera general, la estrategia ganadora para estos juegos?.

Te propongo ahora una alternativa un poco diferente.

LA META ES NOCHEVIEJA

Observa un calendario y trata de llegar, jugando con tu compañero, al 31 de diciembre. Para llegar a esta fecha, el jugador que comienza el juego debe decir una fecha del mes de enero. El otro dirá una fecha posterior, modificando bien el día, bien el mes, pero no ambas cosas. El juego continuará alternativamente hasta que uno de los jugadores logre decir 31 de diciembre. Este jugador ganará la partida.

Observa que no todos los meses tienen los mismos días y, por tanto, no está permitido decir, por ejemplo, 30 de febrero o 31 de noviembre.

EL JUEGO COMO MOTIVACIÓN EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

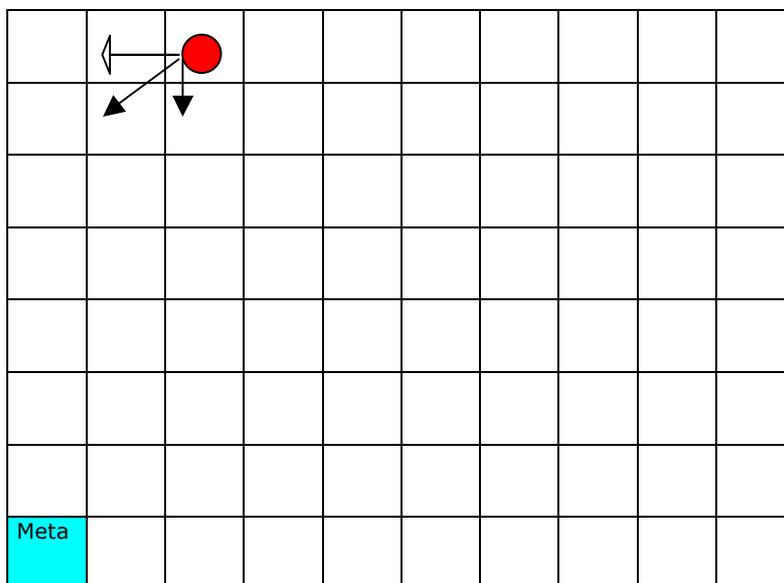
Después de realizar varias partidas, trata de descubrir si alguno de los jugadores tiene ventaja y si existe alguna estrategia ganadora.

TABLAS DE RESULTADOS

Primer jugador	Segundo jugador	Resultado

Primer jugador	Segundo jugador	Resultado

EL PRIMERO EN LLEGAR A CASA



Se trata de un juego para dos jugadores.

Como tablero de juego, necesitaréis una gran red como la de arriba.

Se coloca una ficha en un cuadrado cualquiera de la red. Por turnos, se mueve la ficha un número cualquiera de cuadrados en dirección oeste, sur o sudoeste (como se muestra con las flechas)

El primer jugador que llega al cuadrado marcado META es el ganador

Intenta algunos casos sencillos, por ejemplo un tablero más pequeño.

Sé sistemático: no juegues al azar.

Observa pautas: ¿Hay posiciones a partir de las cuales puedas llegar siempre a la meta?

Utiliza una notación adecuada: Por ejemplo numera las filas y las columnas desde la meta.

Busca una regla. Escribe una descripción de cómo ganar siempre la partida. *Comprueba tu regla.*

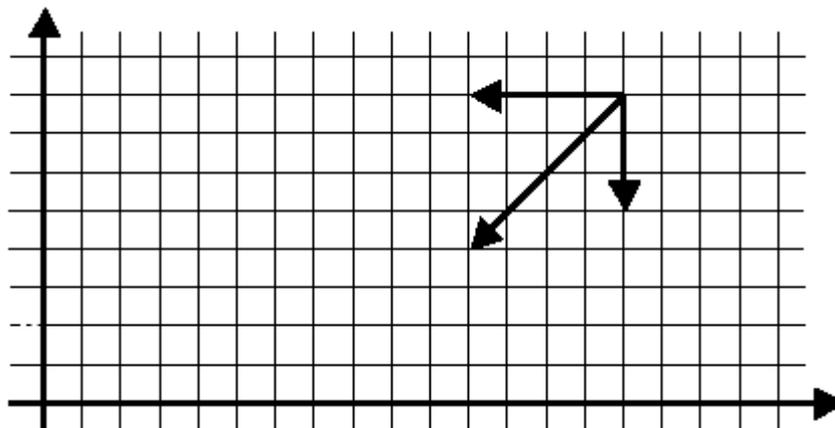
EL JUEGO COMO MOTIVACIÓN EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

EL DORNIM

Sobre un cuadrante, los jugadores se pueden desplazar, cada uno en su turno desde un punto de coordenadas enteras positivas a otro, con un desplazamiento vertical, horizontal o en diagonal, como señala el dibujo.

Se puede comenzar en cualquier punto.

El jugador que llega al origen gana.



TABLAS DE RESULTADOS

META									

EL JUEGO COMO MOTIVACIÓN EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

FICHAS AL ENCUENTRO

Una ficha se coloca en cada extremo de una fila de 20 cuadrados.

Los jugadores, por turno, mueven su ficha en la dirección de la otra, avanzando uno o dos cuadrados. Una ficha no puede saltar sobre la otra.

El jugador que no puede moverse pierde.



Intenta algunos casos sencillos, por ejemplo una fila con menos cuadros.

Sé sistemático: no juegues al azar.

Observa pautas: ¿Hay posiciones a partir de las cuales puedas ganar siempre?.

Busca una regla. Escribe una descripción de cómo ganar siempre la partida.

Comprueba tu regla.

Generaliza tu regla para cualquier fila de cuadros.

EL SOLITARIO DEL "SALTO DE LA RANA"

Tenemos 3 fichas blancas y tres negras, colocadas según la figura.

Se trata de conseguir pasar las fichas blancas al lugar donde están las negras y viceversa, siguiendo estas normas:

Ⓡ Ⓡ Ⓡ _ Ⓢ Ⓢ Ⓢ

- Las fichas nunca pueden retroceder.
- Una ficha de un color puede saltar por encima de una del otro color si ambas están juntas (entre ellas no hay ninguna casilla libre) y a continuación hay un sitio libre. Por ejemplo, Ⓡ puede saltar sobre Ⓢ en la situación siguiente:

Ⓡ Ⓢ _

- Una ficha no puede saltar por encima de dos, o más, (de cualquier color) que estén juntas.
- Las fichas de un color no pueden saltar sobre otras de su mismo color, sólo lo pueden hacer sobre las del color contrario.

Con estas reglas de juego, ¿es posible conseguir la meta deseada? ¿Cuál es la estrategia para conseguirlo? ¿En cuántos movimientos? ¿Cuántos movimientos se necesitarán para n fichas blancas y n negras?

UN PROBLEMA

Un pastor se encuentra en la orilla de un río con una oveja, un lobo y una col. Para pasar a la otra orilla dispone de una barca muy pequeña en la que no puede cruzar más que acompañado como máximo por uno de los tres. Sabiendo además, que si en un momento dado dejara solos al lobo y a la oveja éste se la comería y del mismo modo, si las dejara solas, la oveja se comería a la col. ¿Cómo se las ingeniará el pastor para pasar a la otra orilla a la oveja, al lobo y a la col?

UNA VARIANTE

Colocamos ahora las fichas de la siguiente forma:

R C R C R C

Permutando fichas consecutivas hay que clasificarlas en dos grupos, con todas las fichas blancas a un lado y todas las negras a otro:

R R R C C C

¿Cuál es el menor número de movimientos necesarios para hacerlo?

¿Cuántos movimientos se necesitarán para n fichas blancas y n negras?

¿Qué ocurre cuando hay fichas rojas, azules y verdes colocadas:
RAVRAV.....RAV?

¿Qué ocurre con 4 colores?

¿Qué ocurre con m colores?

Inventa e investiga tu propia colocación de las fichas. Escribe sobre tus hallazgos.

TABLAS DE RESULTADOS "EL SOLITARIO DEL SALTO DE LA RANA"

Número de fichas	Desplazamientos	Saltos	Movimientos (D + S)
1			
2			
3			
4			
.			
.			
n			

VARIANTE

Número de fichas	Suma de los intercambios de cada ficha
2	
3	
4	
5	
.	
.	
n	

EL JUEGO COMO MOTIVACIÓN EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

o

LA CAZA CARTESIANA

Es un juego para dos jugadores.

Se necesita una cuadrícula como la que se presenta a continuación y un lápiz para señalar las casillas.

Las reglas del juego son las siguientes:

- El jugador que empieza marca una cualquiera de las casillas de la fila de arriba.
- El otro jugador señala una casilla a la derecha, a la izquierda o abajo (nunca en diagonal) de la marca hecha por el primer jugador.
- A continuación hace lo mismo el primer jugador y siguen jugado por turno.
- Nunca se puede marcar un una casilla dos veces.
- El jugador que entre primero a la meta gana.

¿Lleva ventaja alguno de los jugadores?

¿Cómo debe jugar para ganar siempre?

Generalizaciones

¿Qué pasaría si el tablero fuese 7 X 7?

META				

LA CAZA CARTESIANA

Solución

Está claro que el jugador que se coloque en la cuarta fila pierde. El otro jugador puede obligarle colocándose en las casillas de los extremos o central de la tercera fila.

Dicho jugador se asegura esas posiciones colocándose en las casillas segunda y cuarta de la segunda fila y a su vez se asegura estas en las posiciones extremas o central de la primera fila. Por lo tanto, lleva ventaja el jugador que empieza si se sitúa en las casillas extremas o central de la primera fila.

Generalizaciones

¿Qué pasaría si el tablero fuese 7 X 7?

Se resuelve de la misma manera. También se fuese cuadrado con un número impar cualquiera de casillas.

META				

EL JUEGO COMO MOTIVACIÓN EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

META						

META			

PERSECUCIÓN CARTESIANA

Es un juego para dos jugadores.

Se juega sobre el tablero que se presenta a continuación. El primer jugador hace una marca en la casilla de salida.

En su turno cada jugador puede hacer una marca en una casilla situada

- Directamente encima.
- Directamente a la derecha.
- En diagonal (encima y a la derecha).

de la última marca hecha por su oponente.

Gana el primer jugador que consiga llegar a la meta.

¿Lleva ventaja alguno de los jugadores? ¿Cómo debe jugar para ganar siempre?

Solución

X		X		Meta
X		X		X
X		X		X
Salida				

podemos señalar las casillas por las que se accede a la meta comenzando por las más próximas. Por lo tanto, el jugador que empieza gana si se coloca en las casillas señaladas.

Generalizaciones

¿Qué pasaría si el tablero tuviese otras dimensiones?

Se puede resolver este nuevo problema de la misma forma que acabamos de hacer. Por supuesto no siempre lleva ventaja el primero; ello sólo ocurre cuando el tablero tiene un número impar de casillas.

JUGANDO CON FÓSFOROS

Es un juego para dos jugadores.

Sobre una mesa hay dos montones de fósforos con cinco fósforos cada uno. Cada jugador, por turno, puede coger un fósforo de un montón o un fósforo de cada montón. Pierde el que coge el último fósforo.

¿Tiene ventaja alguno de los jugadores? Si es así, ¿cómo debe jugar para ganar siempre?

Solución

La primera idea para anotar las jugadas es usar pares que representan los fósforos que quedan en cada montón y un diagrama en árbol en el que van apareciendo las jugadas que se pueden ir haciendo. Pero hay otra forma de representar el problema usando una tabla en la que se indican las posiciones ganadoras y perdedoras. Esta idea surge de relacionar este juego con "Persecución Cartesiana" pues las reglas son equivalentes, así como la situación de la partida: quitar un fósforo de un montón equivale a colocarse directamente arriba o directamente a la derecha de la posición del otro jugador; coger un fósforo de cada montón equivale a colocarse en diagonal respecto a la posición del otro jugador; la posición de partida es equivalente a tener cinco fósforos en cada montón; el jugador que llega a la casilla superior derecha pierde.

Tenemos entonces la siguiente distribución de posiciones ganadoras en un cuadro 6 x 6, pues ahora hay que considerar también que no quede ninguna cerilla en uno de los montones:

EL JUEGO COMO MOTIVACIÓN EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

5	4	3	2	1	0	
X (5,0)		X (3,0)		X (1,0)		0
					X (0,1)	1
	X (4,2)		X (2,2)			2
					X (0,3)	3
	X (4,4)		X (2,4)			4
X (5,5)					X (0,5)	5

por tanto, las posiciones en los que hay que dejar los montones al contrario para poder ganar son:

$\{4, 4\}$; $\{4, 2\}$; $\{2, 2\}$; $\{5, 0\}$; $\{3, 0\}$; $\{1, 0\}$.

Por tanto, lleva ventaja el primer jugador, que debe empezar cogiendo un fósforo de cada montón y continuar dejando siempre al contrario en algunas de las posiciones indicadas anteriormente.

Generalizaciones

¿Qué pasaría si tuviéramos dos montones con un número diferente de fósforos? Se resuelve de la misma manera utilizando un rectángulo con un número de casillas en cada lado una unidad mayor que el número de fósforos de cada montón.

¿Qué pasaría si ganase el jugador que coge el último fósforo?

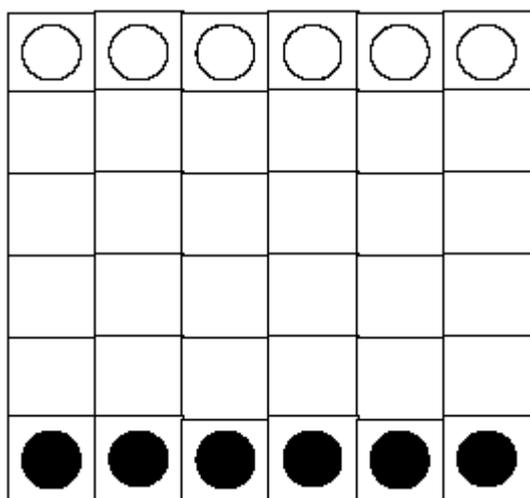
En este caso procedemos como antes, sabiendo que el que llegue a la casilla $(0, 0)$ gana, por tanto, las casillas $(0, 1)$, $(1, 0)$, y $(1, 1)$ son perdedoras.

Retrocediendo hacia las casillas iniciales se tiene cuáles son las posiciones ganadoras.

CONTRA LA PARED

Cada jugador coloca las fichas de su color en la última fila del tablero. Los jugadores, por turnos, mueven una de sus fichas hacia arriba o hacia abajo, un número cualquiera de casillas.

No está permitido saltar por encima de otra ficha. El objetivo es acorralar al otro jugador contra la pared, de forma que no pueda mover sus fichas.



CONTRA LA PARED. Solución

La estrategia ganadora sería:

En los primeros movimientos acorralar el mayor número de fichas contra la pared, que en el peor de los casos lo haríamos con tres fichas.

Una vez hecho esto con el resto de las fichas empezariamos a retroceder. El que comienza a retroceder primero PIERDE y esto dependerá de la paridad del número de columnas. Si el número de columnas es PAR pierde el primer jugador, como es el caso, si el número de columnas es IMPAR gana el primer jugador.
