

PREMIO EXTRAORDINARIO DE BACHILLERATO 2021-2022

PRUEBA DE MATEMÁTICAS II

Criterios generales de calificación:

Se valorará el uso de vocabulario adecuado y la correcta descripción científica. En la calificación se tendrá en cuenta la redacción, la corrección ortográfica, el orden y la limpieza en la presentación.

Criterios de calificación específicos de la materia:

1. El alumno/a detallará las operaciones y razonamientos que no sean evidentes o triviales. La solución sin el proceso de obtención de la misma no tiene ningún valor.
2. Es necesario utilizar la notación y el lenguaje matemático adecuados. Este tipo de errores reiterados se penalizarán hasta el 20% de la puntuación del apartado o problema correspondiente.
3. En razonamientos correctos, los errores de cálculo se penalizarán hasta el 40% del apartado correspondiente.
4. Los errores en un apartado de un problema no suponen penalización en apartados siguientes del mismo problema si el razonamiento es correcto. Puntuándose cada uno de estos apartados de modo independiente y a partir de los resultados obtenidos por el alumno en el apartado anterior, aunque éstos no fuesen los correctos.

Puntuación asignada por ejercicios y apartados:

- Ejercicio nº 1: Hasta 2 puntos (1 punto cada apartado).
 - Ejercicio nº 2: Hasta 2 puntos (0.5, 0.5 y 1 puntos cada apartado respectivo).
 - Ejercicio nº 3: Hasta 5 puntos (1.5, 0.5, 1.5, 0.5 y 1 puntos cada apartado respectivo).
 - Ejercicio nº 4: Hasta 1 punto.
- La puntuación total será la suma de las puntuaciones obtenidas en cada problema.

Especificaciones para la realización del ejercicio:

- Se puede utilizar calculadora, no gráfica ni programable.
- Los resultados se dejarán expresados de forma exacta, siempre que sea posible.
- Se adjunta la tabla de la distribución $N(0, 1)$.

EJERCICIO Nº 1 (2 puntos)

a) Halla el valor del parámetro no nulo $t \in \mathbb{R}$ y todas las matrices, A , cuadradas de orden 2, distintas de la matriz nula, tales que $A \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ t & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot A$ (1 punto)

b) Sabiendo que una matriz A tiene inversa y que verifica que $A^3 + A^2 - A = O$, calcula A^{-1} en función de A y de I ; siendo O la matriz nula e I la matriz identidad. (1 punto)

EJERCICIO Nº 2 (2 puntos)

Sean los puntos $A(2,1,2)$, $B(4, -1, 2)$ y el plano $\pi \equiv x + y + 2z - 1 = 0$.

- a) Estudia la posición relativa de la recta \overline{AB} y el plano π . (0,5 puntos)
b) Halla la distancia entre la recta \overline{AB} y el plano π . (0,5 puntos)
c) Halla el tercer vértice, C , y el área, del triángulo equilátero ABC tal que C pertenece al plano π . (1 punto)

EJERCICIO Nº 3 (5 puntos)

Sean las funciones $g_1(x) = e^x$ y $g_2(x) = x$; y la función diferencia entre ellas, es decir, $f(x) = e^x - x$.

a) Estudia el crecimiento y decrecimiento de $f(x) = e^x - x$; y halla sus extremos relativos y absolutos. (1,5 puntos)

b) Utilizando el apartado anterior, justifica que las funciones $g_1(x) = e^x$ y $g_2(x) = x$ no se cortan y di cuál es su mínima distancia vertical. (0,5 puntos)

Nota: La distancia vertical entre dos funciones cualesquiera es la menor de las distancias entre los puntos de ellas para cada $x \in \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g)$.

- c) Halla las asíntotas de $f(x) = e^x - x$ y estudia su curvatura. (1,5 puntos)
d) Representa aproximadamente la función $f(x) = e^x - x$. (0,5 puntos)
e) Halla el área de la región comprendida entre la función $f(x) = e^x - x$, el eje OY y la recta tangente a ella en $x = 1$. (1 punto)

EJERCICIO Nº 4 (1 punto)

Una empresa aeronáutica de Castilla y León fabrica juntas para una lanzadera de un satélite artificial de la Agencia Espacial Europea, las cuales se han diseñado para sellar conexiones y piezas en el sistema de combustible a fin de impedir fugas. Las juntas han de tener 5 centímetros de diámetro para que encajen como es debido, no pudiendo variar arriba o abajo en más de 0,125 cm sin provocar una fuga peligrosa. La empresa afirma que los diámetros de estas juntas siguen una distribución normal de 5 cm de media y 0,05 cm de desviación típica.

Los funcionarios de la Agencia Espacial Europea desean determinar la proporción de juntas fabricados por esta empresa castellana y leonesa que se adaptarán correctamente, para valorar una ampliación del contrato. Calcula dicha proporción.

