

PREMIO EXTRAORDINARIO DE BACHILLERATO 2022-2023

PRUEBA DE MATEMÁTICAS II

Criterios generales de calificación:

Se valorará el uso de vocabulario adecuado y la correcta descripción científica. En la calificación se tendrá en cuenta la redacción, la corrección ortográfica, el orden y la limpieza en la presentación.

Criterios de calificación específicos de la materia:

1. El alumno/a detallará las operaciones y razonamientos que no sean evidentes o triviales. La solución sin el proceso de obtención de la misma no tiene ningún valor.
2. Es necesario utilizar la notación y el lenguaje matemático adecuados. Este tipo de errores reiterados se penalizarán hasta el 20% de la puntuación del apartado o problema correspondiente.
3. En razonamientos correctos, los errores de cálculo se penalizarán hasta el 40% del apartado correspondiente.
4. Los errores en un apartado de un problema no suponen penalización en apartados siguientes del mismo problema si el razonamiento es correcto. Puntuándose cada uno de estos apartados de modo independiente y a partir de los resultados obtenidos por el alumno en el apartado anterior, aunque éstos no fuesen los correctos.

Puntuación asignada por ejercicios y apartados:

- Ejercicio nº 1: Hasta 2.5 puntos (0.5, 0.75, 0.5 y 0.75 puntos cada apartado respectivo).
 - Ejercicio nº 2: Hasta 2.5 puntos (1, 0.75 y 0.75 puntos cada apartado respectivo).
 - Ejercicio nº 3: Hasta 2 puntos (0.5, 0.75 y 0.75 puntos cada apartado respectivo).
 - Ejercicio nº 4: Hasta 2 puntos.
 - Ejercicio nº 5: Hasta 1 punto.
- La puntuación total será la suma de las puntuaciones obtenidas en cada problema.

Especificaciones para la realización del ejercicio:

- Se puede utilizar calculadora, no gráfica ni programable.
- Los resultados se dejarán expresados de forma exacta, siempre que sea posible.
- Se adjunta la tabla de la distribución $N(0, 1)$.

EJERCICIO Nº 1 (2,5 puntos)

Sea n un número natural y sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ n & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} n^2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- Halla $C \cdot C^t$, siendo C^t la matriz traspuesta de la matriz C . (0,5 puntos)
- Halla las sucesivas potencias de A y obtén A^n , siendo n el número natural inicial. (0,75 puntos)
- Halla la matriz inversa de A^n . (0,5 puntos)
- Resuelve la ecuación matricial $X \cdot A^n = C \cdot C^t$. (0,75 puntos)

EJERCICIO Nº 2 (2,5 puntos)

Sean la recta $r \equiv \frac{x-5}{-2} = y = \frac{z-6}{a}$ y el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 2 = 0$.

- Estudia la posición relativa de r y π según los valores del parámetro a . (1 punto)
- Para $a = -3$, halla el plano que contiene a r y es perpendicular a π . (0,75 puntos)
- Para $a = -3$, halla el plano que contiene a r y es paralelo a π . (0,75 puntos)

EJERCICIO Nº 3 (2 puntos)

Sea la función $f(x) = x - \sqrt{x}$.

- Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en $x = 1$ y estudia si dicha recta corta a $f(x)$ en algún otro punto. (0,5 puntos)
- Estudia el signo, el crecimiento y decrecimiento y halla los extremos relativos de $f(x)$. (0,75 puntos)
- Esboza el recinto limitado por la gráfica de $f(x)$, la recta tangente en $x = 1$ y el eje de ordenadas; y calcula su área. (0,75 puntos)

EJERCICIO Nº 4 (2 puntos)

Halla la función racional de la forma $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ tal que tiene dos asíntotas de ecuaciones $x = 2$ e $y = 3x + 1$; y que tiene tangente horizontal para $x = 1$.

EJERCICIO Nº 5 (1 punto)

Una urna contiene 4 bolas rojas y 2 blancas. Se saca una bola al azar de la urna, la cual se descarta y se colocan 3 bolas del otro color en la urna. Luego se saca de la urna una segunda bola. Determina la probabilidad de que ambas bolas hayan salido de distinto color.

