

© 2007 de esta edición
Junta de Castilla y León
Consejería de Educación
Dirección General de Coordinación, Inspección y Programas Educativos

Diseño e impresión: Gráficas SAN-SI, S.L.
Depósito Legal:
Printed in Spain - Impreso en España

Indice



PRÓLOGO

INTRODUCCIÓN

CAPÍTULO 1:

Perspectiva General del Estudio

de Evaluación de las Matemáticas en Castilla y León

- Principios Metodológicos
- Fases del Estudio
- Descripción de las Líneas de Investigación
- Objeto de la Publicación

CAPÍTULO 2

Síntesis del Proyecto de Investigación de la Línea I:

Evolución Histórica de la Enseñanza

de las Matemáticas

- Introducción
- Antecedentes
- Desde los inicios del siglo XX
hasta el final de la Guerra civil (1939)
- Desde el final de la Guerra Civil (1939)
hasta la Ley General de Educación (1970)
- La Ley General de Educación (1970)
y desarrollos posteriores
- La Ley de Ordenación General
de Sistema Educativo (1990)
- La Ley Orgánica de Calidad de la Educación (2002)
- Anexo
- Referencias bibliográficas

CAPÍTULO 3

Síntesis del Proyecto de Investigación de la Línea II: Determinantes Psicológicos del Rendimiento Académico en Matemáticas

- Presentación**
- Fundamentación Teórica**
 - Evaluación del Aprendizaje**
 - Relaciones entre Aprendizaje e Instrucción
 - Los Procesos Psicológicos Implicados en el Aprendizaje de las Matemáticas**
 - Variables Personales: Cognitivas y Afectivo Emocionales
 - *Papel de la Inteligencia y las Capacidades Intelectuales en el Aprendizaje y en el Rendimiento Académico*
 - *Las Estrategias del Aprendizaje y el Rendimiento Académico*
 - *Variables afectivo-emocionales*
 - *El Aprendizaje y el Rendimiento Académico*
- Metodología: Fase de Preparación**
 - Objetivos e Hipótesis**
 - Objetivos
 - Hipótesis de Trabajo
 - Variables**
 - Instrumentos de Evaluación**
 - Pruebas de Rendimiento**
 - Elaboración de Pruebas de Rendimiento
 - Presencia de Contenidos Específicos en las Pruebas
- Corrección de Pruebas y Análisis de Resultados**
 - Corrección de las Pruebas de Rendimiento**
 - Análisis Global de los Resultados de las Pruebas de Rendimiento**
 - Análisis Global de las Pruebas de Rendimiento en 6º de Educación Primaria
 - Análisis Global de las Pruebas de Rendimiento en 4º de Educación Secundaria Obligatoria
 - *Análisis de las Pruebas de Rendimiento en 4º de ESO A*
 - *Análisis de las Pruebas de Rendimiento en 4º de ESO B*

- **Análisis General Cuantitativo de los Resultados de la Muestra de 6º de Educación Primaria**.....
 - Relación entre las variables analizadas
- **Análisis General de Resultados de la Muestra de 4º de Educación Secundaria Obligatoria**
 - Relación entre las variables analizadas
- **Conclusiones Generales y Propuestas de Medidas Educativas**
 - **Conclusiones**
 - Rendimiento en 6º de Primaria
 - Rendimiento en 4º A de ESO
 - Rendimiento en 4º B de ESO
 - **Conclusiones sobre Variables Personales**
 - Variables Cognitivas
 - Variables Afectivo Motivacionales
 - Variables Contextuales
 - **Propuestas de Medidas Educativas**
 - Del aprendizaje real al potencial
 - Alumno estratégico: papel activo del estudiante que aprende
 - Autoconcepto positivo
- **Referencias bibliográficas**

CAPÍTULO 4

Síntesis del Proyecto de Investigación de la Línea III: Análisis de Resultados Individuales Correlacionando la Evolución de las Cohortes de Alumnos

- **Descripción de la población estudiada**
- **Análisis univariante**
- **Análisis multivariante de los perfiles**
 - **Correlación y colinealidad**
 - **Análisis en componentes principales**
- **Generando una hipótesis sobre los perfiles de calificaciones en matemáticas: la dualidad “perfil a mejor” versus “perfil a peor”**
- **Nitidez de las categorías definidas**
 - **Modelado de clases mediante la regresión por mínimos cuadrados parciales (PLS)**
 - **Construcción y evaluación de una regresión PLS entre la variable indicadora de clase y los perfiles**
 - **Distribución de la respuesta estimada mediante la regresión PLS**
 - **Construcción del modelo de clase mediante un contraste de hipótesis**
 - **Modelado de clases mediante una red neuronal con un entrenamiento mediante un algoritmo evolutivo**
- **Posición de los centros en relación a la dualidad “perfil a mejor” versus “perfil a peor”**
- **Conclusiones y desarrollo futuro**
- **Referencias bibliográficas**

CAPÍTULO 5

Síntesis del Proyecto de Investigación de la Línea IV: Distribución de Niveles Competenciales para el Mínimo en los Estudios Universitarios

- **Introducción**
- **Las Matemáticas en el Bachillerato**
 - **Estructura y Organización**
 - **Las Matemáticas en las modalidades de Tecnología y Ciencias de la Naturaleza y de la Salud**
 - Contenidos
 - Análisis
 - **Las Matemáticas en la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales**
 - Contenidos
 - Análisis
- **Titulaciones Universitarias en Castilla y León**
 - **Estructura de las Titulaciones Universitarias**
 - **Titulaciones Universitarias en Castilla y León**
- **Las Matemáticas en las Titulaciones de Ingeniería y Arquitectura**
 - **Distribución de asignaturas y créditos**
 - **La materia troncal**
 - **Análisis**
 - Descriptores Álgebra y Geometría
 - Descriptor Análisis Matemático
 - Descriptor Estadística
 - Descriptores Ecuaciones Diferenciales y Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales
 - Descriptor Análisis Numérico
 - Descriptor Variable Compleja
 - Descriptor Matemática Discreta

- **Las Matemáticas en las Titulaciones de Ciencias Experimentales y de la Salud**
- **Distribución de asignaturas y créditos**
- **La materia troncal**
- **Análisis**
 - Titulaciones: L.Biología, L.Bioquímica, L.Biotecnología, L.Ciencias Ambientales, L.Geología, D.Óptica y Optometría y L.Química
 - *Descriptor Álgebra*
 - *Descriptor Análisis Matemático*
 - *Descriptor Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Numérico*
 - *Descriptor Estadística*
 - Titulaciones: L.Ciencias y Técnicas Estadísticas, D.Estadística, L.Física y L.Matemáticas
 - Titulaciones: D.Enfermería, L.Farmacia, L.Medicina, L.Odontología y L.Veterinaria
- **Las Matemáticas en las Titulaciones de Ciencias Sociales**
- **Distribución de asignaturas y créditos**
- **La materia troncal**
- **Análisis**
 - Titulaciones de Economía y Empresa
 - *Descriptor Álgebra Lineal*
 - *Descriptor Análisis Matemático*
 - *Descriptor Estadística*
 - *Descriptor Matemática Financiera*
 - Titulaciones de Maestro
 - *Maestro Especialidad en Educación Física*
 - *Maestro Especialidad en Educación Infantil*
 - *Maestro Especialidad en Educación Musical*
 - *Maestro Especialidad en Educación Primaria*
 - *Maestro Especialidad en Lengua Extranjera*
 - Titulaciones en Psicología y Sociología
- **Conclusiones**

Prólogo



La excelencia de nuestro Sistema Educativo es el gran reto que ha decidido asumir la Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León.

Para alcanzar este objetivo, la evaluación en todas sus formas se convierte en un aspecto estratégico de primer orden. Las múltiples actuaciones desarrolladas en los últimos años dentro de nuestra Comunidad expresan la fuerte apuesta de la Administración Educativa por la evaluación. En el ámbito de las Matemáticas este interés es especialmente intenso, debido a la necesidad de dar respuesta a las crecientes demandas de la sociedad actual de perfiles profesionales en el ámbito científico y tecnológico, perfiles necesarios para participar en un entorno social y en un sistema productivo con altas exigencias de investigación, desarrollo e innovación.

En este sentido, el Estudio de Evaluación de las Matemáticas representa una de las actuaciones más significativas del Plan de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo de Castilla y León. Con su ejecución, la administración educativa de Castilla y León ha podido establecer los factores determinantes del aprendizaje de las Matemáticas como paso previo para las tomas de decisiones institucionales encaminadas a disponer los medios adecuados para solventar las dificultades en el aprendizaje de esta asignatura.

Desde su inicio y a lo largo de su desarrollo, se ha contado con la participación de una amplia representación de profesionales que desempeñan su actividad en varios ámbitos relacionados con el área de matemáticas. Entre ellos se encuentran científicos de referencia en este campo procedentes de las cuatro Universidades Públicas de Castilla y León así como de las más prestigiosas asociaciones de matemáticas; también se ha contado con el profesorado del área perteneciente tanto a educación primaria como a secundaria y con los técnicos de la propia Consejería de Educación.

Este proceso de trabajo queda expresado en esta publicación que recoge los resultados de las cuatro líneas de investigación que han integrado el proyecto.

Confío que el conocimiento generado en el Estudio de Evaluación de las Matemáticas sea un referente para el desarrollo de futuras acciones de mejora en este área, y que suponga además un paso importante hacia la excelencia del Sistema Educativo de Castilla y León.

Francisco Javier Álvarez Guisáosla
 CONSEJERO DE EDUCACIÓN
 JUNTA DE CASTILLA Y LEÓN

Introducción



El Estudio de Evaluación de las Matemáticas representa una de las actuaciones más significativas dentro del Plan de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo de Castilla y León.

La apuesta de la Administración Educativa en la mejora de los resultados educativos de los alumnos de la Comunidad es notoria en las diferentes actuaciones que desarrolla. En el ámbito de las Matemáticas, el interés es especial, debido a dos razones fuertemente relacionadas: por una parte, a la necesidad de mejora en la conceptualización, didáctica y resultados de este área; y por otra, a la necesidad de la sociedad actual de incrementar los conocimientos y perfiles profesionales en el ámbito científico-tecnológico, necesarios para contribuir y participar de una sociedad moderna, con altas exigencias de investigación, desarrollo e innovación.

La necesidad de mejora en los resultados, enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas es una cuestión reconocida y constatada en el estudio llevado a cabo por la Asociación Internacional de Evaluación del Rendimiento Escolar (IEA), el informe TIMSS de 1996 y el informe PISA de 2003, centrado en el área de matemáticas. A pesar de que este último refleja un buen rendimiento para los alumnos de 15 años en Castilla y León, pues sus resultados se encuentran por encima de la media de los países de la OCDE y también de España; no obstante es necesario incrementar los esfuerzos en la mejora de los resultados y el aprendizaje de esta materia con el fin de situar a estos en la zona de excelencia.

La Consejería de Educación ha impulsado el desarrollo de un Estudio de Evaluación de las Matemáticas con el objetivo de obtener información sobre los determinantes del aprendizaje de las Matemáticas y sus interrelaciones, de modo que las conclusiones obtenidas sirvan para orientar la toma de decisiones a nivel institucional, en la tarea de disponer los medios adecuados y necesarios para solventar las dificultades en el aprendizaje de esta asignatura.

Para la elaboración de dicho Estudio, se ha contado con la activa participación de los agentes más significativos y con mayores conocimientos de la realidad

de la disciplina matemática, tales como representantes de las cuatro universidades de nuestra Comunidad, representantes de diversas asociaciones de matemáticas, profesorado experto en la materia y técnicos pertenecientes a la propia Consejería de Educación.

El texto que a continuación se presenta está basado en cuatro proyectos de investigación sobre distintos aspectos influyentes en el aprendizaje de las Matemáticas, que han sido dirigidos y elaborados por cuatro expertos representantes de las cuatro Universidades Públicas de nuestra Comunidad.

**Perspectiva general
del estudio de
evaluación de las
Matemáticas en
Castilla y León**

La excelencia del Sistema Educativo es un objetivo ineludible en la sociedad actual. Para conseguir este objetivo es necesario desarrollar, de forma sistemática y continuada, procesos de mejora que, por una parte, intervengan sobre los condicionantes actuales y adapten el Sistema a las necesidades que demanda la sociedad y por otro, anticipen actuaciones sobre las necesidades que la sociedad va a demandar en un futuro. Conocer la realidad es el primer paso para poder abordar las acciones de mejora adecuadas y oportunas a corto, medio y largo plazo.

El traspaso de competencias en materia de gestión educativa no universitaria en el año 2000, estuvo precedido por la firma del Acuerdo por la Mejora del Sistema Educativo de Castilla y León entre la Administración de la Comunidad y las organizaciones sociales representantes de los diversos estamentos educativos. Esto supuso que la Administración Educativa en Castilla y León asumiera la mejora de las organizaciones educativas para la mejora de la calidad de la enseñanza en nuestra Comunidad, como una de sus líneas estratégicas. Estas atribuciones han permitido e impulsado el diseño de diversas actuaciones en materia de evaluación educativa, cuyo último fin es la mejora de los elementos que componen el Sistema Educativo, promocionando su eficacia y eficiencia global.

La evaluación constituye la actuación metodológica más significativa para obtener información y establecer criterios de actuación futuros. El Plan de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo es, desde el curso académico 2004/2005, un referente fundamental para evaluar y desarrollar actuaciones de mejora en el modelo educativo de Castilla y León. Este Plan se estructura a través de cuatro ejes de actuación:

- *Programa de Mejora de la Calidad*: que persigue el perfeccionamiento de las organizaciones educativas a través del desarrollo de planes de mejora derivados de procesos de autoevaluación.
- *Programa de Evaluación de Centros*: que se ocupa de los sistemas de evaluación de las organizaciones educativas, no solo los procesos de autoevaluación sino también la evaluación externa coordinada desde la Administración educativa.

- *Sistema de Indicadores de Evaluación*: que persigue la obtención de información periódica y sistematizada para evaluar el sistema educativo y facilitar la toma de decisiones.
- *Programa de Evaluación del Sistema Educativo*: que se orienta hacia la obtención de información de los diferentes subsistemas educativos, áreas, etapas, etc., para evaluar situaciones particulares y desarrollar actuaciones de mejora.

Atendiendo, en particular, a este último, se desarrollan diversas actuaciones de carácter transversal o sobre áreas y asignaturas concretas; estas intervenciones se estructuran en función de su relevancia a nivel regional, nacional e internacional:

- Dentro del contexto regional: Estudio de Evaluación Diagnóstica de la Educación Primaria de Castilla y León y el tema que nos ocupa, *Estudio de Evaluación de las Matemáticas en el Sistema Educativo de Castilla y León*.
- En el ámbito nacional: Estudio de Evaluación de la Educación Primaria 07 y Estudio de Evaluación de la Educación Infantil.
- En el ámbito internacional: PISA 06 (Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos), PIRLS 06 (Progreso en el Estudio Internacional sobre la Competencia Lectora), EBALS (Banco Europeo de Lenguas Extranjeras) y TALIS (Estudio Internacional sobre la Enseñanza y Aprendizaje).

En concreto, el Estudio de Evaluación de las Matemáticas parte de fundamentos teóricos acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas y desarrolla una metodología para conocer los condicionantes del rendimiento de los alumnos de la Comunidad en la adquisición de conocimientos en este área.

Las Matemáticas son una disciplina de formación básica para el desarrollo educativo e intelectual de nuestros alumnos, en una sociedad que demanda mayor número de expertos y mayores conocimientos científico–tecnológicos, ámbito donde la cien-

cia matemática es un cuerpo disciplinar básico y fundamental. La U.E. se ha propuesto para el año 2010 el objetivo de elevar un 5% el número de titulados en Tecnología y Matemáticas, como una acción, entre otras, que le sitúe en el liderazgo mundial dentro del campo de la investigación, desarrollo e innovación.

También hay que tener en cuenta que, además de la necesidad de mayor población cualificada en el ámbito científico–matemático, es relevante la preocupación por incrementar y mejorar los resultados y aprendizajes en esta disciplina, debido a su lugar central dentro del ámbito científico, relacionándose estrechamente y posibilitando el desarrollo teórico y metodológico de otras disciplinas, tanto en su vertiente teórica como aplicada, dado que las Matemáticas estimulan el desarrollo madurativo e intelectual de las personas y facilitan la adquisición de otros aprendizajes.

Es un hecho constatado el que existen ciertas dificultades en el aprendizaje de esta materia, lo cual es una preocupación compartida por padres, profesorado, expertos y por los propios alumnos. La Administración Educativa ha de ser agente activo en la comprensión del problema y en el desarrollo de actuaciones para la mejora en el aprendizaje y la obtención de resultados en la asignatura de Matemáticas.

Las dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas vienen determinadas por diversos condicionantes sociales, psicológicos y pedagógicos que es preciso identificar, estudiar y comprender. Entre ellos, además de las características de la propia materia, se encuentran los modelos y métodos pedagógicos, la abstracción o separación entre la didáctica de las matemáticas y sus vías de aplicación prácticas o las diferencias y condicionantes individuales de los propios alumnos, tanto aptitudinales como actitudinales. Tradicionalmente, estas dificultades en el aprendizaje de esta materia se han percibido como algo normal, natural. Pero esta visión tenía que ser rebatida, replanteada y estudiada desde una perspectiva científica y rigurosa. En este sentido, cabe destacar el diseño metodológico que ha estado presente en el Estudio de Evaluación de las Matemáticas y en concreto en el desarrollo de los proyectos de investigación que han constituido su fundamento.

PRINCIPIOS METODOLÓGICOS

El estudio de evaluación de las matemáticas basa su diseño en una serie de criterios metodológicos, debidamente fundamentados y contrastados, cuya finalidad es garantizar la validez de sus resultados. A tal fin, se han asumido los principios que rigen las nuevas concepciones sobre evaluación en las que nos encontramos inmersos y que implican tanto cambios cuantitativos como cualitativos respecto a los modelos tradicionales. En concreto, el diseño de este estudio hunde sus raíces en los siguientes principios metodológicos:

- Ampliación del campo de evaluación. El campo de evaluación ha ampliado sus fronteras más allá de la valoración de resultados, para considerar como objetos evaluables a Centros y Sistemas Educativos, entre otros.
- Metodología cualitativa-cuantitativa. Dada la complejidad que caracteriza a estos nuevos objetos de evaluación, se aconseja emplear una metodología cualitativa que complemente a la cuantitativa que se ha venido utilizando hasta ahora para que sea posible abarcar realidades complejas en toda su multiplicidad.
- Encaminada a la mejora. Superada la concepción finalista de la evaluación, orientada a la comprobación y el control de las organizaciones, ésta deja de ser vista como una finalidad en sí misma y pasa a convertirse en un instrumento al servicio de la Comunidad Educativa.
- Procesual y no exclusivamente final. Puesto que ha de llevarse a cabo durante el proceso que se evalúa y no exclusivamente al finalizar este.
- Independiente. El rasgo de independencia de la evaluación implica que los agentes evaluadores han de actuar con criterios éticos y profesionales, aunque de forma comprometida con la realidad evaluada.
- Democrática y participativa. Desde este enfoque abierto y dinámico, la evaluación adquiere un marcado carácter democrático y participativo, ya que se lleva a

cabo con idea de ser puesta al servicio de los usuarios, a la vez que cuenta con la opinión de todos los sectores de la comunidad escolar evaluados.

- Colegiada. Por otro lado, es aconsejable que la evaluación sea colegiada; las conclusiones obtenidas no deben ser el resultado del pensamiento de una sola persona, sino del consenso de un equipo multidisciplinar que asegure un mayor rigor y pluralidad en las conclusiones alcanzadas en el estudio.
- Externa. A pesar de que el estudio de evaluación de las matemáticas se define por su carácter externo, su realización demuestra que no es así, puesto que en ella intervienen no sólo agentes externos sino también internos, pertenecientes a la propia realidad educativa.

FASES DEL ESTUDIO

Siguiendo los principios metodológicos expuestos, y conscientes de la amplitud y complejidad que supone el área de matemáticas como realidad a evaluar, se consideró acertado acotar los temas de evaluación con el fin de poder abarcar los aspectos esenciales de la misma. De esta forma, el Estudio de Evaluación de las Matemáticas se ha estructurado en dos fases:

- **Primera Fase:** Ha consistido en el planteamiento de cuatro líneas de investigación sobre cuatro aspectos considerados cruciales en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. El estudio en profundidad de estas líneas, ha supuesto el sustento de la evaluación y han servido para realizar un análisis detallado de la complejidad del área de matemáticas, con el fin de poder obtener conclusiones válidas.
- **Segunda Fase:** Las conclusiones obtenidas tras el desarrollo de las cuatro líneas de investigación se ha integrado de forma transversal en torno a tres ejes de actuación estratégica: Contenidos, Profesorado y Resultados. Esta clasificación, permitirá sintetizar la experiencia acumulada con el fin de obtener información relevante que oriente la toma de decisiones a nivel institucional.

El desarrollo secuencial de estas dos fases en el Estudio de Evaluación de las Matemáticas, ha permitido a la Consejería de Educación contar con unos referentes claros para poder iniciar su camino hacia la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, poniéndose de manifiesto los factores condicionantes de la orientación de la enseñanza de esta materia.

DESCRIPCIÓN DE LAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

El reto de llevar a cabo el estudio planteado en la primera fase en torno a las líneas de investigación fue asumido satisfactoriamente por las cuatro Universidades Públicas de Castilla y León. Cada una de ellas se responsabilizó de una línea en particular a través de respectivos directores de proyectos, que se encargaron del correspondiente diseño, planificación, desarrollo, análisis de resultados y elaboración de la memoria final. A continuación, se describen los objetivos específicos de cada una de las líneas de investigación, así como las Universidades y directores responsables de las mismas:

- *Línea I: “Evolución histórica de la enseñanza de las matemáticas”.*

Departamento de Didáctica de la Matemática.

Facultad de Educación. Universidad de Salamanca.

Director: **D. Modesto Sierra Vázquez.**

El objeto de esta primera línea de investigación lo constituye el análisis de la evolución y los cambios del currículo de matemáticas en los niveles de Educación Primaria, Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato a lo largo del siglo XX. Asimismo, la investigación incluye un análisis de las reformas legislativas de los planes de educación, necesaria para dotar al estudio de una perspectiva dialéctica desde la que poder comprender el momento actual de la enseñanza de las Matemáticas. Esto permite vislumbrar las causas y razones de la orientación de la enseñanza matemática en los inicios del siglo XXI y su prospectiva, y lo que es más importante, contar con datos a través de los que poder determinar si la enseñanza en nuestra sociedad actual del conocimiento está orientada a las necesidades y características reales de este momento histórico.

- **Línea II: “Determinantes psicológicos del rendimiento académico en matemáticas”.**

Departamento de Psicología.

Facultad de Educación y Trabajo Social. Universidad de Valladolid.

Directora: **D^a. M^a Francisca Calleja González.**

Los resultados de la segunda línea de investigación han aportado claridad sobre las correlaciones entre determinadas variables cognitivas (inteligencia y razonamiento verbal y numérico), afectivo-emocionales (autoconcepto, expectativas, atribuciones y estrategias de aprendizaje), contextuales, socioculturales y ambientales en la determinación del rendimiento académico en Matemáticas.

- **Línea III: “Análisis de resultados individuales correlacionando la evolución de las cohortes de alumnos”**

Departamento de Matemática y Computación.

Universidad de Burgos.

Director: **D. Luis Antonio Sarabia Peinador.**

Esta línea de investigación está basada en el estudio de las calificaciones en matemáticas de los alumnos de ESO y Bachillerato junto con sus perfiles. Este análisis va más allá del mero análisis de los resultados al reflejar la evolución del rendimiento del alumno a medida que avanza en el itinerario académico. El perfil de calificaciones de los alumnos obtenido es bastante estructurado, pudiéndose definir perfiles “a mejor” y “a peor” a partir de los cuales determinar las etapas del sistema en las que los resultados de los alumnos son más bajos, si es que se da esta circunstancia.

- **Línea IV: “Distribución de niveles competenciales para el mínimo en los estudios universitarios y ciclos profesionales superiores”.**

Área de Matemática Aplicada.

Universidad de León.

Director: **D. José Ángel Hermida Alonso.**

El análisis del currículo de Matemáticas de Bachillerato en relación con los contenidos curriculares de las asignaturas de Matemáticas en las titulaciones

universitarias y ciclos formativos superiores que se imparten en Castilla y León constituye el objeto de esta cuarta línea de investigación. Los datos arrojados por el mismo posibilitan un mejor conocimiento de las exigencias y problemas reales a los que tienen que hacer frente los alumnos que comienzan estudios superiores.

OBJETO DE LA PUBLICACIÓN

La presente publicación pretende plasmar, de forma sintética y práctica, el trabajo llevado a cabo por los representantes de las Universidades Públicas de Castilla y León durante la primera fase del Estudio de Evaluación de las Matemáticas en torno a las cuatro Líneas de Investigación expuestas.

Los expertos en las diferentes áreas de conocimiento marcadas por las mismas, fueron designados por las distintas Universidades como directores de línea para guiar el proceso estratégico, la elaboración y el desarrollo de los Proyectos de Investigación pertinentes para el Estudio de Evaluación.

Meses de exhaustivo trabajo de documentación, recopilación de información, recogida de datos, análisis estadístico de los mismos y cotejo de los resultados arrojados, dieron como fruto las Memorias de los cuatro Proyectos de Investigación. Dichas Memorias constituyen la materia prima sobre la que se basa la presente publicación, que tiene por objeto dar a conocer los resultados de estudios tan relevantes en el área de las Matemáticas.

A tal fin, y teniendo en cuenta la gran extensión de las Memorias aludidas, se solicitó a los directores de los cuatro Proyectos basados en las respectivas Líneas de Investigación marcadas, la elaboración de resúmenes de las mismas.

En los capítulos que siguen, se recogen los resúmenes de las Memorias de los Proyectos de Investigación de las cuatro Líneas, los cuales conforman un compendio de los datos más significativos fruto de su trabajo de investigación y análisis.

Capítulo 2: Síntesis del Proyecto de Investigación de la Línea I:

**Evolución Histórica
de la Enseñanza
de las Matemáticas**

Línea I: “Evolución histórica de la enseñanza de las matemáticas”.
Departamento de Didáctica de la Matemática.

Facultad de Educación. Universidad de Salamanca.

Director: **D. Modesto Sierra Vázquez**

Equipo: - Modesto Sierra Vázquez
- María Teresa González Astudillo
- María del Carmen López Esteban

El equipo forma parte del Grupo de Investigación Reconocido “Investigación en Educación Matemática”

INTRODUCCIÓN

Desde la constitución del sistema nacional de educación, se han sucedido diversos planes de estudio en la educación primaria y secundaria en los que las Matemáticas han estado siempre presentes. Cada uno de ellos, vinculado a una situación política y social determinada, estaba inspirado en una concepción de la educación en general y de la educación matemática en particular. Pero es a partir de los años sesenta del pasado siglo cuando tiene lugar un cambio en la noción de currículo, al tiempo que se produce una acumulación de circunstancias favorables para el desarrollo de los sistemas educativos en los países de Occidente. Sin lugar a dudas, el actual currículo de la educación en los niveles anteriores a la Universidad es el resultado de un largo proceso; la historia de la educación matemática de un país depende, en gran manera, de sus tradiciones.

El objetivo general de nuestra investigación es analizar la evolución y cambios del currículo de Matemáticas en los niveles de Primaria, Secundaria Obligatoria y Bachillerato.

Se ha utilizado para este fin el método histórico de investigación en educación con sus distintas fases: Heurística o búsqueda y selección de fuentes documentales; Crítica o análisis de la documentación; Hermenéutica o interpretación de los datos a la luz de los análisis realizados; y finalmente Exposición.

El trabajo se divide en capítulos que se corresponden con períodos significativos de la historia sociopolítica y educativa de nuestro país. Así, en el primer capítulo se estudian brevemente los antecedentes; el segundo capítulo abarca desde comienzos de siglo hasta el final de la Guerra civil española en 1939; el tercero, desde esta fecha hasta la promulgación de la Ley General de Educación en 1970; en el cuarto se estudia el currículo derivado de esta Ley y sus desarrollos posteriores y comprende hasta la promulgación de la nueva Ley de Ordenación General del Sistema Educativo en 1990; los desarrollos curriculares derivados de esta ley se estudian en el capítulo quinto; el capítulo sexto se dedica a la Ley Orgánica de Calidad de Educación de 2002. En cada uno de los capítulos se ha estudiado brevemente la legislación educativa del período en lo que se refiere a

los niveles de educación primaria y secundaria y se han analizado los Planes de Estudio para dichos niveles particularizando en el caso de las Matemáticas.

En este documento se presenta un resumen de la investigación llevada a cabo que se completa mediante un Anexo en el que figuran los Planes de Estudios más significativos de los recopilados en la Memoria final.

Para su elaboración ha sido necesario acudir a diversas fuentes: Gaceta de Madrid, Boletín Oficial del Estado, Boletín Oficial del Ministerio de Educación y Ciencia, Boletín Oficial de Castilla y León, diversas publicaciones periódicas, monografías, diccionarios pedagógicos, etc.-

El análisis de los Planes de Estudios, a nuestro juicio, además de ser interesante desde el punto de vista del conocimiento, sin lugar a dudas puede iluminarnos sobre la situación actual.

Se presenta a continuación un resumen de cada uno de los períodos:

ANTECEDENTES

Conviene referirnos brevemente a la normativa legislativa que aparece durante el siglo XIX, ya que esta legislación va a tener notable influencia durante todo el siglo XX.

Sin lugar a dudas, la Ley más importante durante el siglo XIX es la Ley Moyano, conocida así por el nombre de su autor, el Ministro de Fomento, Claudio Moyano. De la importancia de esta Ley da cuenta el hecho de que, con ligeras modificaciones, se mantuvo vigente hasta la promulgación de la Ley General de Educación en 1970.

El 17 de julio de 1857 se aprueba la Ley de Bases autorizando al Gobierno para formar y promulgar la Ley de Instrucción Pública que vio la luz el 9 de septiembre de ese mismo año. Se ha dicho repetidamente que

esta Ley no fue innovadora, sino que representa el resumen y la consolidación de las instituciones educativas que se habían ido creando en el período anterior.

En cuanto a la **Enseñanza Primaria**, se mantiene la división entre elemental y superior, aunque se amplían las materias de enseñanza. Se fija por primera vez la edad de escolaridad obligatoria, que será de seis a nueve años. En cuanto a los libros de texto, se establece que deberán ser elegidos de entre las listas que publique el Gobierno cada tres años.

Las Matemáticas aparecen en la primera enseñanza elemental en quinto lugar:

Art. 2:Quinto: Principios de Aritmética, con el sistema legal de medidas, pesas y monedas

Y en la enseñanza superior en primer lugar:

Art 4º:... Primero: Principios de Geometría, de Dibujo Lineal y de Agrimensura.

Aunque en el artículo 84 se indica que: “El gobierno publicará programas generales para todas las asignaturas correspondientes a las diversas enseñanzas, debiendo los profesores sujetarse a ellas en sus explicaciones” estos programas en realidad nunca llegaron a publicarse.

En lo que se refiere a la **Enseñanza Secundaria**, comprendía estudios generales y estudios de aplicación a las profesiones industriales. Se establecía que los estudios generales de segunda enseñanza se cursarían en dos períodos; el primero de dos años de duración y el segundo de cuatro.

El Plan de Estudios de 23 de Septiembre de 1857 desarrollaba esta Ley y en ella las asignaturas de Matemáticas quedaban distribuidas de la siguiente manera:

En los dos primeros años: Aritmética

En cuarto año: Aritmética y Álgebra

En quinto año: Geometría y principios de Trigonometría plana y de Geometría matemática.

A lo largo del siglo XIX se suceden numerosas reformas en los Planes de Estudio de la enseñanza secundaria. Utande (1964) recoge diecinueve durante este siglo.

DESDE LOS INICIOS DEL SIGLO XX HASTA EL FINAL DE LA GUERRA CIVIL (1939)

Este período comienza con un hito importante en la historia de la educación en España: la creación del Ministerio de Instrucción Pública y Bellas Artes, cuyo primer titular fue Antonio García Alix. Durante el mismo se desarrolla y consolida el sistema educativo español.

En cuanto a la **Educación Primaria**, el 26 de Octubre de 1901 se publica un Real Decreto firmado por el Conde de Romanones, que aumentó en tres años la escolaridad obligatoria (desde los 6 a los 12 años) y la dividió en tres grados: párvulos, elemental y superior, siendo obligatorios los dos últimos para todos los niños. En esta etapa la Aritmética se convertirá en materia de estudio para todos los ciudadanos. Aunque la realidad fue que nunca se publicaron los programas de educación primaria, los contenidos referentes a la Aritmética comprendían las cuatro operaciones básicas con números naturales, quebrados y decimales y el sistema de pesas y medidas, procurándose la comprensión del concepto de número, el aprendizaje comprensivo y la utilización de material didáctico. En cuanto a la Geometría sería materia de estudio sólo para los que vayan a dedicarse a diversas profesiones; al final del período se preconizaría el estudio de la Aritmética junto con la Geometría desde el comienzo de la escolaridad.

En lo que se refiere a la **Enseñanza Secundaria** aunque el primer titular del Ministerio, García Alix, hizo su propia reforma, quien puso los cimientos de dicha enseñanza fue el Conde de Romanones, mediante los dos Reales Decretos de 12 de Abril y 17 de Agosto de 1901; la edad mínima para el ingreso en la enseñanza secundaria se establecía en diez años y el plan de estudios se estructuraba en seis. En la regulación del Plan de Estudios que establece el último Decreto citado aparecen las Matemáticas en los cuatro primeros cursos, pero no en quinto y

sexto; en definitiva, se presentan como un conjunto de asignaturas sin conexión entre ellas. En los dos primeros cursos la duración de las clases era de una hora y en los dos siguientes de hora y media, siendo las clases en días alternos.

Frente a las continuas reformas de Planes de Estudio, el de 1903 estabiliza la educación secundaria, con una duración de más de veinte años, manteniendo la misma distribución de asignaturas de Matemáticas que el Plan anterior.

Con el Plan de 1926, durante la Dictadura de Primo de Rivera, se divide el Bachillerato en dos etapas: Bachillerato elemental, con tres años de duración y Bachillerato universitario, con un primer curso común seguido de dos cursos con dos especialidades, Letras y Ciencias. De acuerdo con Rico y Sierra (1994), este Plan de Estudios, continúa con los defectos de los anteriores en lo que se refiere a las Matemáticas. Cada materia se estudia separadamente, sin conexión con las restantes. Por otra parte, hay discontinuidades que no se justifican, por ejemplo no hay Matemáticas en tercer curso de Bachillerato elemental y en el sexto curso se reanuda el estudio de la Geometría después de tres años sin estudiarla; igual sucede con la Trigonometría después de dos cursos. Habrá que esperar a la implantación de los programas cíclicos para superar estas carencias.

El Plan de 1934 (ver Anexo) introduce novedades importantes con la división del Bachillerato en dos ciclos y la presencia de las Matemáticas en todos los cursos; se introduce el método cíclico. En los dos primeros cursos se presentan las primeras nociones de Aritmética y de Geometría intuitiva, recomendándose que se acentúe más el carácter intuitivo y práctico que tradicionalmente se daba a la enseñanza de estos conceptos. En el tercer año se vuelve sobre los conceptos de los años anteriores, iniciándose la presentación racional de la Aritmética y de la Geometría, sin que «esto quiera decir que se explique de modo abstracto». En el cuarto año se continúa con esta presentación racional. En el quinto año se introduce el Álgebra y la Geometría del espacio. En el sexto año se inicia el estudio del Análisis con el número real, límites y continuidad de funciones; además se tratan los logaritmos, las progresiones aritméticas y geométricas, cuestiones de matemática comercial como el interés compuesto y se introducen los números complejos. Asimismo, en este curso se lleva a cabo el estudio de la Trigonometría.

En séptimo se continúa con el Análisis y se inicia el trabajo con la Geometría analítica con la recta, la circunferencia y las cónicas. Hay que señalar que desde el quinto curso en los cuestionarios aparece un epígrafe sobre la Historia de las Matemáticas.

En lo que se refiere a la dedicación horaria, en todos los cursos hay tres horas semanales de Matemáticas, excepto en tercer curso que hay cuatro.

No cabe duda de que estos programas supusieron un notable avance sobre la situación anterior, al presentar un concepto de las Matemáticas más unitario superando la división en asignaturas desconectadas de los Planes anteriores. Hay que hacer notar que es el primer Plan de Estudios que incluye el Análisis Matemático y la Geometría Analítica.

Finalmente el Plan de 1938 mantendrá asignaturas de Matemáticas en todos los cursos, continuando con el método cíclico. Este Plan de Estudios se mantendría, una vez finalizada la guerra civil, hasta el nuevo Plan de Estudios de 1953.

DESDE EL FINAL DE LA GUERRA CIVIL (1939) HASTA LA LEY GENERAL DE EDUCACIÓN (1970)

Terminada la guerra civil transcurren seis años en los que la enseñanza primaria atraviesa un período de máxima precariedad produciéndose un hundimiento de la escuela pública y un desarrollo de la escuela privada. En este contexto se publica la Ley de Educación Primaria de 17 de julio de 1945 (B.O.E. de 18 de julio) que va a intentar revalorizar la enseñanza primaria.

En la **Educación Primaria**, durante esta época se consolida la obligatoriedad de la enseñanza de los seis a los doce años. Por primera vez se publican unos cuestionarios oficiales en 1953 con los programas de la enseñanza primaria en los que se indicaban unas orientaciones metodológicas basadas en la enseñanza activa y viva que debían regir la práctica escolar.

Estos cuestionarios, en relación con la enseñanza de las Matemáticas, son una detallada descripción del tipo de actividades que consideraban de forma equitativa la Aritmética, la Geometría y la Medida haciendo énfasis en la resolución de problemas. Hay que destacar como características propias de estos programas: la introducción de la Geometría a partir de las figuras tridimensionales, la utilización inicial de unidades de medidas naturales para favorecer la intuición y posteriormente la utilización práctica de los instrumentos y unidades de medida y el desarrollo de la estimación.

A lo largo de estos años se irán publicando cuestionarios que irán aportando características para su enriquecimiento. Así los cuestionarios de 1964 introducen la distinción entre ejercicios y nociones para distinguir los aspectos procedimentales de los estrictamente conceptuales y, de este modo, intentar limitar el memorismo y la rutina. A pesar de estas intenciones se puede observar cómo se incluyen las fracciones desde el primero curso, se inicia el aprendizaje de la Geometría a partir de las figuras de dos dimensiones, desaparece el recurso a la intuición y se hace más énfasis en los aspectos operativos.

Se vuelve a insistir en esta idea en 1965 con unos nuevos cuestionarios que dividen los contenidos en ejercicios y adquisiciones (ver Anexo). Por primera vez se definen unos objetivos que distinguen los propiamente matemáticos de los sociales, concediendo así un valor a las matemáticas como aplicación a situaciones de la vida cotidiana. Se introducen algunos conceptos como el de conjunto y las propiedades de las operaciones que son indicios de la influencia que posteriormente tendrá la matemática moderna.

Por lo que se refiere a la **Educación Secundaria**, la Ley de Enseñanza Media de 1953 alumbró un nuevo Bachillerato. La nueva organización de este se estructura en seis cursos: los cuatro primeros tienen carácter común y constituyen el Bachillerato Elemental; los dos últimos están divididos en dos especialidades llamadas Letras y Ciencias y conforman el Bachillerato Superior. Ambos concluyen con un examen de carácter nacional, denominado reválida, que da acceso a los títulos de Bachiller Elemental y Superior, respectivamente. La asignatura de Matemáticas es obligatoria en el Bachillerato Elemental y en la opción de Ciencias

del Bachillerato Superior; se publicaron cuestionarios detallados para cada uno de los cursos. Además se estableció un curso puente con los estudios universitarios, denominado Preuniversitario, cuya organización y evaluación era compartida con la Universidad.

Los cuestionarios de 1957 (ver Anexo) siguen la línea de los de 1934, desarrollándose en seis cursos lo que antes se hacía en siete, algo que trae como consecuencia que se adelante la introducción de ciertos conceptos; por ejemplo la ecuación de segundo grado que aparece en cuarto curso en el nuevo Plan de Estudios y no en quinto como en el Plan anterior. Al igual que en el Plan de 1934, en el Bachillerato Superior se estudia el Análisis Matemático y la Geometría Analítica y, además, se introduce la Probabilidad y la Estadística.

La dedicación horaria a Matemáticas viene expresada en números de unidades didácticas semanales. La definición de unidad didáctica es la siguiente: “La unidad didáctica constará de tres cuartos de hora de clase y de media hora de permanencia; durante esta última, el alumno, a la vista del profesor que tenga a su cargo la clase, estudiará y hará ejercicios bajo la dirección del mismo”

Esta dedicación horaria era la siguiente:

Bachillerato Elemental: Primer curso: seis; Segundo curso: tres; Tercer curso: tres; Cuarto curso: tres

Bachillerato Superior (Ciencias): Quinto curso: seis; Sexto curso: tres.

En la década de los sesenta se produce un cambio de rumbo con la Introducción de la Matemática Moderna en el Bachillerato y se crea expresamente una Comisión para el ensayo de dicha introducción. Así, los cuestionarios para el Bachillerato Elemental publicados en 1967 están impregnados desde el primer curso de los conceptos de la Matemática Moderna como Conjuntos, Correspondencias y Relaciones.

Por lo que se refiere al Bachillerato Superior, se publicaron textos pilotos por la citada Comisión en los que la Matemática Moderna prevalece en todo el programa; en cuanto a la Geometría se produce una algebraización de la misma estudiándose el plano afín en quinto curso y el plano euclídeo en sexto (ver Anexo).

LA LEY GENERAL DE EDUCACIÓN (1970) Y DESARROLLO POSTERIORES

La Ley General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa (LGE) de 4 de agosto de 1970 (BOE de 6 de agosto), promulgada durante el Ministerio de Villar Palasí, representa un cambio revolucionario en el sistema educativo español. Estos cambios venían determinados por el anacronismo del sistema educativo anterior, y por la estructura de la enseñanza primaria, trunca a los diez años y mal sincronizada con el bachillerato elemental. La nueva estructura establecida por la LGE integra la antigua enseñanza primaria y el primer ciclo de la enseñanza secundaria, constituyendo un tronco común de estudios, la “Educación General Básica” para los niños de 6 a 14 años. El mayor logro de la ley fue extender la enseñanza a toda la población española manteniendo la gratuidad, lo que conllevó la creación de una nueva infraestructura de centros, nuevas dotaciones de profesorado y un presupuesto exigido para poder realizar estos cambios con éxito y dividido en diez anualidades.

Se denomina **Educación General Básica** (EGB) el nuevo período de los seis a los catorce años, dividiéndose en dos etapas: Primera Etapa desde los 6 hasta los 10 años y Segunda Etapa desde los 11 hasta los 14 años. Se organiza la enseñanza por objetivos operativos para cada área con el fin de que los profesores puedan evaluar fácilmente el aprendizaje de sus alumnos.

Durante el curso académico 1970-71 se implantan los cuatro primeros cursos, y el 2 de diciembre de 1970 se aprueban por Orden ministerial, las **Orientaciones para los planes y programas de estudios de la EGB**. No era un plan de estudios ni un programa, sino simplemente una serie de orientaciones sobre objetivos, metodología, niveles, contenidos, evaluación, organización y temporalización del trabajo escolar.

Las Matemáticas pasan a considerarse una materia de expresión y se realiza su carácter formativo. El tratamiento que se le da en las Nuevas orientaciones está marcado por la influencia del movimiento internacional de reforma de la enseñanza de las matemáticas y el predominio del movimiento estructuralista y

de la Matemática Moderna, con lo que se pretendía profundizar en el formalismo matemático (Sierra, 1989).

En los contenidos (enunciados por objetivos operativos) distribuidos por niveles, se observa el énfasis puesto en la teoría de conjuntos y el dominio de los aspectos numéricos y formales frente a los geométricos e intuitivos. Los contenidos agrupados en grandes temas, son los siguientes: Conjuntos; Relaciones y Aplicaciones; Operaciones con números naturales, números decimales e introducción a las fracciones; Magnitudes y su medida. Geometría elemental del plano (con algunos ejemplos de Topología). Como consecuencia de esta nueva visión de la enseñanza de las Matemáticas, hay conceptos que no se habían incluido en programas anteriores, distribuidos a lo largo de los cursos, la mayoría relativos a la teoría de conjuntos. Como novedad cabe destacar también la introducción de nociones de estadística en séptimo nivel.

Una primera rectificación tuvo lugar inmediatamente: al año siguiente de publicarse las Orientaciones pedagógicas que tenían carácter experimental para un solo curso, se publica la Orden ministerial de 6 de agosto de 1971 (BOE del 24) (ver Anexo), por la que se prorrogan con carácter indefinido las correspondientes a la primera etapa y se anuncia la publicación de nuevas orientaciones para la segunda etapa y para la educación preescolar. Las nuevas orientaciones para la segunda etapa, que se presentan como “bases de programación”, mantienen la misma filosofía y criterios generales que las anteriores y se ofrecen también como meramente indicativas, no pudiéndose considerar como un programa sino que se definen conjuntamente contenidos y metodología en función de los objetivos y con indicación de procedimientos de evaluación. Es la primera vez que en unos cuestionarios aparece una estructura tan organizada de los planes de estudio. Aunque se hace hincapié en la aplicación de los contenidos de matemáticas a otras ramas del conocimiento y a aspectos de la vida diaria, esto quedó reducido a una mera declaración de intenciones.

Para salvar las deficiencias de las Orientaciones Pedagógicas, a partir de 1977 se implantan experimentalmente los llamados Programas Renovados para la EGB, que se publican oficialmente en los años 1981 y 1982. Diferentes causas dieron

lugar al establecimiento de estos Programas, entre las que cabe citar el elevado porcentaje de fracaso escolar (el 30 % de los alumnos no alcanzaba el título de Graduado Escolar), la falta de concreción de las Orientaciones Pedagógicas anteriores (en las que no se distinguía entre los objetivos imprescindibles y los deseables) y la necesidad de adecuarse a la nueva situación sociopolítica. Las características más notables de estos Programas Renovados son: la organización de la EGB en ciclos (realizada siguiendo la teoría de los estadios de Piaget); el establecimiento de niveles básicos de referencia; la integración de objetivos sectoriales en las grandes áreas de aprendizaje; y finalmente, la posibilidad de introducir en los programas las características de cada Comunidad Autónoma.

Los Programas Renovados se organizan en bloques temáticos, que se subdividen en temas de trabajo, niveles básicos de referencia para cada uno de estos temas que constituyen los niveles mínimos que se han de alcanzar y actividades sugeridas pero no obligatorias. Siguiendo una línea claramente piagetiana, en esta organización se señala que el Ciclo Inicial (RD de 9 de Enero de 1981) (cursos 1º y 2º), de seis a ocho años, se caracteriza porque durante el mismo se cierra y finaliza el período de transición del pensamiento prelógico a la etapa de las operaciones concretas. Esto obliga a adoptar a lo largo del ciclo una metodología claramente globalizadora. Los bloques temáticos indicados para Matemáticas son los siguientes: Conjuntos y correspondencias, Numeración y operaciones, Medida, Geometría y Topología. Considerando que a partir de los ocho años y hasta los once, el pensamiento infantil entra en otro estadio de su desarrollo, el período de las operaciones concretas (en el que se consolidan las habilidades que surgen en el período anterior), se establece que los cursos correspondientes a esos años (3º, 4º y 5º) tienen entidad suficiente para constituir un nuevo ciclo, el Ciclo Medio (RD de 12 de Febrero de 1982). En éste, se preconiza el paso de la metodología globalizadora a la interdisciplinar. En lo que respecta a Matemáticas, los bloques temáticos indicados son los siguientes: Conjuntos y Relaciones, Conjuntos Numéricos, Medida, Topología y Geometría.

Según la teoría piagetiana, desde los once años a los catorce se desarrolla progresivamente el pensamiento hipotético deductivo; por ello, se establece para este período otro ciclo, el Ciclo Superior (6º, 7º y 8º de EGB) (RD de 12 de

Noviembre de 1982). Los programas correspondientes a este ciclo no entraron en vigor ya que su aplicación fue suspendida por el MEC al producirse el cambio de gobierno en las elecciones de Octubre de 1982.

La dedicación horaria semanal era de cuatro horas en el Ciclo inicial, cinco horas en el Ciclo Medio y tres horas y media en el Ciclo Superior.

Los Programas Renovados fueron objeto de fuertes críticas casi desde el momento de su publicación. Ahora, desde una cierta distancia, lo que más sorprende de estos Programas Renovados es que, fundados en la teoría de Piaget (epistemología genética), se ofreciese un desarrollo curricular con el énfasis puesto en los objetivos a conseguir, y no en la metodología adecuada para el desarrollo de las habilidades cognitivas del niño, como cabía esperar (Rico y Sierra, 1994).

En cuanto a la **Enseñanza Secundaria**, la Ley General de Educación (LGE) estableció un nuevo Bachillerato calificándolo como unificado y polivalente (BUP); unificado porque conducía a un título único y polivalente porque comprendía, además de las materias comunes y las optativas, una actividad técnico- profesional.

Según la Ley las materias del Bachillerato se dividían en:

- i) Materias comunes para ser cursadas por todos los alumnos.
- ii) Materias optativas.
- iii) Enseñanza y actividades técnico-profesionales, de entre las cuales el alumno debe cursar una a su libre elección.

La duración del Bachillerato se establecía en tres cursos, tras los que se realizaría el curso de orientación Universitaria (COU) que sustituía al anterior Preuniversitario. Se consideraban seis áreas de conocimiento para las materias comunes: Lenguaje, Formación estética, Área social y antropológica, Formación religiosa, Ciencias Matemáticas y de la Naturaleza, Educación Física y Deportiva.

Sin embargo, estas normas para el Bachillerato tardaron cinco años en desarrollarse. En el BOE de 13 de Febrero de 1975 se publica el Decreto de 23 de Enero por el que se aprueba el Plan de Estudios de Bachillerato y se regula el

Curso de Orientación Universitaria. Más tarde, en el BOE de 18 de Abril de 1975 se desarrolla el Decreto anterior estableciéndose los cuestionarios para las distintas materias del Bachillerato Unificado y Polivalente (ver Anexo)

Por lo que se refiere a Matemáticas son tres las asignaturas que conforman el Plan de Estudios, una por curso, aunque posteriormente las Matemáticas de tercer curso pasaron a ser opcionales.

La elección de los contenidos del Plan de 1975 está claramente influida por la concepción estructuralista imperante.

Así, por ejemplo, en primer curso se indica que “se debe abordar el cuestionario partiendo de los conceptos de Anillo y Cuerpo introducidos en la Segunda Etapa de la Educación General Básica”; entre otros temas, se completa el estudio de los polinomios en una indeterminada hasta llegar a poner de manifiesto su estructura de anillo euclídeo y se introduce el número complejo por pares de números reales, llegando a su estructura de cuerpo.

En segundo curso se inicia el estudio del Análisis Matemático y de la Geometría; se produce una algebraización de la Geometría ya que lo que se pretende es llegar a la estructura fundamental de espacio vectorial y de espacio afín, en el caso de dos y tres dimensiones. Los vectores libres se introducen como clases de equivalencia de vectores fijos respecto de la relación de equipolencia, estableciéndose su estructura de espacio vectorial; asimismo los conceptos de combinación lineal de vectores, base y dimensión de un espacio vectorial para su posterior utilización en el estudio del plano afín y del espacio afín.

En tercer curso se completa el estudio de la Geometría y se profundiza en las nociones de Análisis Matemático y de Estadística, desde un punto de vista formalista.

La dedicación horaria era:

Primer curso: Matemáticas: 5 horas semanales

Segundo curso: Matemáticas: 4 horas semanales

Tercer curso: Matemáticas: 4 horas semanales

En lo que respecta al Curso de Orientación Universitaria (COU), a partir de un primer cuestionario estructuralista, hubo necesidad de modificar el Plan de estudios creando cuatro opciones, e introduciendo una nueva asignatura, Matemáticas II, para proporcionar a los alumnos, de un manera eminentemente práctica, algunas herramientas sencillas del bagaje matemático, que constituyen una ayuda muy eficaz para el trabajo en Ciencias Humanas y Sociales.

El Plan de Estudios de 1975 ha tenido unos veinte años de vigencia; las Matemáticas modernas estuvieron sometidas a contestación permanente desde su implantación aunque los programas correspondientes se mantuvieron vigentes. Aunque la permanencia de los programas parece dotar a la enseñanza de las Matemáticas durante estos años de gran estabilidad, nada hay más lejos de la realidad; una comparación de los libros de texto publicados por las mismas editoriales e incluso por los mismos autores a lo largo de estos años pone en evidencia lo que acabamos de afirmar (ver, por ej. Sierra, González y López, 1999; 2003, en lo referente al límite y continuidad).

LA LEY DE ORDENACIÓN GENERAL DE SISTEMA EDUCATIVO (1990)

La Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) se publicó el 3 de octubre de 1990. El sistema educativo español se encontraba en esos momentos implicado en un proceso de innovación y cambio debido, por un lado, a la necesidad de adaptarse en su estructura y funcionamiento a las transformaciones políticas, sociales, económicas y culturales que se habían producido en nuestro país en los últimos veinte años y, por otro, homologarse en el terreno de la educación con el resto de los países de la Comunidad Europea.

Se establece, por lo tanto, la ampliación de la educación básica hasta los 16 años, haciendo coincidir el final de la escolarización con la edad mínima legal de incorporación al trabajo; esta ampliación se realiza con condiciones de gratuidad y obligatoriedad.

Se realiza una reordenación del Sistema Educativo, estableciendo una serie de etapas así como las finalidades, organización, elementos curriculares, evaluación, promoción y titulación que se derivan en cada caso, las enseñanzas mínimas y la titulación requerida para ser profesor en cada etapa.

Art. 3.2 *Las enseñanzas de régimen general se ordenarán de la siguiente forma:*

- a) *Educación infantil.*
- b) *Educación primaria.*
- c) *Educación secundaria, que comprenderá la educación secundaria obligatoria, el bachillerato y la formación profesional de grado medio.*
- d) *Formación profesional de grado superior.*
- e) *Educación universitaria.*

Partiendo de que el currículo tiene dos funciones bien diferenciadas, a saber, hacer explícitas las intenciones del sistema educativo y la de servir de guía para orientar la práctica pedagógica, se configura un currículo *abierto* con tres niveles de concreción:

Primer nivel: Diseño curricular prescriptivo.

Segundo nivel: Proyecto curricular de Centro.

Tercer nivel: Programación en el aula.

La secuencia de actuaciones será, pues, como sigue: la Administración central prescribirá cuáles han de ser los objetivos generales y los contenidos mínimos del currículo. Las Administraciones educativas autonómicas, respetando tales enseñanzas mínimas, establecerán el currículo de los distintos niveles, etapas, ciclos, grados y modalidades del Sistema Educativo. A partir de ellos el claustro de cada Centro integrará éstos en el Proyecto Curricular de Centro, que se concretará en la programación en el aula. En esa programación se establecerá una secuencia ordenada de las unidades didácticas que se vayan a trabajar durante el Ciclo, secuencia que ha de tener en cuenta el conjunto de la Etapa.

En la **Educación Primaria** no hay una clasificación o agrupación de las materias como en la ley anterior, sino que cada una tiene entidad en sí misma. Los contenidos no aparecen distribuidos por curso, sino que se admite cierta flexibilidad y se establecen para toda la etapa.

Previo a la publicación en el Boletín Oficial del Estado y los Boletines de las Comunidades Autónomas con competencias educativas de los correspondientes Decretos y órdenes, el Ministerio de Educación editó una serie de Documentos para explicar las líneas generales de los nuevos diseños curriculares y promover el debate sobre los contenidos: *Diseño Curricular Base. Educación Primaria* (MEC, 1989). Las Matemáticas aparecen entre las disciplinas generales, cuyo desarrollo corresponde realizar a lo largo de todos los cursos; en ellos se desglosan los principios generales que luego van a refrendarse en la ley y entran en el detalle del desarrollo curricular de las diversas materias.

En el R.D. 1006/1991 de 14 de junio se publican las enseñanzas mínimas para la educación primaria y en el R.D. 1344/1991 de 6 de septiembre (BOE de 13 de septiembre) se establece el currículo de Educación Primaria para el ámbito de la competencia del Ministerio de Educación y Ciencia que englobaba a todas las Comunidades Autónomas que no tenían transferidas las competencias en materia de educación como era el caso de Castilla y León (ver Anexo)

Para dar algunas indicaciones a centros y profesores en relación con la distribución de contenidos por edades, el Ministerio de Educación y Ciencia publicó un documento que los organiza por ciclos (las llamadas *cajas rojas*): primer ciclo (1º y 2º cursos); segundo ciclo (3º y 4º cursos); tercer ciclo (5º y 6º cursos).

Las Matemáticas se contemplan con una doble finalidad formativa y utilitaria complementarias. Se organizan los contenidos de forma conceptual y de forma cognitiva distinguiendo en este último caso entre conceptos, procedimientos y actitudes. Por primera vez se tiene en cuenta para la organización de los contenidos no sólo la estructura propia de las matemáticas sino algunos criterios pedagógicos, sobre todo los relacionados con las características psicopedagógicas de los alumnos.

Como reacción a la etapa anterior se quiere evitar que el gran peso de las Matemáticas recaiga en los aspectos formales por lo que se organizan los contenidos en cuatro grandes bloques:

1. Números y operaciones
2. La Medida

3. Formas geométricas y situación en el espacio
4. Organización de la Información.

Asimismo desaparecen por completo los términos, conceptos y notación propia de la matemática moderna y se vuelve a una presentación de la matemática más intuitiva e incluso potenciando la creatividad.

Se valora el desarrollo de las capacidades de Estimación y aparecen algunos contenidos relacionados con el uso de las nuevas tecnologías como es el dominio en el uso de las calculadoras. En Geometría se recupera el inicio de ésta a partir del estudio tridimensional para posteriormente, en segundo ciclo, abordar la Geometría plana y en el tercero las cuestiones relativas a las relaciones de elementos del plano y a la clasificación de cuerpos sólidos y figuras planas.

En cuanto a la Organización de la Información, se aborda el reconocimiento de situaciones que requieran el uso de un instrumento para la recogida de información, la representación por medio de tablas y gráficos, su lectura y comprensión y la iniciación en algunas medidas de tendencia central. Aparece por primera vez la probabilidad en la educación primaria.

Se da gran importancia a la resolución de problemas como una forma de hacer matemáticas y de adquirir ciertos hábitos y actitudes esenciales a nivel formativo.

Por primera vez se establecen unos criterios de evaluación comunes a todos los centros y distribuidos por ciclos.

El fin último es conseguir que todos los alumnos adquieran unos conocimientos mínimos que les permitan desenvolverse como ciudadanos.

La dedicación horaria establecida fue de 175 h. por curso académico para el primer ciclo y 170 h. para los otros dos.

En la LOGSE, la **Enseñanza Secundaria Obligatoria** se configura como una subetapa de la Enseñanza Secundaria, cuyo estudio resulta obligatorio y gra-

tuito para toda la población comprendida entre 12 y 16 años, lo que aumenta la educación obligatoria y gratuita en dos años. Dicha extensión ha permitido configurar, respecto al sistema anterior, una etapa educativa nueva, con características propias. Esa novedad y carácter específico han quedado reflejados en los contenidos curriculares de la etapa, que no van a ser una suma o fusión de elementos de los primeros y últimos años, respectivamente, de los niveles establecidos en la LGE de EGB, BUP y FP. El sentido del ciclo de Educación Secundaria Obligatoria es asegurar la unidad y coherencia curricular.

Esta etapa del nuevo sistema educativo es la que suscita mayor incertidumbre por: el carácter obligatorio y terminal de la nueva ESO, la coexistencia entre comprensividad y atención a la diversidad, la nueva práctica docente, las diferencias entre el alumno medio de otros planes de estudio y el alumno de la ESO, etc. Cabe resaltar también, otro aspecto relacionado con el campo político y económico ya que la LOGSE ha terminado con el carácter selectivo y discriminatorio que se generaba al acabar la EGB. Este cambio con la LOGSE implica además, que el alumno retrase su opción profesional y pueda hacerla en un momento de mayor madurez.

Al igual que para la Educación Primaria, se publicó un documento previo, *Diseño Curricular Base. Educación Secundaria Obligatoria* (MEC, 1989).

Como ya hemos indicado, la Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) indica que corresponde a las Comunidades Autónomas establecer el currículo de los distintos niveles, etapas, ciclos, grados y modalidades del sistema educativo. En todo caso, los mencionados currículos han de incorporar las correspondientes enseñanzas mínimas, cuya fijación es competencia exclusiva del Gobierno como garantía de una formación común para todos los españoles y de la validez de los títulos correspondientes. Así, en el R.D. 1007/1991 de 14 de junio se publican las enseñanzas mínimas para la Educación Secundaria Obligatoria y en el R.D. 1345/1991 de 6 de septiembre (BOE de 13 de septiembre) se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria para el territorio MEC, es decir, para aquellas Comunidades Autónomas que no tenían transferidas las competencias educativas, como era el caso de la Comunidad de Castilla y León.

Una de las novedades más importantes en la ESO ha sido la organización del currículo en torno a áreas. Con esta nueva estructura se pretende implantar un ámbito de contenidos más amplio, pudiendo introducir los temas transversales, permitiendo conectar mejor con la noción de interdisciplinariedad.

Respecto al currículo de Matemáticas, se contempla esa doble finalidad, formativa y utilitaria, al igual que en Educación Primaria, al organizar los contenidos de forma conceptual y forma cognitiva, distinguiéndose entre conceptos, procedimientos y actitudes, indicándose criterios de evaluación para toda la etapa de la ESO.

Los puntos más relevantes en la enseñanza de las Matemáticas para la Educación Secundaria Obligatoria son:

- El desarrollo de la facultad de razonamiento y abstracción, afirmando el espíritu de análisis y reforzando el poder de síntesis. De esta forma los adolescentes adquieren una estructura de pensamiento que les permite distinguir, de forma lógica y razonada, lo esencial de lo accesorio, las consecuencias de las causas, los medios de los objetivos, etc.
- La correcta comprensión de la información para potenciar el sentido crítico constructivo y facilitar la toma de decisiones.
- La propuesta de empezar por razonamientos sencillos e intuitivos, y potenciar la utilización de los sentidos. El aprendizaje inductivo y la utilización de esquemas y estrategias personales para la resolución de los problemas planteados llevarán en etapas posteriores a poder realizar razonamientos generales y abstractos.
- La potenciación del uso de la tecnología informática.
- La resolución de problemas en diversos contextos, como forma de hacer Matemáticas.

Los contenidos del currículo se configuran de forma cíclica. Los cuatro bloques de contenidos que aparecen en Educación Primaria se repiten en los dos ciclos de ESO, y aparece un nuevo bloque dedicado al Tratamiento del azar, estudiando los Métodos empíricos sobre regularidades en situaciones aleatorias en Primer ciclo y para Segundo Ciclo se estudia la Regla de Laplace y la Probabilidad Condicionada. Los bloques de contenidos en el RD 1007/1991 se enuncian sin rastros de notaciones propias de la matemática moderna y potenciando las distintas representaciones:

1. Números y operaciones: significados, estrategias y simbolización.
2. Medida, estimación y cálculo de magnitudes.
3. Representación y organización en el espacio.
4. Interpretación, representación y tratamiento de la información.
5. Tratamiento del azar.

Como ya se explicó en el apartado dedicado a la Educación Primaria en la LOGSE, en el año 1992 el Ministerio de Educación y Ciencia elaboró para la ESO los *Materiales para la reforma* vulgarmente conocidos por *las cajas rojas*.

El peso que tiene el bloque de Números sigue siendo significativo dentro del currículo, pero se hace hincapié en el desarrollo de capacidades de estimación y redondeo, de aproximación,... y no sólo en capacidades algorítmicas. También se potencia el uso de la calculadora y recursos informáticos incluyendo en 4º Curso cuestiones relativas a la notación científica y operaciones en notación científica.

En la Geometría del tercer ciclo de Educación Primaria se trataban las cuestiones relativas a los elementos del plano y las clasificaciones de figuras planas elementales y cuerpos sólidos, a partir de estos conocimientos en la Educación Secundaria Obligatoria se sigue profundizando en la geometría del plano (en 1º Curso) y del espacio (en 2º Curso), dejando para 3º los Movimientos en el Plano. La iniciación a la geometría analítica plana se mantiene en 4º curso de ESO (16 años) por la necesidad que tienen los profesores del Área de Física y Química del concepto de vector para explicar conceptos relativos al movimiento.

En cuanto a la Organización de la Información, es el bloque de contenidos que más se desarrolla en la LOGSE, tanto en Educación Primaria como en Educación Secundaria Obligatoria, desde la construcción e interpretación y lectura de tablas de valores y gráficas relacionadas con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información que se estudia en 1º Curso hasta el Cálculo e interpretación de los parámetros de centralización y dispersión de 4º Curso. La Probabilidad se retoma en 3º Curso de la ESO (ya aparece en los últimos cursos de Educación Primaria) y se tratan los experimentos aleatorios y la frecuencia y probabilidad de un suceso, y el cálculo de probabilidades mediante la Ley de Laplace. En 4º Curso se estudian las Probabilidades simple y compuesta.

Sobre el concepto de función se puede hacer una reflexión muy significativa de “deslizamiento” de contenidos a niveles más altos en la enseñanza, que también se ve en otros conceptos: se observa que el concepto de función aparece por primera vez en los planes de la LGE en Educación Primaria en séptimo curso (13 años) y en octavo curso se llegaba a las funciones polinómicas, pero en el currículo de la LOGSE no aparecen hasta 2º curso de la ESO (14 años) y además esas relaciones funcionales se explican sólo entre magnitudes directamente proporcionales, aunque se potencia la interpretación y lectura de gráficas relacionadas con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información. El estudio global de las funciones se hace sólo de forma gráfica y se comienza en 3º curso de la ESO para funciones lineales y afines, las cuadráticas y exponenciales se estudian en 4º curso (16 años).

La transición de Enseñanza Secundaria Obligatoria al Bachillerato es una preocupación de los educadores en general y de los legisladores educativos en particular, por lo que se establecen especificaciones para Cuarto Curso para la Opción A (de carácter terminal) de limitar la utilización de representaciones simbólicas y formalismos y en la Opción B (de carácter formal) dar más importancia a las capacidades relacionadas con el empleo de lenguajes simbólicos y representaciones formales, y a la precisión y exigencia en la adecuación del resultado, incidiendo en aspectos constructivos frente a los interpretativos; sobre los contenidos, lo más relevante es que se dejan para la Opción B los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y las razones trigonométricas.

Durante los años de implantación anticipada y progresiva de la nueva ordenación del sistema educativo promulgada en la LOGSE y los cuatro de su implantación generalizada, la experiencia mostró deficiencias en el sistema educativo y especialmente en la etapa de la ESO. Durante el Gobierno del Partido Popular, se publica el Real Decreto 3473/2000 de 29 de diciembre (BOE de 16 de enero de 2001) donde se expone la necesidad de proceder a una reforma de la educación secundaria con un nuevo diseño de las enseñanzas mínimas básicas en todo el territorio nacional. Esta Reforma tendrá como fin potenciar las áreas instrumentales de Lengua y Matemáticas con una mayor dedicación horaria; introducir en el currículo del área de Tecnología contenidos de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación; mejorar el conocimiento de la cultura clásica ampliando a dos cursos su oferta obligatoria; y actualizar los currículos de todas las áreas pretendiendo siempre la calidad didáctica y el adecuado rigor científico. Asimismo, al posibilitar también en el tercer curso la evaluación y calificación separadas de la Biología y Geología, por una parte, y la Física y Química, por otra, se pretende dotar a estas materias de mayor autonomía didáctica con el fin de favorecer la profundización de su estudio.

Las novedades que presenta este currículo respecto de la reforma anterior es que para cada área de conocimiento se presenta una introducción, unos objetivos para toda la etapa de la ESO y contenidos para cada curso y criterios de evaluación para primer ciclo y tercer y cuatro curso (no se estructuran los contenidos de forma conceptual y cognitiva como en el RD de mínimos de 1991). Los contenidos propuestos, como ya se ha dicho, se organizan conceptualmente a lo largo de los cuatro cursos que dura la ESO en: Aritmética y Álgebra; Geometría; Funciones y Gráficas; Estadística y Probabilidad.

Currículo de la ESO en la Comunidad Autónoma de Castilla y León

Como ya hemos dicho, la Ley Ordenación General del Sistema Educativo en su artículo 4.2, atribuye al Gobierno fijar los aspectos básicos del currículo que constituirán las enseñanzas mínimas para todo el Estado, y los contenidos básicos de las enseñanzas mínimas en las Comunidades Autónomas que no tengan lengua oficial distinta del castellano, en ningún caso requerirán más del 65% de los horarios escolares. Por el RD 1340/1999, de 31 de julio, se traspasaron las funciones y

servicios de la Administración del Estado a la Comunidad de Castilla y León en materia de enseñanza no universitaria, con lo que corresponde a la Consejería de Educación y Cultura establecer el Currículo propio para Castilla y León, y así se expresa también en el Acuerdo por la Mejora del Sistema Educativo de Castilla y León. Todo este trabajo cristalizó en el Decreto 7/2002, de 10 de enero, donde se establece el Currículo de la Educación Secundaria Obligatoria de la Comunidad de Castilla y León.

La finalidad de la Educación Secundaria Obligatoria que se expone en este documento es la formación integral de los alumnos, que incluye, tanto la transmisión de los elementos básicos de la cultura, como la educación en valores, base ambas para su incorporación a la vida activa o para el acceso a otros estudios. En el establecimiento del currículo de la Educación Secundaria Obligatoria adquieren gran relevancia los elementos metodológicos, que están condicionados de una parte, por las características físicas y psicológicas de los alumnos de esta etapa, y de otra, por las relaciones profesor-alumno y las que establecen los alumnos entre sí. Las posibilidades intelectuales de estos estudiantes cambian de forma cualitativa a lo largo de la etapa. El desarrollo de su capacidad de razonamiento les permitirá analizar y resolver problemas de tipo lógico-formal, abordar el aprendizaje de unos contenidos de carácter abstracto y afrontar situaciones gradualmente más complejas.

Las áreas obligatorias de la Educación Secundaria Obligatoria para Castilla y León serán las mismas que se establecieron en Real Decreto 3473/2000 de 29 de diciembre (BOE de 16 de enero de 2001) con el nuevo diseño de las enseñanzas mínimas, elaborado por el Gobierno de la Nación con mayoría absoluta del Partido Popular (ver Anexo para el caso de las Matemáticas)

La Consejería de Educación y Cultura de la Junta de Castilla y León emitió una Orden que regula la impartición de la Educación Secundaria Obligatoria en el BOCyL de 10 mayo 2002. En este documento se trata la evaluación, título y acreditación de los alumnos y se detalla el horario y organización curricular. El área de Matemáticas, se organizará en el cuarto curso de la etapa en dos variedades diferentes, de acuerdo con lo previsto en el Decreto 7/2002, de 10 de enero, que

establece el Currículo de la Educación Secundaria Obligatoria de la Comunidad de Castilla y León.

El horario general de cada uno de los cursos de los dos ciclos de la Educación Secundaria Obligatoria será de treinta períodos lectivos y la distribución del horario semanal para Matemáticas será: primer y segundo curso cuatro horas, tercer curso tres horas y cuarto curso cuatro horas.

En el currículo emanado por la Junta de Castilla y León, R.D. 7/2002, en 4º curso también se configura el área en dos opciones distintas, con los contenidos específicos para la opción B ya señalados al presentar el correspondiente currículo.

En cuanto al **Bachillerato**, La Ley Orgánica 1/1990, de 3 de Octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) definió sus características básicas, sus objetivos generales y su organización en materias comunes, materias propias de cada modalidad y materias optativas.

El Bachillerato derivado de la nueva ordenación del sistema educativo se estructura en dos cursos a realizar, generalmente, entre los 17 y los 18 años. Las modalidades aprobadas son: Artes, Ciencias de la Naturaleza y la Salud, Humanidades y Ciencias Sociales y Tecnología.

En lo que se refiere a Matemáticas, son materias propias de la modalidad, entre otras asignaturas:

- Ciencias de la Naturaleza y de la Salud:
 - En primer curso: Matemáticas I
 - En segundo curso: Matemáticas II
- Humanidades y Ciencias Sociales:
 - En primer curso: Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I
 - En segundo curso: Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II
- Tecnología:
 - En primer curso: Matemáticas I
 - En segundo curso: Matemáticas II

El Real Decreto 1178/1992, de 2 de Octubre (BOE de 21 de Octubre) estableció las enseñanzas mínimas del Bachillerato en sus materias comunes y en las materias propias de las modalidades. A su vez, el RD 1179/1992 de 2 de Octubre desarrolló el anterior el ámbito territorial de competencia del Ministerio de Educación y Ciencia; como en ese momento la Comunidad Autónoma de Castilla y León estaba incluida en dicho ámbito, nos referiremos al citado Real Decreto.

En cuanto a la concepción de las Matemáticas como disciplina científica, las Matemáticas I y II pierden, en teoría, el enfoque estructuralista y formalista del Plan de 1975. Así, se señala que las Matemáticas nacen de la necesidad de resolver determinados problemas prácticos y se sustentan por su capacidad para tratar, explicar, predecir, modelizar situaciones reales y dar consistencia y rigor a los conocimientos científicos.

En lo que se refiere al aprendizaje de los alumnos se asegura que participar en el conocimiento matemático consiste, más que en la posesión de los resultados finales de esta ciencia en el dominio de su “forma de hacer”.

En cuanto a los fines, se dice que las Matemáticas en el Bachillerato desempeñan un triple papel: instrumental, formativo y de fundamentación teórica y que deben cuidarse equilibradamente estos tres aspectos.

Los contenidos de dichas materias están distribuidos en primer curso en Estadística y Probabilidad, Geometría, Funciones, Aritmética y Álgebra y Resolución de Problemas. En segundo curso en Álgebra lineal, Análisis y Geometría.

Las Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I y II se configuran como asignaturas que deben proporcionar a los alumnos instrumentos más técnicos que permitan interpretar y abordar problemas de mayor complejidad matemática, entre ellos los especialmente relacionados con el mundo de la economía.

Los contenidos están distribuidos en primer curso en Aritmética y Álgebra, Funciones, Estadística y Probabilidad y Resolución de Problemas y en segundo

curso en Álgebra, Análisis y Estadística y Probabilidad. Los cuestionarios tienen un sentido fenomenológico y aplicado.

Posteriormente, en Enero de 2001 (BOE de 16 de Enero de 2001) se modificaron las enseñanzas mínimas de Bachillerato. En estas fechas ya estaban traspasadas a la Comunidad de Castilla y León las funciones y servicios en materia de enseñanza no universitaria (RD 1340/1999 de 31 de Julio). Por esta razón a partir del RD de enseñanzas mínimas esta Comunidad ha elaborado su propio currículo por Decreto 70/2002 de 23 de Mayo. Se trata de un currículo más denso con la incorporación explícita de conceptos y teoremas que no aparecían en el currículo anterior; desaparece el contenido transversal Resolución de Problemas (ver Anexo)

LA LEY ORGÁNICA DE CALIDAD DE LA EDUCACIÓN (2002)

La Ley Orgánica de Calidad de la Educación (LOCE) surgió como reacción a las deficiencias fundamentalmente de índole organizativa propiciadas por la puesta en práctica de la LOGSE. Se publicó en el BOE de 24 de Diciembre de 2002.

Dicha ley pretendía, por un lado, ser acorde con las necesidades del momento, y, por otro, solventar todas aquellas deficiencias del sistema educativo imperante en el momento. Estas deficiencias se concretaban en la necesidad de reducir las elevadas tasas de abandono de la Educación Secundaria Obligatoria, en mejorar el nivel medio de los conocimientos de nuestros alumnos, en universalizar la educación y la atención a la primera infancia y en la necesaria ampliación educativa a la población adulta. Por ello se entiende la educación como “una formación a lo largo de la vida en la que las diferentes etapas del sistema educativo conforman un continuo y se relacionan entre sí tanto desde el punto de vista de la eficacia de las acciones educativas como desde el de la eficiencia de la inversión pública en educación”. En el aspecto práctico, durante los diez años en los que se fue implantando progresivamente la LOGSE, estuvo caracterizada, en muchos casos, por el cambio de nombre de los cursos, una ligera reducción de la ratio, el desconcierto del profesorado –con el que no se había contado y se sintió excluido desde el

principio- y al que no se proporcionó la formación adecuada, la confusión con las repeticiones al finalizar los ciclos y la ausencia casi absoluta de medidas correctoras como profesorado de apoyo, agrupamientos flexibles, contratación de trabajadores/as sociales, etc. Simultáneamente, al tiempo que fue disminuyendo la consideración social del profesorado aumentaron progresivamente las exigencias y responsabilidades que se demandan a los centros educativos. Tampoco se proporcionaron las herramientas y recursos necesarios para afrontar las nuevas demandas a las que se enfrentaba el sistema educativo.

Para promover la mejora de la calidad del sistema educativo se publica esta ley que se organiza en torno a cinco ejes fundamentales:

- Valorar el esfuerzo y la exigencia personal, el deber, la disciplina y el respeto al profesor.
- Intensificar los procesos de evaluación de los alumnos, de los profesores, de los centros y del sistema en su conjunto.
- Organizar un sistema educativo que garantice oportunidades de calidad mediante una variedad de trayectorias.
- Elevar la consideración social del profesorado, reforzar la formación inicial, orientar mejor la formación continua y articular una carrera profesional.
- Desarrollar la autonomía de los centros educativos estimulando la responsabilidad de éstos en el logro de buenos resultados por los alumnos.

La **Educación Primaria** comprende seis cursos académicos que se cursan ordinariamente entre los seis y los doce años. En ella se pretende la formación de la persona, considerando no sólo la adquisición de las habilidades básicas en lengua, cálculo y lengua extranjera, sino las que se necesitan para el resto de la vida: hábitos de trabajo, lectura, convivencia ordenada y respeto a los demás.

Al final de esta etapa se prevé la realización de una prueba general de evaluación con el fin de facilitar tanto a las Administraciones educativas, como a los centros, los padres y los alumnos, datos e información precisa sobre el grado de consecución de los objetivos relacionados con las competencias básicas de este nivel educativo.

Por R.D. de 27 de junio de 2003 (BOE 2 de julio de 2003) se establecen las enseñanzas comunes de la Educación Primaria. Desaparece la organización de los contenidos atendiendo a su clasificación cognitiva. La descripción de los contenidos es extremadamente sucinta y esquemática, aunque bastante similar a la considerada en la LOGSE.

En la enseñanza de las Matemáticas se mantiene su doble papel formativo e instrumental. Se vuelve a insistir, como en planes anteriores, en la metodología basada en la resolución de problemas, la utilización de las nuevas tecnologías, el desarrollo de una actitud de curiosidad e interés hacia las matemáticas y aparece como recurso metodológico la historia de las matemáticas.

Los contenidos y criterios de evaluación están organizados por ciclos en tres grandes bloques: Aritmética y Medida. Geometría. Representación de la Información.

En cuanto a los contenidos, se incluyen los conceptos relativos a fracciones y números decimales en segundo ciclo, quizás como consecuencia del cambio de monedas (de pesetas a euros) que obliga a la utilización en la vida diaria de números decimales.

Aparecen en el tercer ciclo contenidos que no contemplaba la LOGSE como la divisibilidad o la numeración romana, y desaparecen otros como la iniciación a la probabilidad, privando de esta forma al niño de la adquisición de las primeras intuiciones relativas al azar.

La Geometría que se desarrolla es una geometría clásica que parte de los elementos del plano, con lo que no se tiene en cuenta los resultados de las diversas investigaciones realizadas en la didáctica de la matemática. Esto es una constante en todo el currículo de matemáticas que se aprecia tanto en la formulación de los contenidos, como en la organización y secuenciación de éstos. En cuanto a la formulación de los contenidos, aparecen como un listado de conceptos a los que no se les asocia ninguno de los aspectos cualitativos que debe primar en la instrucción.

En cuanto a la **Educación Secundaria Obligatoria**, en la Exposición de Motivos con la que comienza la redacción de la Ley Orgánica de Calidad de la Educación se señala la serie de importantes deficiencias que muestra nuestro sistema educativo, que se concretan en dicha etapa en la necesidad de reducir las elevadas tasas de abandono y en mejorar el nivel medio de los conocimientos de los alumnos ya que una cuarta parte del alumnado no obtiene el título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria y abandona el sistema sin titulación ni cualificación. Además, nuestros alumnos se sitúan por debajo de la media de la Unión Europea en sus conocimientos de materias instrumentales como las Matemáticas y las Ciencias, como revelan las evaluaciones y los análisis efectuados por organismos e instituciones tanto nacionales como internacionales.

El Real Decreto 831/2003, de 27 de junio, establece la ordenación general y las enseñanzas comunes de la Educación Secundaria Obligatoria (12-16 años). Tal como recoge la propia Ley de Calidad, Ley Orgánica 10/2002, de 23 de diciembre, este decreto de currículo de la Educación Secundaria Obligatoria establece que esta etapa se dividirá en cuatro cursos. Los dos primeros serán comunes para todos los alumnos y los dos últimos se organizarán en asignaturas comunes para todos y asignaturas específicas, que conforman los itinerarios:

En 3º habrá dos itinerarios: Tecnológico y Científico-Humanístico.

En 4º habrá tres: Tecnológico, Científico y Humanístico.

Los itinerarios serán elegidos por los alumnos, que podrán buscar de esta forma la oferta más adecuada a sus expectativas e intereses. Se prevé la movilidad entre itinerarios, es decir, que la elección de itinerario realizada en 3º no condicionará la de 4º. El cuarto curso se denominará Curso para la Orientación Académica y Profesional Postobligatoria. Así mismo todos los itinerarios conducirán al mismo Título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria.

En cuanto a las asignaturas, se mantienen las líneas principales de los Reales Decretos de Enseñanzas Mínimas del año 2000, que potencian el estudio de las materias instrumentales y de las áreas científicas y humanísticas, con algunos cambios (es el caso de la introducción del Latín en 4º de la ESO –que antes no existía– y de Cultura Clásica –que antes era optativa y que ahora pasa a ser común en 3º

de la ESO-). Se promoverán, igualmente, actividades de fomento de la lectura y expresión oral, así como el uso de las nuevas tecnologías y el refuerzo de los idiomas.

En lo que se refiere a las Matemáticas se especifican los contenidos para cada uno de los cursos divididos en cuatro grandes bloques: Aritmética y Álgebra; Geometría; Funciones y Gráficas; Estadística y Probabilidad. Se establecen dos opciones para tercero y cuarto curso. Asimismo se establecen criterios de evaluación para cada uno de los cuatro cursos.

Por lo que se refiere al **Bachillerato**, el R.D. 832/2003 de 27 de Junio (BOE de 4 de Julio) establece su duración y las enseñanzas comunes del mismo. La LOCE mantiene su duración en dos años y en el RD citado se organiza en tres modalidades: Artes, Ciencia y Tecnología y Humanidades y Ciencias Sociales, frente a las cuatro anteriores. Se establece una Prueba General de Bachillerato, al final del mismo, para obtener el título de Bachiller.

Las asignaturas de Matemáticas mantienen su denominación y los contenidos del currículo de las mismas son idénticos a los contenidos respectivos de enseñanzas mínimas del último currículo del Bachillerato derivado de la LOGSE.

Con la subida del PSOE al Gobierno de la Nación, en el Real Decreto 1318/2004, de 28 de mayo, se modificó el calendario de aplicación de la Ley Orgánica de Calidad de la Educación (LOCE), por lo que se ha visto diferida la implantación del sistema educativo aprobada por la citada Ley, y en la práctica es una ley derogada¹. Algunas medidas se fueron implantando como crear el Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo, INECSE, y que asume las funciones hasta ahora atribuidas al Instituto Nacional de Calidad y Evaluación. Sus funciones se amplían con las evaluaciones de diagnóstico que, sobre las competencias básicas del currículo, deberán realizarse tanto en la Educación Primaria como en la Educación Secundaria Obligatoria, así como trazar el plan de evaluación

¹ Por esta razón no hemos incluido los desarrollos curriculares en el Anexo de este trabajo, aunque sí aparecen recogidos en la Memoria final de la investigación.

general del sistema educativo y el Sistema Estatal de Indicadores de la Educación. Las conclusiones generales de estos diagnósticos y evaluaciones se harán públicas periódicamente con el fin de que la sociedad disponga de datos objetivos sobre la evolución y resultados de nuestro sistema educativo.

Otras medidas que propone la LOCE, como la Prueba General de Bachillerato, no llegaron a cristalizar. Ni tampoco la propuesta de establecer distintas opciones que, a través de itinerarios, en el segundo ciclo de la ESO, puedan ofrecer las fórmulas educativas que mejor se adecuen a las expectativas e intereses de los alumnos, sin que en ningún caso la opción elegida tenga carácter irreversible.

El Ministerio de Educación y Ciencia elaboró el documento: “Una educación de calidad para todos y entre todos”, que recogía aquellos aspectos que a su juicio deben ser objeto de reformas y realizaba una serie de propuestas de actuación. Después de un amplio debate, el Gobierno ha aprobado, en la reunión del Consejo de Ministros celebrada el 22 de julio de 2005, el Proyecto de Ley Orgánica de Educación (LOE), que sustituirá a la LOCE. El citado proyecto se ha remitido al Congreso de los Diputados para su tramitación parlamentaria, habiendo sido aprobado (con enmiendas) recientemente en el mismo.

Nota final: Esta investigación concluyó en Diciembre de 2005; posteriormente se ha aprobado la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación (BOE de 4 de Mayo).

ANEXO



Desde los inicios del siglo XX hasta el final de la Guerra Civil (1939)

PLAN 1934 Bachillerato. Cursos 5º, 6º y 7º

(elaboración propia a partir de los documentos oficiales)

Quinto Curso (alumnos de 14 - 15 años)

| PLAN 1934 | Monomios y Polinomios | Ecuaciones lineales | Sistemas de ecuaciones | Expresiones radicales | Ecuación de segundo grado | Gráficas |
|-----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Aritmética y Álgebra | -Adición, sustracción, multiplicación y división de monomios y polinomios. -Potencias y raíces de monomios. Cuadrado y cubo de un binomio. Cuadrado de un polinomio. Descomposición en factores. -Potencia enésima de un binomio. Propiedades de los coeficientes binómicos. Triángulo aritmético. -Práctica de operaciones con fracciones algebraicas. | -Equivalencia y transformación de ecuaciones. -Resolución y discusión de la ecuación de primer grado con una incógnita. -Marcha metódica en la resolución de problemas e interpretación de los resultados. -Ecuación de primer grado con dos incógnitas. Concepto de función. Representación geométrica de la función lineal. -La proporcionalidad directa como función. -Movimiento uniforme: velocidad. -Representación gráfica. Pendiente de una recta. | -Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Resolución gráfica. Métodos de sustitución, reducción e igualación. -Resolución gráfica y algebraica del problema de los móviles. -Ecuaciones con tres o más incógnitas. Sistemas de ecuaciones con más de dos incógnitas. Métodos de sustitución, igualación y reducción. -P r o b l e m a s de Aritmética concreta que se resuelven mediante sistemas de ecuaciones. | -Expresiones radicales. Operaciones con radicales. Racionalización de denominadores. | -Resolución y discusión de la ecuación de segundo grado con una incógnita. Relación entre los coeficientes y las raíces. -Ecuaciones bicuadradas. -Sistemas formados por una ecuación de primer grado y otra de segundo grado. | -Construcción de gráficas mediante tablas de valores. Signo y variación de una función. Idea de función creciente y decreciente en un intervalo. -Representación gráfica de $y = x^2$. Resolución gráfica de la ecuación de segundo grado. Estudio y representación gráfica del trinomio de segundo grado. -La proporcionalidad inversa como función. Gráfica de $y = a/x$. -Expresiones a^0 y a^8 . Idea de límite de una función. Idea de continuidad y discontinuidad. |

Quinto Curso (alumnos de 14 - 15 años)

| PLAN 1914 | Ángulos. Poliedros | Simetrías | Medida | Historia |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Geometría | <ul style="list-style-type: none"> -Rectas y planos en el espacio. Perpendicularidad. -Ángulos diedros. -Paralelismo en el espacio. -Ángulos poliedros. Propiedades de los triedros. Suma de las caras de un ángulo poliedro. Descripción y desarrollo plano de los cinco poliedros regulares convexos. Enunciado del Teorema de Euler. | <ul style="list-style-type: none"> -Simetría respecto a un punto, recta o plano. | <ul style="list-style-type: none"> -Propiedades y áreas de los prismas y pirámides. -Propiedades y áreas del cilindro y cono de revolución. -Esfera. Propiedades. Área de la superficie esférica. -Secciones del cono y cilindro de revolución. -Equivalencia de cuerpos. Volúmenes de los prismas, pirámides, cono y cilindro de revolución y esfera. | <ul style="list-style-type: none"> -Breve bosquejo histórico de la Geometría elemental. |

Sexto Curso (alumnos de 15 - 16 años)

| PLAN 1934 | Número real | Límites | Función exponencial y logarítmica | Progresiones | Interés | Números complejos | Historia |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| | <p>-Revisión del concepto de número real. Representación geométrica; postulado de continuidad.</p> <p>Definición de las operaciones con números reales.</p> <p>-Operaciones con potencias de exponente fraccionario.</p> | <p>-Límite de una sucesión de números reales.</p> <p>Límites de las sucesiones formadas con la suma, producto y cociente de los términos de otras dos.</p> <p>Formas simbólicas de las fracciones.</p> | <p>-Función exponencial. Representación gráfica y propiedades.</p> <p>-Función logarítmica. Representación gráfica y propiedades.</p> <p>-Logaritmos. Cálculo logarítmico.</p> <p>Logaritmos decimales. Manejo de tablas y regla de cálculo.</p> <p>-Resolución de ecuaciones exponenciales sencillas.</p> | <p>-Progresiones aritméticas y geométricas. Propiedades y suma. Suma de una progresión geométrica de infinitos términos. Aplicación a la teoría de las fracciones decimales periódicas.</p> | <p>-Interés compuesto. Anualidades de amortización y capitalización.</p> | <p>-Números complejos. Representación de los números complejos. Vectores.</p> <p>-Adición y sustracción de números complejos.</p> <p>Representación gráfica.</p> <p>-Resumen de las sucesivas ampliaciones del campo de los números y de la posibilidad de las operaciones aritméticas en cada una de ellas.</p> | <p>-Breve bosquejo histórico de la Aritmética y del Álgebra elemental.</p> |

Aritmética y Álgebra

Sexto Curso (alumnos de 15 - 16 años)

| PLAN 1934 | Funciones circulares | Expresión trigonométrica de complejos | Resolución de triángulos | Ecuaciones trigonométricas sencillas | Historia |
|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Trigonometría | <ul style="list-style-type: none"> -Funciones circulares. Representación geométrica. Variación y signo. Concepto de función periódica. -Relación entre las funciones circulares de un mismo ángulo y de ángulos complementarios y suplementarios. -Uso de las tablas trigonométricas. -Resolución de triángulos rectángulos. -Adición y sustracción de ángulos. Relación entre las funciones circulares de un ángulo y las de su duplo y mitad. Transformación de sumas en productos. | <ul style="list-style-type: none"> -Expresión trigonométrica de un número complejo. Producto y cociente de números complejos. Representación geométrica. Potencia de un número complejo. Fórmula de Moivre. Representación geométrica. Raíces de un número complejo. Raíces de la unidad. División de la circunferencia. | <ul style="list-style-type: none"> -Relaciones entre los elementos de un triángulo oblicuángulo. -Resolución de triángulos oblicuángulos. | <ul style="list-style-type: none"> -Resolución de ecuaciones trigonométricas sencillas. -Aplicaciones prácticas de la Trigonometría. | <ul style="list-style-type: none"> -Breve bosquejo histórico de la trigonometría. |

Séptimo Curso (alumnos de 16- 17 años)

| PLAN 1934 | Continuidad e funciones. | Derivación | Aplicaciones de la derivada | Derivadas de funciones elementales | Integración | Historia |
|------------|---------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| Artículo 5 | -Continuidad e funciones. | -Derivada y diferencial. Representación geométrica. Significación física: velocidad. -Derivación de las funciones algebraicas. -Derivadas sucesivas. Aceleración. | -Máximos y mínimos de una función. Aplicación a la determinación de máximos y mínimos en problemas de Geometría y Física. Aplicaciones de las derivadas al estudio de algunas funciones sencillas. | -Derivadas de las funciones seno, coseno, tangente y cotangente. -Derivadas de las funciones logarítmica y exponencial. El número e. Logaritmos neperianos. Paso de un sistema de logaritmos a otro. | -Noción de integral definida como expresión de un área. -Integración de las funciones enteras. Aplicación al cálculo de áreas y volúmenes. | -Indicaciones sobre el origen histórico del cálculo infinitesimal. |

Séptimo Curso (alumnos de 16- 17 años)

| PLAN 1934 | Coordenadas cartesianas | Ecuaciones de la recta | Ecuación de la circunferencia | Ecuaciones de las cónicas | Geometría del espacio | Historia |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| Geometría | -Coordenadas cartesianas rectangulares en el plano. Distancia entre dos puntos. Coordenadas del punto medio de un segmento. | -Diversas formas de la ecuación de una recta. -Intersección e dos rectas. Rectas paralelas y perpendiculares. Distancia de un punto a una recta. Bisectriz del ángulo de dos rectas. | -Ecuaciones de la circunferencia. Intersección con una recta. Ecuaciones de la tangente y de la normal en un punto. | -Ecuaciones de la elipse y la hipérbola referida a sus ejes. Intersección con una recta. Ecuaciones de la tangente y la normal en un punto. Asíntotas de la hipérbola. Hipérbola equilátera. -Ecuación e la parábola referida a su eje y directriz o al eje y la tangente en el vértice. Ecuaciones de la tangente y de la normal en un punto. | -Coordenadas cartesianas rectangulares en el espacio. - Ecuaciones del plano, recta y esfera. | - Indicaciones sobre el origen histórico de la geometría analítica. |

Desde el final de la Guerra Civil (1939) hasta la Ley General de Educación (1970)

CUESTIONARIOS DE 1965 (EDUCACIÓN PRIMARIA). CURSOS 7º y 8º
Curso 7º (12 -13 años)

| Ejercicios | Adquisiciones |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| Descomposición factorial de los números. | Idea y fundamentos de la numeración en base cualquiera. |
| Problemas de aplicación de la proporcionalidad de magnitudes. | Divisibilidad: M.C.D. y m.c.m. |
| Representación gráfica de magnitudes directa e inversamente proporcionales. | Simplificación de fracciones. Fracciones irreducibles. |
| Ejercicios de conversión y reducción de fracciones ordinarias y decimales. | Regla de tres compuesta. |
| Ejercicios sobre regla de tres compuesta, interés y descuento. | Mezclas y aleaciones. |
| Ejercicios sobre raíz cuadrada de números enteros decimales y fraccionarios. | Regla de interés y descuento. |
| Construcción de triángulos y polígonos semejantes con empleo del pantógrafo. | Raíz cuadrada. |
| Ejercicios sobre simetría axial y central. | Figuras geométricas iguales, equivalentes y semejantes. |
| Ejercicios sobre traslación de segmentos y geoplanos | Semejanza de triángulos. |
| Ejercicios sobre giro y traslación del rectángulo, triángulo rectángulo, circunferencia, círculo, semicircunferencia y semicírculo. | Proporcionalidad de segmentos en el triángulo rectángulo. Teorema de Pitágoras. |
| Problemas sobre áreas y volúmenes de los cuerpos de revolución. | Áreas de los cuerpos redondos. |
| Ejercicios sobre igualdad, equivalencia y semejanza de figuras. | Proyección de puntos, segmentos y planos. |
| Demostración experimental del teorema de Pitágoras. | Noción de álgebra, monomio y polinomio. |
| Problemas sobre mezclas y aleaciones. | Ecuación lineal. |
| Ejercicios de notación literal de magnitudes | |
| Ejercicios sencillos de monomios y polinomios. | |
| Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita. | |
| Representación gráfica de ecuaciones lineales. | |

Curso 8º (13 -14 años)

| Ejercicios | Adquisiciones |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Ejercicios que impliquen relación entre unidades del S.M.D. y el sistema internacional de medidas.</p> <p>Ejercicios de aplicación del teorema de Pitágoras.</p> <p>Ejercicios y problemas sobre áreas y volúmenes de paralelepípedos y prismas.</p> <p>Ejercicios sobre áreas y volúmenes de troncos de cono y pirámides.</p> <p>Construcciones que exijan la aplicación de relaciones métricas en la circunferencia y el triángulo.</p> <p>Problemas diversos de aplicación de Aritmética mercantil.</p> <p>Dibujo y construcción de figuras planas, poliédricas y de revolución.</p> <p>Cálculo de gastos en sencillos proyectos de pintura, revestimiento, decoración, construcción de muebles.</p> | <p>Sistema Internacional de Medidas.</p> <p>Estudios de la divisibilidad en todos los casos.</p> <p>Ampliación de la Aritmética mercantil.</p> <p>Demostración del teorema de Pitágoras.</p> <p>Medidas agrarias.</p> <p>Cuerpos poliedros regulares.</p> <p>Áreas de figuras planas y poliédricas.</p> <p>Volúmenes del tronco de cono y de pirámide.</p> <p>Simetrías elementales en el plano y en el espacio.</p> <p>Cuadrado de un binomio.</p> |

PLAN 1957 Bachillerato (elaboración propia a partir de los documentos oficiales)

Quinto Curso (alumnos de 14- 15 años)

| PLAN 1957 | Metodología | Funciones | Vectores | Derivada | Álgebra | Probabilidad y Estadística | Geometría |
|------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5º 14-15 años | <ul style="list-style-type: none"> -Iniciación al método racional. Axiomas. -Teoremas: hipótesis, tesis, directos, recíprocos, contrarios. -Condición necesaria y suficiente. -Métodos de resolución de problemas: planteo y discusión. -Métodos especiales de la geometría métrica.- Lugares geométricos. -Desarrollo racional de algún capítulo de la Aritmética. -Desarrollo racional de algún capítulo de la Geometría. | <ul style="list-style-type: none"> -Funciones exponencial y logarítmica. -Cálculo logarítmico. -Progresiones. -Interés compuesto. -Anualidades. -Funciones circulares. Teoremas de adición de ángulos y de funciones. | <ul style="list-style-type: none"> -Cálculo elemental de vectores. Área orientada. | <ul style="list-style-type: none"> -Funciones y gráficas. -Notión elemental de tangente a una curva. -Notión de derivada. -Interpretaciones físicas. | <ul style="list-style-type: none"> -Trinomio de segundo grado. | <ul style="list-style-type: none"> -Curvas de frecuencia. Histogramas. Promedios. -Dispersión. -Nociones de combinatoria. Potencia del binomio. -Probabilidad y frecuencia. -Curva normal. | <ul style="list-style-type: none"> -Resolución de triángulos cualesquiera. |

Sexto Curso (alumnos de 15 - 16 años)

| PLAN 1957 | Límites y continuidad | Geometría analítica | Derivada | Integral | Cónicas |
|--------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| 6. 15 - 16 años | -Revisión del concepto de número real. -Límites. -El número e. -Infinitésimos. -Concepto de función. -Continuidad. | -Estudio analítico de la recta. -Estudios analíticos de la circunferencia. | -Concepto de derivada y diferencial. -Derivación de las funciones elementales. -Crecimiento, decrecimiento, concavidad, máximos, mínimos e inflexiones. -Representación gráfica de funciones sencillas. | -Nociones de función primitiva e integral definida. -Aplicaciones sencillas al cálculo de áreas y volúmenes. -Aplicaciones físicas del cálculo. | -Estudio elemental de las cónicas. |

Cuestionarios de los textos piloto de la “Comisión para el ensayo didáctico sobre Matemática Moderna en los Institutos Nacionales de Enseñanza Media” (1967, 1969)

Cuestionario del Texto Piloto de 5º curso (14-15 años)

Teoría de conjuntos; Correspondencias; Relaciones binarias; El número natural; Combinatoria; El anillo Z de los números enteros; La divisibilidad en el anillo Z ; El cuerpo Q de los números racionales; Estadística; Polinomios; División de polinomios en Q ; Fracciones algebraicas; Sucesiones; El número real; El plano vectorial; El plano afín; Función de variable real; La función exponencial y logarítmica; Funciones trigonométricas

Cuestionario del texto piloto de sexto curso (15-16 años)

El número real; Producto escalar; Funciones de variable real; Derivada de una función; Plano euclídeo; Las cónicas; Nociones de Estadística; Aplicaciones de la derivada; El número complejo; Cálculo integral.

La Ley General de Educación (1970) y desarrollo posteriores

ORIENTACIONES PEDAGÓGICAS 1971 (EGB)

Séptimo curso (alumnos 12-13 años)

OBJETIVOS

- Construcción como extensión algebraica de N , del conjunto Z
- Conocimiento del isomorfismo entre N y $Z+$
- Ampliación del conocimiento y manejo de las estructuras algebraicas: grupo y anillo
- Manejar con soltura y precisión las propiedades del anillo Z , especialmente en el estudio y resolución de ecuaciones de primer grado con una variable.
- Expresión gráfica, mediante diagramas de las correspondencias entre conjuntos.
- Construcción de gráficas de funciones de variable entera.
- Concepto de proporcionalidad. Utilizar con precisión y rapidez las propiedades de las aplicaciones lineales en la resolución de problemas.

- Automatización en la resolución de ecuaciones con una incógnita con coeficientes enteros.

CONTENIDOS

- Construcción del conjunto de los números enteros. Suma de números enteros. El grupo aditivo de los números enteros. Ordenación.
- Producto de números enteros. El anillo de los números enteros.
- funciones de variable entera. Gráficas. Ecuaciones
- Concepto de volumen. Unidades. Volúmenes de cuerpos estudiados.
- Proporcionalidad de magnitudes. Aplicaciones: interés, repartos proporcionales, etc.
- Nociones de estadística.

METODOLOGÍA

- Parece oportuno presentar el conjunto de los enteros a partir del concepto de operador, con el que se presenta de modo más natural y con más posibilidades para su proyección práctica.

Es necesario que diferencie bien operador de número entero antes de introducirse en la estructuración del conjunto Z .

- El planteamiento del isomorfismo entre N y Z^+ debe venir inducido por la observación del alumno ante el comportamiento de los números, natural y entero positivos, respecto de las operaciones definidas, nunca presentado a priori. Respecto de la ordenación, es suficiente que maneje el criterio para poder decir, dados dos números enteros, cuál de los dos es el mayor.

- Es interesante, bajo el punto de vista didáctico que el alumno resuelva ecuaciones de primer grado con coeficientes enteros, manejando exclusivamente las propiedades del anillo, puesto que uno de los objetivos principales del curso es éste: conocimiento y empleo del conjunto de los números enteros.

- El concepto de volumen será introducido experimentalmente. Se manejarán los volúmenes de los cuerpos estudiados en problemas de fácil resolución.

- Presentar la proporcionalidad, tema también muy importante en este año, partiendo de situaciones experimentales. El alumno deberá señalar, dadas varias magnitudes, cuáles son proporcionales, aplicando el concepto matemático, que debe tener perfectamente asimilado, propio de este tipo de cuestiones resolver problemas.

- Análogamente los problemas de proporcionalidad compuesta que corresponden a una aplicación multilineal del conjunto de un número finito de magnitudes en una magnitud determinada. Se aconseja utilizar sólo las bilineales y la generalización a trilineales, etc. El profesor determinará en cada caso la oportunidad de su introducción.

Octavo curso (alumnos 13-14 años)

OBJETIVOS

- Construcción rigurosa del conjunto \mathbb{Q} , de los números racionales.
- Estructura algebraica de cuerpo.
- Empleo correcto de las propiedades del cuerpo \mathbb{Q} de los racionales.
- Capacidad de abstraer lo esencial y relacionarlo con lo estudiado en cursos anteriores.
- Asimilación del concepto de función, función polinómica y, en concreto, funciones polinómicas de segundo grado o cuadráticas.
- Representación gráfica de la función cuadrática: parábola.
- Resolución de ecuaciones de primer grado y segundo grado con una incógnita con coeficientes racionales. Automatización en los ejercicios correspondientes.

CONTENIDOS

- Construcción del conjunto de los números racionales.
- Suma de números racionales. Grupo aditivo. Ordenación.
- Producto de números racionales. El cuerpo de números racionales.
- Funciones de variable racional. Gráficas. Ecuaciones.
- Funciones polinómicas.
- Funciones cuadráticas.
- La ecuación de segundo grado. Parábola.

METODOLOGÍA

- Se puede hacer un estudio de \mathbb{Q} a partir de la noción de operador, como se hizo el primer año de esta etapa. En algún caso se podría introducir, si se considera oportuno, a partir del producto $Z \times Z$ definiendo en él la relación de equivalencia

En líneas generales, parece aconsejable, dado el nivel de estos alumnos, continuar el proceso iniciado en sexto, revisando y ampliando lo allí estudiado. Completará este estudio la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita y con coeficientes racionales y mediante el manejo de las nuevas propiedades del conjunto \mathbb{Q} .

- Es necesario definir bien la noción de función polinómica, para que cuando estudie los polinomios sepa distinguir ambos conceptos con precisión.

Interesa hacer un estudio concreto y particular a partir de las funciones polinómicas de la función cuadrática de la resolución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Hay que evitar que el objetivo formativo del tema anterior se reduzca a la automatización de una fórmula. En parte se puede conseguir, introduciendo al alumno en el tema de un modo progresivo, con situaciones perfectamente graduadas y conexas, por ejemplo ¿Qué es resolver una ecuación? Investigación personal del método para la resolución de determinadas ecuaciones que fácilmente se puedan reducir a otras de primer grado; ecuaciones de segundo grado incompletas, reducibles mediante la extracción de una raíz; ecuaciones completas.

- La representación gráfica de la función cuadrática, es decir, la parábola como es lógico sólo se puede hacer de un modo aproximado, puesto que se manejan los números reales y la curva es una función continua. Es importante hacer ver al alumno en qué sentido la gráfica que obtiene es sólo una aproximación.

PLAN DE ESTUDIOS 1975 (Bachillerato)

(elaboración propia a partir de los documentos oficiales)

| PLAN 1975 | Álgebra | Análisis | Geometría | Estadística |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.º Curso (14 años) | <ul style="list-style-type: none"> -Cuerpo de los números complejos. -Anillos de polinomios. Binomio de Newton. -Divisibilidad de polinomios. Divisibilidad. Cuerpo de fracciones. -Resolución de ecuaciones, inecuaciones y sistemas. -Sucesiones. Progresiones. Interés compuesto y anualidades. -Vectores en el plano y en el espacio. Estructura de espacio vectorial. | <ul style="list-style-type: none"> -Introducción al número real. Aproximación decimal. Radicales. -Funciones polinómicas de variable real. Representación gráfica. | | <ul style="list-style-type: none"> -Combinatoria. Probabilidad. -Variable estadística. Medidas de posición: central y dispersión. |
| 2.º Curso (15 años) | | <ul style="list-style-type: none"> -Límite de sucesiones. El número "e". Cálculo de límites. -Función real de variable real. Límite. Continuidad. -Función exponencial y logarítmica. Representación gráfica y propiedades. -Funciones circulares. Representación gráfica y propiedades. -Concepto de derivada. Función derivada. Primitivas de una función. | <ul style="list-style-type: none"> -El plano afín. Introducción del espacio afín. Geometría afín plana. | |
| 3.º Curso (16 años) | <ul style="list-style-type: none"> -Estudio del número complejo en forma polar. Operaciones. | <ul style="list-style-type: none"> -Cálculo diferencial. Aplicaciones. -Cálculo integral. Aplicaciones. | <ul style="list-style-type: none"> -Producto escalar. El plano euclídeo. El plano métrico. Trigonometría plana. -Geometría métrica plana. Cónicas. | <ul style="list-style-type: none"> -Variable aleatoria. Distribuciones binomial y normal. -Distribuciones bidimensionales. Rectas de regresión. Correlación. |

La Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (1990)

Contenidos del Currículo de 1991 (Educación Primaria)

(RD 1006/1991 de 14 de Junio, de enseñanzas mínimas, en negrita)

(RD 1334/1991 de 13 de Septiembre, todo el documento)

NÚMEROS Y OPERACIONES

Conceptos

1.- **Números naturales, fraccionarios y decimales**

- Necesidad y funciones: contar, ordenar, expresar cantidades o particiones, etc.
- Relaciones entre números (mayor que, menor que, igual a, diferente de mayor o igual que, menor o igual que, aproximadamente igual) y símbolos para expresarlas.
- Correspondencias entre fracciones sencillas y sus equivalentes decimales.
- El tanto por ciento de una cantidad

2.- Números positivos y negativos

3.- Números cardinales y ordinales

4.- **Sistema de numeración decimal**

- Base, valor de posición y reglas de formación de los números

5.- Numeración romana

6.- Las operaciones de suma, resta, multiplicación y división, y sus algoritmos

- Situaciones en las que intervienen estas operaciones
- La identificación de las operaciones inversas (suma y resta, multiplicación y división)
- Cuadrados y cubos

7.- Algoritmos de las operaciones

8.- **Reglas de uso de la calculadora de cuatro operaciones**

9.- Correspondencia entre lenguaje verbal, representación gráfica y notación numérica.

Procedimientos

1.- **Utilización de diferentes estrategias para contar de manera exacta y aproximada**

2.- Comparación entre números naturales, decimales (de dos cifras decimales) y fracciones sencillas mediante ordenación, representación gráfica y transformación de unos en otros.

3.- Utilización del Sistema de Numeración Decimal

- Lectura y escritura de números en diferentes contextos
- Composición y descomposición de números

4.- Interpretación, cálculo y comparación de tantos por ciento

5.- Formulación y comprobación de conjeturas sobre la regla que sigue una serie o clasificación de números y construcción de series y clasificaciones de acuerdo con una regla establecida

6.- Utilización de diferentes estrategias para resolver problemas numéricos (reducir una situación a otra con números más sencillos, aproximación mediante ensayo y error, etc.)

7.- **Explicación oral del proceso seguido en la realización de cálculos y en la resolución de problemas numéricos u operatorios.**

8.- Representación matemática de una situación, utilizando sucesivamente diferentes lenguajes (verbal, gráfico y numérico) y estableciendo correspondencias entre los mismos

9.- Decisión sobre la conveniencia o no de hacer cálculos exactos o aproximados en determinadas situaciones

10.- **Estimación del resultado de un cálculo y valoración de si una determinada respuesta numérica es o no razonable.**

11.- Automatización de los algoritmos para efectuar las cuatro operaciones con números naturales

12.- Automatización de los algoritmos para efectuar las operaciones de suma y resta con números decimales de hasta dos cifras con fracciones sencillas

13.- Utilización de la composición y descomposición de números para **elaborar estrategias de cálculo mental**

- Suma, resta, multiplicación y división con números de dos cifras en casos sencillos
- Porcentajes sencillos

14.- Identificación de problemas de la vida cotidiana en los que intervienen una o varias de las cuatro operaciones distinguiendo la posible pertinencia y aplicabilidad de cada una de ellas

15.- **Utilización de la calculadora de cuatro operaciones y decisión sobre la conveniencia o no de usarla atendiendo a la complejidad de los cálculos y a la exigencia de exactitud de los resultados.**

Actitudes

1.- **Curiosidad por indagar y explorar sobre el significado de los códigos numéricos y alfanuméricos y las regularidades y relaciones que aparecen en conjuntos de números**

2.- **Sensibilidad e interés por las informaciones y mensajes de naturaleza numérica apreciando la utilidad de los números en la vida cotidiana.**

3.- **Rigor en la utilización precisa de los símbolos numéricos y de las reglas de los sistemas de numeración.**

4.- Interés por conocer estrategias de cálculo distintas a las utilizadas habitualmente

5.- **Confianza en las propias capacidades y gusto por la elaboración y uso de estrategias personales de cálculo mental.**

6.- **Gusto por la presentación ordenada y clara de los cálculos de sus resultados.**

7.- Confianza en el uso de la calculadora

8.- Perseverancia en la búsqueda de soluciones a un problema

LA MEDIDA

Conceptos

1.- **Necesidad y funciones de la medición**

- Identificación de magnitudes

- Comparación de magnitudes

2.- Unidades de referencia. Unidades no convencionales

- 3.- **Las unidades de medida del Sistema Métrico Decimal (longitud, superficie, capacidad, masa)**
- 4.- Las unidades de medida de uso local
- 5.- **Unidades de medida de tiempo**
- 6.- La unidad de medida de ángulos: el grado
- 7.- Unidades monetarias

Procedimientos

- 1.- **Mediciones con unidades convencionales y no convencionales**
- 2.- Utilización de instrumentos de medida convencionales y construcción de instrumentos sencillos para efectuar mediciones
- 3.- **Elaboración y utilización de estrategias personales para llevar a cabo mediciones de manera exacta y aproximada**
- 4.- **Toma de decisiones sobre las unidades e instrumentos de medida más adecuados en cada caso, atendiendo al objetivo de la medición**
- 5.- Transformación de las unidades de medida de la misma magnitud
- 6.- **Expresión verbal del proceso seguido y de la estrategia utilizada en la medición**
- 7.- Utilización del sistema monetario aplicando las equivalencias y operaciones correspondientes.

Actitudes

- 1.- **Valoración de la importancia de las mediciones y estimaciones en la vida cotidiana**
- 2.- Interés por utilizar con cuidado diferentes instrumentos de medida y emplear unidades adecuadas
- 3.- **Gusto por la precisión apropiada en la realización de mediciones**
- 4.- **Curiosidad e interés por descubrir la medida de algunos objetos y tiempos familiares.**
- 5.- Valoración del Sistema Métrico Decimal como sistema de medida aceptado internacionalmente
- 6.- **Tendencia a expresar los resultados numéricos de las mediciones manifestando las unidades de medida utilizadas.**

FORMAS GEOMÉTRICAS Y SITUACIONES EN EL ESPACIO

Conceptos

- 1.- Puntos y sistemas de referencia
 - **La situación en el espacio**
 - **Distancias**, desplazamientos, **ángulos y giros** como elementos de referencia
 - **Sistema de coordenadas cartesianas**
- 2.- Los elementos geométricos
 - **Relación entre elementos geométricos (paralelismos, perpendicularidad)**
- 3.- **Formas planas**
 - Las figuras y sus elementos
 - Relaciones entre figuras
 - **Regularidades y simetrías**
- 4.- **Formas espaciales**
 - Los cuerpos geométricos y sus elementos
 - Relaciones entre cuerpos geométricos
 - **Regularidades y simetrías**
- 5.- **La representación elemental del espacio**
 - **Planos, mapas, maquetas**
 - Escalas: doble, mitad, triple, tercio, etc.
 - Escalas gráficas
- 6.- Instrumentos de dibujo (regla, compás, escuadra, cartabón, círculo graduado)

Procedimientos

- 1.- **Descripción de la situación y posición de un objeto en el espacio con relación a uno mismo y/o a otros puntos de referencia apropiados.**
- 2.- Representación y lectura de puntos en los sistemas de coordenadas.
- 3.- Elaboración, **interpretación y descripción verbal de croquis** e itinerarios
- 4.- Lectura, **interpretación y construcción de planos y maquetas** utilizando una escala gráfica.

- 5.- Lectura, **interpretación** y reproducción **de mapas**
- 6.- Utilización de los instrumentos de dibujo habituales para la construcción y exploración de formas geométricas
- 7.- Utilización adecuada del vocabulario geométrico básico en la descripción de objetos familiares.
- 8.- Construcción de formas geométricas a partir de datos previamente establecidos.
- 9.- **Comparación y clasificación de figuras y cuerpos geométricos utilizando diversos criterios.**
- 10.- **Formación de figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras mediante composición y descomposición.**
- 11.- **Búsqueda de elementos de regularidad y simetría en figuras y cuerpos geométricos.**
- 12.- Elaboración y utilización de estrategias personales para llevar a cabo mediciones y estimaciones de perímetros y áreas

Actitudes

- 1.- **Valoración de la utilidad de los sistemas de referencia y de la representación espacial en actividades cotidianas.**
- 2.- **Sensibilidad y gusto por la elaboración y la presentación cuidadosa de las construcciones geométricas.**
- 3.- **Precisión y cuidado en el uso de instrumentos de dibujo y disposición favorable para la búsqueda de instrumentos alternativos**
- 4.- **Interés y perseverancia en la búsqueda de soluciones a situaciones problemáticas relacionadas con la organización y utilización del espacio.**
- 5.- **Gusto por la precisión en la descripción y representación de formas geométricas.**

ORGANIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN

Conceptos

- 1.- **La representación gráfica**
 - Características y funciones (presentación global de la información, lectura rápida, realce de sus aspectos más importantes)

- 2.- **Las tablas de datos**
- 3.- **Tipos de gráficos estadísticos: bloques de barras, pictogramas diagramas lineales, etcétera.**
- 4.- La media aritmética y la moda
- 5.- **Carácter aleatorio de algunas experiencias**

Procedimientos

- 1.- **Exploración sistemática, descripción verbal e interpretación de los elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos familiares.**
- 2.- **Recogida y registro de datos sobre objetos, fenómenos y situaciones familiares utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición**
- 3.- Interpretación de tablas numéricas y alfanuméricas (de operaciones, horarios, precios, facturas, etc.) presentes en el entorno habitual
- 4.- Elaboración y utilización de códigos numéricos y alfanuméricos para representar objetos, situaciones, acontecimientos y acciones)
- 5.- Utilización de estrategias eficaces de recuento de datos.
- 6.- Elaboración de tablas de frecuencia a partir de los datos obtenidos sobre objetos, fenómenos y situaciones familiares.
- 7.- **Elaboración de gráficos estadísticos con datos poco numerosos relativos a situaciones familiares.**
- 8.- Obtención e interpretación de la media aritmética y de la moda en situaciones familiares concretas.
- 9.- **Expresión sencilla del grado de probabilidad de un suceso experimentado por el alumno.**

Actitudes

- 1.- Disposición favorable para la interpretación y producción de informaciones y mensajes que utilizan una forma gráfica de representación.
- 2.- **Actitud crítica ante las informaciones y mensajes transmitidos de forma gráfica y tendencia a explorar todos los elementos signi-**

ficativos de una representación gráfica, evitando interpretaciones parciales y precipitadas

3.- **Valoración de la expresividad del lenguaje gráfico como forma de representar muchos datos.**

4.- Apreciación de la limpieza, el orden y la precisión en la elaboración y presentación de gráficas y tablas.

5.- **Sensibilidad y gusto por las cualidades estéticas de los gráficos observados o elaborados.**

6.- Sensibilidad por la precisión y veracidad en el uso de las técnicas elementales de recogida y recuento de datos.

CURRÍCULO ESO LOGSE JUNTA DE CASTILLA Y LEÓN 2002

(Elaboración propia a partir de los documentos oficiales)

ARITMÉTICA Y ALGEBRA

| Curso | Limitas y continuidad | Divisibilidad | Medida | Raíz y proporcionalidad | Álgebra |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.º (12-13 años) | <ul style="list-style-type: none"> - N.º naturales. - N.º enteros. Operaciones. - Potencias: base entero, exp. natural. - Raíces cuadradas exactas. - Fracciones. Operaciones. - N.º decimales. Operaciones. Redondeo. - Sistema de numeración decimal. | <ul style="list-style-type: none"> - Divisibilidad con n.º naturales. - Divisores y múltiplos. | <ul style="list-style-type: none"> - Magnitudes y su medida. Sistema Métrico Decimal. - Unidad monetaria: el euro. | <ul style="list-style-type: none"> - Magnitudes direct. Proporciones. - Porcentajes. - Regla de tres. | |
| 2.º (13-14 años) | <ul style="list-style-type: none"> - Operaciones con fracciones, decimales, n.º enteros. - Jerarquía en las operaciones. - Estimaciones, aproximaciones y redondeo. - Potencias: base entero, exp. entero. - Raíces cuadradas aproximadas. - N.º racionales: - Escrituras equivalentes - Operaciones - Potencia exp. entero - Jerarquía - Relación de orden - Expres. decimal: fracción generatriz. - Expresiones no periódicas: n.º irracional. - Aproximación y errores. - Sucesiones. Progresiones aritméticas y | <ul style="list-style-type: none"> - Relación de divisibilidad. - m.c.d. y m.c.m. - Algoritmo Euclides. - N.º primos. - Descomposición. | <ul style="list-style-type: none"> - Medida del tiempo. Calendario Gregoriano. - Medida de ángulos. - Ángulos en una circunferencia. - Precisión, estimación. | <ul style="list-style-type: none"> - Magnitudes direct. e invers. proporcio. - Porcentajes. - Regla de tres e interés compuesto. | <ul style="list-style-type: none"> - Introd. lenguaje algebraico. Uso letras. - Interpretación, fórmulas y expresiones. - Ecuación de 1.º grado y una incógnita. |
| 3.º (14-15 años) | <ul style="list-style-type: none"> - Operaciones - Potencia exp. entero - Jerarquía - Relación de orden - Expres. decimal: fracción generatriz. - Expresiones no periódicas: n.º irracional. - Aproximación y errores. - Sucesiones. Progresiones aritméticas y | | | | <ul style="list-style-type: none"> - Polinomios. Operaciones. Identidades notables. Ceros. - Resolución ec. de 1.º grado y sistemas de 2 ec. con 2 incógnitas. - Ecuación de 2.º grado. - Algunas ec. reducibles a 2.º grado. |
| 4.º (15-16 años) | <ul style="list-style-type: none"> - Iniciación al n.º real. La recta real. Orden. - Operaciones - Potencia exp. fracción y radicales. | | | <ul style="list-style-type: none"> - Proporcionalidad numérica. | <ul style="list-style-type: none"> - Notación científica. Uso de calculadora. - Operaciones con polinomios. - Factorización de polinomios. Fracc algebraicas. (*) - Sistemas ec. lineales. - Inecuaciones. Sistemas de inecuaciones. (*) |

(*) Contenidos específicos de la Opción B

GEOMETRIA

| Curso | Figuras planas | Figuras espaciales | Cálculo de áreas y volúmenes | Movimientos |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.º (12-13 años) | <ul style="list-style-type: none"> - Elementos Básicos: punto, segmento, recta, ángulo, etc. - Relaciones de paralelismo y perpendicularidad. - Construc. Regla y compás. - Descripción, Construcción Clasificación y Características de: <ul style="list-style-type: none"> - Triángulos - Cuadriláteros - Polígonos regulares - Circunferencia | | <ul style="list-style-type: none"> - Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. - Unidades de áreas. - El número π. | |
| 2.º (13-14 años) | <ul style="list-style-type: none"> - Similitud: Teorema de Tales. - Razón de Similitud. Escalas. - Triángulos rectángulos: Teorema de Pitágoras. | <ul style="list-style-type: none"> - Elementos Básicos: punto, recta, plano. - Ángulos diedros. - Descripción, Características: <ul style="list-style-type: none"> - Cubo - Prisma - Pirámide - Paralelepípedos - Poliedros - Cono - Cilindro - Esfera | <ul style="list-style-type: none"> - Cálculo de áreas de cuerpos geométricos. - Cálculo de volúmenes. - Unidades de volumen y capacidad. | |
| 3.º (14-15 años) | <ul style="list-style-type: none"> - Descripción, Propiedades de: <ul style="list-style-type: none"> - Figuras planas. | <ul style="list-style-type: none"> - Descripción, Propiedades: <ul style="list-style-type: none"> - Cuerpos geométricos elementales. - Cilindro y Cono. - Poliedros regulares. - La esfera. Globo Terráqueo. | <ul style="list-style-type: none"> - Cálculo de áreas y volúmenes <ul style="list-style-type: none"> - Cubo - Prisma - Pirámide truncada - Paralelepípedos - Cilindro - Cono | <ul style="list-style-type: none"> - Traslaciones, giros y simetrías. - Algunos movimientos en el espacio. |
| 4.º (15-16 años) | <ul style="list-style-type: none"> - Figuras semejanzas. Razón de semejanza. Teorema de Tales. - Razones Trigonométricas. <ul style="list-style-type: none"> - Uso de la calculadora. - Resolución de triángulos rectángulos. - Resolución de triángulos (*) - Iniciación a la Geom. Analítica. <ul style="list-style-type: none"> - Puntos y coordenadas. - Rectas y ecuaciones. - Paralelismo y perpend. (*) - Resolución gráf. de sistem. equac. - Ecuación de la circunferencia. (*) | | | |

(*) Contenidos específicos de la Opción B

FUNCIONES Y GRÁFICAS / TABLAS Y GRÁFICAS

| Curso | Tablas | Gráficas | Funciones |
|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. ^o (12-13 años) | <ul style="list-style-type: none"> - Construcción. Interpretación de: <ul style="list-style-type: none"> - Tablas. | <ul style="list-style-type: none"> - Interpretación, lectura de Gráficas de: <ul style="list-style-type: none"> - Fenómenos naturales. - Vida cotidiana. - Mundo de la información. | <ul style="list-style-type: none"> - Relaciones funcionales entre magnitudes directamente proporcionales. |
| 2. ^o (13-14 años) | <ul style="list-style-type: none"> - Interpretación, lectura de: Gráficas y Tablas. | <ul style="list-style-type: none"> - Interpretación, lectura de: <ul style="list-style-type: none"> - Fenómenos naturales. - Vida cotidiana. - Mundo de la información. | <ul style="list-style-type: none"> - Relaciones funcionales entre magnitudes directamente proporcionales. |
| 3. ^o (14-15 años) | <ul style="list-style-type: none"> - Interpretación, lectura de gráficas en problemas relacionados con: <ul style="list-style-type: none"> - Fenómenos naturales. - Vida cotidiana. - Mundo de la información. | <ul style="list-style-type: none"> - Relaciones funcionales. Distintas formas de expresión. - Estudio gráfico de funciones. <ul style="list-style-type: none"> - Crecimiento y decrecimiento. - Máximos y mínimos. - Simetrías. - Continuidad. - Periodicidad. - Estudio gráfico y algebraico de funciones: <ul style="list-style-type: none"> - Constantes. - Lineales. - Afines. | <ul style="list-style-type: none"> - Relaciones funcionales. Distintas formas de expresión. - Estudio gráfico de funciones. <ul style="list-style-type: none"> - Crecimiento y decrecimiento. - Máximos y mínimos. - Simetrías. - Continuidad. - Periodicidad. - Estudio gráfico y algebraico de funciones: <ul style="list-style-type: none"> - Constantes. - Lineales. - Afines. |
| 4. ^o (15-16 años) | <ul style="list-style-type: none"> - Interpretación, lectura de gráficas en problemas relacionados con: <ul style="list-style-type: none"> - Fenómenos naturales - Vida cotidiana - Mundo de la información | <ul style="list-style-type: none"> - Función de la proporcionalidad inversa. - Función. Estudio gráfico. Carat. globales - Estudio de funciones: <ul style="list-style-type: none"> - Polinómicas de 1.^o y 2.^o grado. - Exponenciales. - Proporcionalidad inversa. - Logarítmicas. (*) | <ul style="list-style-type: none"> - Función de la proporcionalidad inversa. - Función. Estudio gráfico. Carat. globales - Estudio de funciones: <ul style="list-style-type: none"> - Polinómicas de 1.^o y 2.^o grado. - Exponenciales. - Proporcionalidad inversa. - Logarítmicas. (*) |

(*) Contenidos específicos de la Opción B

FUNCIONES Y GRÁFICAS / TABLAS Y GRÁFICAS

| | | ESTADÍSTICA | | | PROBABILIDAD |
|----------------------------|------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | | Recogida de información | Representación | Estadísticos | |
| ESTADÍSTICA | Curso | | | | |
| | 2.º (13-14 años) | - Estadística descriptiva unidimensional: Distribuciones discretas. | - Tablas de frecuencia y diagramas de barras. | - Media aritmética. - Moda. - Mediana. | |
| ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD | 3.º (14-15 años) | - Estadística descriptiva unidimensional. | - Tablas de frecuencia y gráficos estadísticos. | - Parámetros de centralización y de dispersión. Uso conjunto. - Percentiles. Uso de la calculadora. | - Experimentos aleatorios. Sucesos. - Frecuencia relativa y probabilidad. - Ley de Laplace - Diagramas de árbol |
| | 4.º (15-16 años) | - Variables discretas y continuas. Agrupación de datos. Intervalos y marca de clase. | - Elaboración e interpretación de tablas: - Tablas de frecuencia. - Diagrama de barras. - De sectores. - Histogramas. - Polígono de frecuencia. | - Cálculo e interpretación de parámetros de centralización y de dispersión. | - Técnicas combinatorias: - Variaciones. - Permutaciones. - Combinaciones. - Números combinatorios ^(*) - Binomio de Newton. ^(*) - Experimentos aleatorios. Espacio Muestral. - Probabilidad simple y compuesta. Sucesos dependientes e independientes. |

(*) Contarías específicos de la Opción B

CURRÍCULO BACHILLERATO LOGSE JUNTA DE CASTILLA Y LEÓN 2002

(elaboración propia a partir de los documentos oficiales)

Contenidos de Matemáticas I y II

| PLAN 2002 | Árbitria y Álgebra | Geometría | Funciones y gráficas. Análisis | Estadística y Probabilidad |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 16 años | <p>-Números reales. La recta real. Relación de orden. Intervalos. Distancia. Valor absoluto.</p> <p>-Resolución algebraica e interpretación gráfica de ecuaciones e inecuaciones de primer y segundo grado en una incógnita. Ecuaciones reducibles a una de segundo grado.</p> <p>Sistemas de ecuaciones lineales entre tres o más incógnitas: resolución de sistemas triangulares y método de Gauss.</p> <p>-Sucesiones numéricas. Idea intuitiva de límite. El número e.</p> <p>-Funciones exponenciales. Resolución de ecuaciones y sistemas sencillos de ecuaciones exponenciales con dos incógnitas.</p> <p>-Funciones logarítmicas. Resolución de ecuaciones logarítmicas.</p> | <p>-Ampliación del concepto de ángulo. Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera. Relaciones entre ellas. Funciones trigonométricas.</p> <p>-Resolución de ecuaciones trigonométricas.</p> <p>-Resolución de triángulos rectángulos. Teorema del seno. Teorema del coseno. Resolución de triángulos.</p> <p>-Números complejos. Formas binómica, trigonométrica y polar. Operaciones elementales.</p> <p>-Vectores en el plano. Operaciones y bases. Producto escalar de vectores. Ortogonalidad.</p> <p>-Ecuaciones de la recta. Incidencia, paralelismo y perpendicularidad. Cálculo de distancias entre puntos y rectas.</p> <p>-Lugares geométricos en el plano. Circunferencia, elipse, hipérbola y parábola: definición geométrica, elementos característicos y ecuación canónica. Método de completar cuadrados.</p> | <p>-Funciones reales de variable real. Características básicas de las funciones elementales. Composición de funciones.</p> <p>-Conceptos intuitivos de límite y continuidad. Técnicas elementales del cálculo de límites. Discontinuidades. Límites y comportamiento asintótico de una función.</p> <p>-Introducción a la derivación. Reglas de derivación. Aplicaciones geométricas. Aplicaciones físicas.</p> <p>-Representación gráfica de funciones: dominio, intersección con los ejes, asíntotas, puntos de tangente horizontal, intervalos de crecimiento y decrecimiento.</p> | <p>-Estadística descriptiva bidimensional. Representación gráfica: nube de puntos. Distribuciones marginales. Medias y desviaciones típicas marginales. Covarianza. Coeficiente de correlación lineal. Regresión lineal.</p> <p>-Variables aleatorias discretas. Distribución de probabilidad. Media y varianza. Distribución binomial. Cálculo de probabilidades de sucesos simples y compuestos.</p> <p>-Variables aleatorias continuas. Función de distribución. Tipificación de una variable normal. Cálculo de probabilidades de sucesos simples y compuestos.</p> |

Contenidos de Matemáticas I y II

| PLAN 2002 | Aritmética y Álgebra | Geometría | Funciones y gráficas. Análisis | Estadística y Probabilidad |
|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| <p>Matemáticas II - 17 años</p> | <p>-Sistemas de ecuaciones lineales. Operaciones elementales y reducción Gaussiana. Discusión y resolución de un sistema de ecuaciones lineales por el método de Gauss.</p> <p>-Representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales. Matrices de números reales. Operaciones con matrices. Matrices inversibles.</p> <p>-Combinación lineal de filas de una matriz. Obtención por el método de Gauss del rango de una matriz y de la matriz inversa.</p> <p>-Determinantes. Cálculo de determinantes de órdenes dos y tres mediante la regla de Sarrus. Propiedades de los determinantes.</p> <p>-Cálculo de determinantes mediante operaciones elementales.</p> <p>-Utilización de los determinantes en la discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.</p> | <p>-Vectores en el espacio tridimensional. Operaciones y bases. Producto escalar. Ortogonalidad y bases ortonormales. Producto vectorial. Producto mixto.</p> <p>-Sistemas de referenda. Coordenadas de puntos. Obtención e interpretación de las ecuaciones de rectas y planos a partir de sistemas de referencias ortonormales.- Resolución de problemas de incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos.</p> <p>-Resolución de problemas métricos, relacionados con el cálculo de ángulos, distancias, áreas y volúmenes.</p> | <p>-Límite de una sucesión. Cálculo de límites. EL número e.</p> <p>-Límite de una función en un punto. Propiedades. Técnicas del cálculo de límites. Límites laterales. Límites en el infinito. Comportamiento asintótico de una función.</p> <p>-Funciones continuas. Propiedades. Continuidad y función compuesta.- Determinación de discontinuidades. Continuidad en intervalos cerrados.</p> <p>-Derivada de una función en un punto. Funciones derivables. Propiedades. Cálculo de derivadas. Teorema de Rolle. Teorema del valor medio. Regla de L'Hôpital.</p> <p>-Intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función. Máximos y mínimos en un intervalo. Representación gráfica de funciones. Optimización.</p> <p>-Primitiva de una función. Reglas básicas de integración.</p> <p>-Cálculo de integrales indefinidas sencillas: inmediatas, por cambio de variable, de funciones racionales y por partes.</p> <p>-Sumas de Riemann e integral definida. Propiedades.</p> <p>-Regla de Barrow. Teorema del valor medio para integrales. Áreas de regiones planas.</p> | |

Contenidos de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y II.

| PUAN 2002 | Aritmética y Álgebra | Funciones y Gráficas. Análisis | Estadística y probabilidad |
|------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Matemáticas apl. CC SS I - 16 años | <ul style="list-style-type: none"> -Números racionales e irracionales. Los números y e. -La recta real, ordenación y operaciones. Intervalos. Valor absoluto. -Potencias de exponente racional y radicales. Operaciones. -Logaritmos decimales y neperianos. Operaciones. -Resolución algebraica de ecuaciones de primer y segundo grado en una incógnita. -Polinomios. Operaciones elementales. Regla de Ruffini. -Factorización de polinomios. Iniciación a las fracciones algebraicas. -Estudio y resolución gráfica y algebraica de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Sistemas con tres incógnitas: método de Gauss. -Ecuaciones lineales con una o dos incógnitas Interpretación y resolución gráfica. Sistemas de inecuaciones. Sucesiones de números reales. Progresiones. Matemática financiera. | <ul style="list-style-type: none"> -Funciones reales de variable real. Tablas y gráficas. Expresión analítica. Aplicación a la interpretación de fenómenos sociales. -Estudio gráfico y analítico de las funciones polinómicas de primer y segundo grado y de las funciones de proporcionalidad inversa. -Determinación de valores de una función expresada analítica o gráficamente. -Determinación de valores de una función expresada mediante una tabla: interpolación lineal y cuadrática. Problemas de aplicación. -Las funciones exponencial y logarítmica: identificación e interpretación. Estudio de funciones periódicas sencillas con la ayuda de calculadora y/o programas informáticos. Aplicación en la resolución de problemas relacionados con las Ciencias Sociales. -Conceptos intuitivos de límite y continuidad. Técnicas elementales en el cálculo de límites. Aplicación al estudio de discontinuidades y asíntotas. -Tasa de variación media y tasa de variación instantánea. Derivada de una función en un punto y función derivada. Reglas de derivación. Aplicaciones geométricas. -Representación gráfica de funciones polinómicas y racionales sencillas. | <ul style="list-style-type: none"> -Estadística descriptiva bidimensional. Elaboración e interpretación de tablas de frecuencia de doble entrada. Representación gráfica: nube de puntos. Variables marginales. -Medias y desviaciones típicas marginales. Covarianza. Coeficiente de correlación lineal. Rectas de regresión lineal. Relaciones entre dos variables estadísticas. Predicciones estadísticas. -Variables aleatorias discretas. Distribución de probabilidad. Media y varianza. Distribución binomial. Uso de tablas. Cálculo de probabilidades de sucesos simples y compuestos. -Variables aleatorias continuas. Función de distribución. Distribución normal típica (descripción gráfica). Uso de tablas. Tipificación de una variable normal. Cálculo de probabilidades de sucesos simples y compuestos. |

Contenidos de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y II.

| PLAN 2002 | Aritmética y Álgebra | Funciones y Gráficas. Análisis | Estadística y probabilidad |
|------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Matemáticas apl. CCSS II - 17 años | <ul style="list-style-type: none"> -Sistemas de ecuaciones lineales. Operaciones elementales y reducción gaussiana. Discusión y resolución de un sistema de ecuaciones lineales con dos o tres incógnitas por el método de Gauss. -Matrices de números reales: Operaciones con matrices. La matriz como expresión de tablas y gráficos. Representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales. -Producto de matrices cuadradas. Matrices inversibles. -Obtención de matrices inversas sencillas por el método de Gauss. -Resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones matriciales sencillos. -Resolución de problemas con enunciados relativos a las Ciencias Sociales y a la Economía que puedan ser tratados mediante el planteamiento de sistemas de ecuaciones lineales con dos o tres incógnitas. -Ecuaciones lineales con dos incógnitas. Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Interpretación y resolución gráfica. -Iniciación a la programación lineal bidimensional. Planteamiento y resolución gráfica. Comprobación analítica. | <ul style="list-style-type: none"> -Límite de una función en un punto. Técnicas elementales de cálculo de límites. Límites laterales. Determinación de asíntotas. -Continuidad de una función en un punto. Determinación de discontinuidades. Continuidad lateral. Estudio intuitivo de la continuidad en intervalos cerrados. -Derivada de una función en un punto. Recta tangente en un punto. Reglas de derivación. -Aplicación de las derivadas al estudio de las propiedades locales de una función. Máximos y mínimos. Intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función. -Aplicación de las derivadas a la resolución de problemas de optimización relacionados con las Ciencias Sociales: tasas de variación, ritmo e crecimiento, problemas de optimización. -Estudio y representación gráfica de una función polinómica, racional, exponencial o logarítmica sencilla a partir de sus propiedades locales o globales. -La integral indefinida. Cálculo de integrales indefinidas sencillas. -La integral definida. Regla de Barrow. Cálculo de áreas planas. | <ul style="list-style-type: none"> -Experimentos aleatorios. Sucesos. Operaciones con sucesos. -Probabilidad. Probabilidad condicionada. Probabilidad total. Teorema de Bayes. -Muestreo. Técnicas de muestreo. Parámetros de una distribución y estadísticos muestrales. -Distribución de probabilidad de la media muestral. Teorema central del límite. -Inferencia estadística. Estimación por intervalos de confianza. Nivel de confianza. Contraste de hipótesis. Nivel de significación. |

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ascarza, V.F. (1924): *Diccionario legislativo de Primera Enseñanza*: Madrid: Magisterio Español.
- González Labajo, A. (1965): Las Matemáticas en el Bachillerato. *Revista de Enseñanza Media*, nº 152.
- López del Castillo, M^a.T. (1982): Planes y programas escolares en la legislación española. *Bordón*, Vol. XXXIV, 127-202.
- Ministerio de Educación y Ciencia (1967): *Matemática Moderna: Quinto Curso: Texto Piloto*. Madrid: Publicaciones de la Dirección General de Enseñanza Media.
- Ministerio de Educación y Ciencia (1969): *Matemática Moderna: Sexto Curso: Texto Piloto*. Madrid: Publicaciones de la Dirección General de Enseñanza Media.
- Ministerio de Educación y Ciencia (1969): *La educación en España. Bases para una política educativa*: Madrid: Secretaría General Técnica del MEC.
- Ministerio de Educación y Ciencia (1985): *Historia de la Educación en España. Tomos I y II*. Madrid: Secretaría General Técnica del MEC.
- Ministerio de Educación y Ciencia (1987): *Proyecto para la Reforma de la Enseñanza en los niveles de Educación Infantil, Primaria, Secundaria y Profesional: propuestas para el debate*. Madrid: MEC.
- Ministerio de Educación y Ciencia (1989a): *Libro Blanco para la reforma del sistema educativo*. Madrid: MEC.
- Ministerio de Educación y Ciencia (1989b): *Diseño Curricular Base. Educación Primaria*. Madrid: MEC.
- Ministerio de Educación y Ciencia (1989c): *Diseño Curricular Base. Educación Secundaria*. Madrid: MEC.
- Ministerio de Educación y Ciencia (1991): *Bachillerato: estructura y contenidos*. Madrid: MEC.

- Rico, L. y Sierra, M. (1994): Educación Matemática en la España del Siglo XX. En, J. Kilpatrick, L. Rico y M. Sierra *Educación Matemática e Investigación*. Madrid: Síntesis.

- Revista de Enseñanza Media (1962): *Editorial*.

- Revista Vida Escolar (1970-71): *Orientaciones para los planes y programas de estudio de la EGB*, n. 124-15.

- Revista Vida Escolar (1980): *Programas renovados de Preescolar y Ciclo Inicial*, n. 208.

- Revista Vida Escolar (1981): *Programas renovados de EGB (Medio y Superior)* (Documento de consulta), n. 210.

- Revista Vida Escolar (1982): *Programas renovados del Ciclo Medio*, n. 216-217.

- Sierra, M.(1989). *La enseñanza de las Matemáticas en la EGB en España (1970-1980)*. Aula. Vol. II, 69-74.

- Sierra, M., González, M^a T. y López, C. (1999): Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de Bachillerato y Curso de Orientación Universitaria (COU): 1940-1995. *Enseñanza de las Ciencias*, 17(3), 463-476.

- Sierra, M., González, M^a T. y López, C. (2003): El concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanza secundaria en la segunda mitad del siglo XX. *Educación matemática*, Vol 15 (1), 21-50.

- Utande, M. (1964): *Planes de Estudio de Enseñanza Media*. Madrid: Ministerio de Educación Nacional

- Colecciones legislativas

Colección legislativa de la Gaceta de Madrid.

Colección legislativa del Boletín Oficial del Estado.

Colección legislativa del Boletín Oficial de Castilla y León.

Colección legislativa del Ministerio de Educación y Ciencia.

**Capítulo 3:
Síntesis
del Proyecto de
Investigación
de la Línea II:**

**Determinantes
Psicológicos del
Rendimiento
Académico
en Matemáticas**

Línea II: “Determinantes psicológicos del rendimiento académico en matemáticas”.

Departamento de Psicología.

Facultad de Educación y Trabajo Social. Universidad de Valladolid.

Directora: **D^a. M^a Francisca Calleja González**

Equipo:

- María Francisca Calleja González
- Tomás Ortega del Rincón
- Inmaculada Calleja González
- Benito Árias Martínez
- María Teresa Crespo Sierra

PRESENTACIÓN

El Plan de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo de Castilla y León contempla distintos programas, siendo uno de ellos el Programa de Evaluación del Sistema Educativo, dentro del cual se sitúa el estudio de evaluación de las matemáticas, que constituye una de las evaluaciones específicas del sistema, cuya pretensión es la obtención de información a través de la evaluación transversal del área en el Modelo Educativo de Castilla y León, con objeto de tomar las decisiones pertinentes orientadas a su mejora en las diferentes etapas educativas.

El Informe PISA 2003 pone de relieve que los resultados en el área de Matemáticas de los alumnos de quince años de Castilla y León están por encima de la media de los países de la O.C.D.E. y de la media de España. Ante esta realidad, la Consejería de Educación considera necesario analizar las causas que impiden la obtención de mejores puntuaciones que sitúen al alumnado de esta autonomía en la zona de la excelencia.

En el estudio de evaluación de las matemáticas se contemplan dos fases: en la primera se pretende obtener información objetiva a través de la realización de cuatro líneas de investigación (1ª, Evolución histórica de la enseñanza de las matemáticas; 2ª, Determinantes psicológicos del rendimiento académico en matemáticas; 3ª, Análisis de resultados individuales correlacionando la evolución de los cortes de alumnos; 4ª, Distribución de niveles competenciales para el mínimo en los estudios universitarios y ciclos profesionales superiores); la segunda fase pretende interrelacionar los resultados obtenidos en torno a cuatro secciones: contenidos, profesorado, resultados y conclusiones.

La evaluación de los determinantes psicológicos del rendimiento académico en matemáticas pretende ir más allá de la mera recogida de información, ya que tanto su diseño como su realización tratan de adecuarse a la teoría constructivista del aprendizaje, que siguiendo el paradigma proceso-producto, resalta la necesidad de enseñar a pensar para desarrollar un aprendizaje autónomo, aprendiendo a aprender, así como la importancia de pres-

tar atención al conjunto de variables que con su influencia modulan el proceso de aprendizaje. Nos referimos tanto a las variables personales a nivel cognitivo y afectivo - motivacional como a determinadas variables contextuales, donde se resaltan tanto la acción mediadora del profesorado en el ambiente escolar como la de los padres en el ambiente familiar. Desde estos principios se definen los siguientes criterios que guían la evaluación: 1) *Aplicar un modelo de evaluación instrumental y dinámica*, 2) *Analizar tanto los resultados como los procesos que influyen sobre ellos*, 3) *Deducir posibles medidas de mejora*.

Los resultados alcanzados por el alumnado en el curso 2005-2006 al finalizar las etapas de Educación Primaria y Educación Secundaria Obligatoria se relacionan con los procesos cognitivos y afectivo-motivacionales del alumnado y con los procesos educativos de los contextos escolar y familiar.

A. Resultados en Matemáticas

Con las pruebas de rendimiento se pretende valorar los niveles de aprendizaje de los alumnos al finalizar las etapas educativas obligatorias (6º Educación Primaria y 4º de Educación Secundaria Obligatoria) según los estándares curriculares fijados en el marco de las enseñanzas mínimas. En concreto trata de determinar el progreso de los alumnos en los siguientes contenidos:

- El aprendizaje de los diferentes sistemas de representación: Verbal, simbólico, numérico y gráfico.
- Práctica operacional: Cálculos y algoritmos aritméticos y algebraicos.
- Destrezas procedimentales sencillas.
- Estrategias de aplicación de conceptos matemáticos.
- Habilidad en el tratamiento de la información.
- Capacidad de razonamiento abstracto.

B. Procesos cognitivos y afectivos

- Inteligencia general.
- Aptitudes escolares.
- Estrategias de aprendizaje.
- Personalidad.
- Expectativas del alumno sobre su rendimiento.

C. Contextos educativos escolar y familiar

- Recursos del Centro.
- Expectativas del profesorado sobre el rendimiento del alumnado.
- Nivel cultural de los padres.
- Ayudas suministradas.

Finalmente, queremos expresar nuestro agradecimiento a la Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León por la confianza depositada en este equipo investigador al permitirnos llevar a cabo esta investigación, así como a los directores de centros, profesorado y alumnado de los mismos. El trabajo que presentamos no hubiera sido posible sin su colaboración. GRACIAS.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Evaluación del Aprendizaje

La evaluación del aprendizaje implica no solo explorar los conocimientos del alumno, sino además incluir el conjunto de variables que participan en el proceso de enseñanza-aprendizaje: variables cognitivas, motivacionales y afectivas.

El rendimiento o aprendizaje actual se concibe como el grado de aprendizaje que un alumno ha adquirido tras un proceso de enseñanza-aprendizaje transmitido por medio de una instrucción programada (Cohen, Swerdlik y Phillips, 1996). Se trata de indagar sobre lo que el alumno ha aprendido en las distintas materias cursadas y de conocer el producto de su aprendizaje (Overton, 2000).

La evaluación del aprendizaje escolar se enmarca en la perspectiva que surge de las nuevas concepciones y desde una aproximación educativa (Mayer, 1992), el aprendizaje se concibe como un proceso constructivo y autorregulado. Ha dejado de entenderse exclusivamente como adquisición o modificación de respuestas incorporadas por mecanismos asociativos y promovidos externamente, postura defendida por el conductismo de 1950, o como la mera adquisición de conocimientos incorporados a la memoria tras el procesamiento de la información, corriente defendida por el cognitivismo de los años 60.

Una de las diferencias fundamentales entre las dos concepciones del aprendizaje, asociacionista y organicista, reside en la naturaleza de los cambios que estudian. Las teorías asociacionistas en sus diversas variantes se ocupan de cambios continuos medibles y, por tanto, cuantificables, que tienen lugar como consecuencia de la práctica acumulada bajo ciertas condiciones. Por el contrario, las teorías organicistas, al huir de un enfoque atomista, se ocupan de los cambios producidos en la organización de las estructuras cognitivas, como consecuencia de la interacción entre esas estructuras y los objetos a los que se aplican. A juicio de Pozo (1989), la integración entre ambas formas de entender el aprendizaje pasa necesariamente por la reconciliación entre los cambios cuantitativos y cualitativos. Es necesario que los enfoques organicistas logren integrar los procesos asociativos como parte constitutiva de la reestructuración, integración que se producirá necesariamente en contextos de instrucción.

Al analizar las ideas de Vygotski sobre el aprendizaje de conceptos, se observa que los aprendizajes por asociación y por reestructuración no solo no se excluyen sino que se necesitan mutuamente. A diferencia de Piaget, Vygotski cree que el aprendizaje asociativo puede actuar como facilitador de la reestructuración. Esto se refleja en sus diferencias con respecto a las relaciones entre aprendizaje y desarrollo, y el papel concedido por uno y otro al medio social y, como consecuencia, a la importancia atribuida a la instrucción. Mientras que para Piaget estos factores facilitan el desarrollo, pero no determinan su curso, para Vygotski son factores determinantes del desarrollo. Éste autor concede una extraordinaria importancia a la instrucción, a la vez que resalta las estrechas relaciones existentes entre aprendizaje e instrucción.

Relaciones entre aprendizaje e instrucción

En cuanto a las relaciones entre aprendizaje e instrucción, Pozo (1996) considera que la teoría del aprendizaje de Ausubel (Ausubel, Novak y Hanesian, 1978) complementa la metateoría de Vygotski.

La teoría del aprendizaje de Ausubel se centra en el producido en un contexto educativo, es decir, en el marco de una situación de interiorización o asimilación a través de la instrucción. Ausubel se ocupa especialmente de los procesos

de aprendizaje-enseñanza de los conceptos científicos a partir de aquellos previamente formados por el sujeto en su vida cotidiana.

Ausubel, en su teoría constructivista, pone el acento en la organización del conocimiento en estructuras y en las reestructuraciones que se producen debido a la interacción entre esas estructuras presentes en el sujeto y la nueva información. A diferencia de otras posiciones organicistas como la de la Gestalt o la de Piaget. Ausubel, al igual que Vygotski, cree que para que esa reestructuración se produzca se precisa de una instrucción formalmente establecida, que presente de modo organizado y explícito la información que debe desequilibrar las estructuras existentes. El punto de partida de esta teoría es la distinción entre el aprendizaje y la enseñanza.

Ausubel considera que toda situación de aprendizaje puede analizarse en relación con dos dimensiones que constituyen los ejes vertical y horizontal. El vertical hace referencia al tipo de aprendizaje realizado por el alumno, es decir, los procesos mediante los que codifica transforma y retiene la información, e iría del aprendizaje memorístico repetitivo al aprendizaje significativo; el eje horizontal se refiere a la estrategia de instrucción planificada para fomentar ese aprendizaje e iría de la enseñanza receptiva donde el profesor expone lo que el alumno debe aprender a la enseñanza basada exclusivamente en el descubrimiento espontáneo por parte del alumno.

Al concebir el aprendizaje y la enseñanza como continuos y no como variables discontinuas, Ausubel evita reduccionismos, y a la vez establece la posibilidad de interacciones entre asociación y reestructuración en el aprendizaje.

Un aprendizaje es significativo cuando puede incorporarse a las estructuras de conocimiento que posee el sujeto, cuando el nuevo material adquiere significado para él a partir de su relación con conocimientos anteriores. Un aprendizaje memorístico es aquel en el que los contenidos están relacionados entre sí de modo arbitrario, careciendo de todo significado para la persona que aprende. Ambos tipos de aprendizaje se diferencian también por el tipo de motivación que promueven, así como por las actitudes del alumno ante el aprendizaje.

Para que se produzca un aprendizaje significativo es preciso que, tanto lo que se aprende como el sujeto que debe aprenderlo cumplan unas condiciones. El material que se aprende debe tener significado en sí mismo, y posee significado lógico o potencial si sus elementos están organizados y no solo yuxtapuestos; el material debe estar compuesto por elementos organizados en una estructura. Sin embargo, no todos los materiales estructurados se aprenden significativamente, además es necesario que la persona que debe aprenderlos cumpla otras condiciones: en primer lugar, es necesaria una predisposición para el aprendizaje; en segundo lugar, dado que comprender requiere un esfuerzo, la persona debe tener algún motivo para esforzarse, es decir, motivo de logro en el rendimiento; en tercer lugar, es necesario que la estructura cognitiva del alumno contenga ideas inclusivas, ideas con las que puede ser relacionado el nuevo material.

A pesar del carácter intrapersonal de los significados psicológicos, estos se adquieren generalmente en procesos de instrucción interpersonales, que generan una notable homogeneidad intracultural en esos significados.

Para Ausubel, la situación de aprendizaje requiere disponer tanto de la estructura lógica de la asignatura como de la estructura psicológica del alumno en esa misma área de conocimiento e ir introduciendo diferenciaciones en las ideas del alumno acompañadas de algunas comparaciones y generalizaciones. Para Ausubel el aprendizaje de conceptos procede fundamentalmente de lo general a lo específico, siguiendo una vía descendente, similar a la de Vygotski (1934), con respecto al aprendizaje de conocimientos científicos.

Hay claras diferencias entre las teorías del aprendizaje por inducción, característica de los enfoques asociacionistas, y las teorías organicistas, como la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel. Mientras que para los inductivistas, los conceptos superiores se alcanzan por yuxtaposición o asociación entre conceptos de nivel inferior, para Ausubel, el significado final de una estructura no es igual a la suma de las partes. Por otra parte, en las teorías asociacionistas, el aprendizaje procede de lo específico a lo general. Vygotski (1934) observó que ambas vías de aprendizaje dan lugar a sistemas conceptuales diferentes, pero, aunque diferentes, deben estar conectados, por lo que los dos tipos de aprendizaje deben también relacionarse.

Actualmente, el aprendizaje escolar se entiende dentro del proceso de enseñanza- aprendizaje, aquel donde el alumno, como sujeto activo, construye el conocimiento a partir de las ideas previas, a la vez que regula su propio aprendizaje.

Según diversos autores (Carrasco, 2000; Kleinert y Farmer, 2001; Del Barrio, 2003), esta nueva aproximación tiene numerosas implicaciones para la evaluación entre las que cabe citar las siguientes:

1. Un mayor interés por los procesos y no tanto por el producto o resultado final.
2. Mayor interés por el progreso individual del alumno, independientemente de su grupo de referencia y en relación con la instrucción y el contexto, lo que supone un giro de la evaluación normativa a la criterial.
3. Resurgir de los aspectos cualitativos y no solo cuantitativos.
4. Cambio en el procedimiento de una evaluación estática a una dinámica que explora las potencialidades del alumno.
5. El paso a una evaluación continua centrada en el conjunto de variables afectivo-motivacionales, cognitivas y contextuales que inciden en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Los Procesos Psicológicos implicados en el Aprendizaje de las Matemáticas

Al centrarnos en el tema de esta investigación sobre los *determinantes psicológicos del rendimiento académico en matemáticas y en el análisis de los procesos que inciden en el aprendizaje de las mismas*, conviene señalar que, tanto las investigaciones sobre la enseñanza de las matemáticas como la solución de problemas, han pasado por cambios importantes desde su origen hasta llegar a las orientaciones y enfoques cognitivo-instruccionales más actuales. De este modo encontramos, dentro de la psicología cognitiva actual, un enfoque conocido como “enseñar a pensar a través del *currículum*”, cuya idea central es considerar el pensamiento como un proceso a incluir en cualquier área de conocimiento, y por supuesto, en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Todo esto supone y conduce a que hay que enseñar las diferentes disciplinas escolares de modo que se potencie la elaboración y autorregulación del aprendizaje y en concreto, el aprendizaje de las

matemáticas. Desde este enfoque se pretende y busca enseñar y aprender contenidos matemáticos y habilidades de pensamiento a la vez y para su fundamentación psicoeducativa entendemos que hay que partir y situarse en una visión constructivista del aprendizaje.

La concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje va orientada a proporcionar un marco global de referencia, inspirado en una visión constructivista del funcionamiento psicológico, capaz de guiar y orientar a los profesionales de la educación en su acercamiento al estudio y análisis de los procesos educativos, así como en sus esfuerzos por comprenderlos, revisarlos y mejorarlos. Según Coll (2000), sus principales objetivos son:

1.-Integrar, en un todo coherente y articulado, aportaciones sobre diversos aspectos psicológicos que inciden en los procesos escolares de enseñanza - aprendizaje en general, y en el rendimiento en matemáticas en particular.

2.-Poner al alcance del profesorado y de los profesionales del mundo de la educación conocimientos psicológicos que, de otro modo resultarían difícilmente accesibles y que perderían parte de su posible utilidad al ser considerados de forma aislada.

3.-Proporcionar un esquema organizador capaz de enriquecerse progresivamente con los resultados de investigaciones psicoeducativas actuales y posteriores.

4.-Ofrecer un marco de referencia que pueda utilizarse como plataforma para elaborar propuestas pedagógicas y de intervención psicoeducativa respecto a distintas áreas curriculares, a diversos tipos de contenidos, a la formación del profesorado, a la elaboración de materiales didácticos, a la planificación de la enseñanza, y al análisis de prácticas educativas concretas y/o de algunos componentes o variables que intervienen en ellas.

5.-Ayudar a identificar nuevos problemas, a revisar creencias y postulados sobre educación, aprendizaje y rendimiento escolar aceptados como obvios, a veces de un modo un tanto “acrítico” y a establecer prioridades en la investigación de fenómenos y procesos educativos en consonancia con la realidad social, cultural y económica del momento.

Porque el conocimiento psicológico de referencia sobre la concepción constructivista no es una teoría determinada que se presenta con carácter único y

excluyente ni tampoco un conglomerado de retazos de explicaciones que tienen su origen en distintas teorías psicológicas. El conocimiento psicológico, está configurado por un conjunto de principios explicativos del desarrollo, del aprendizaje y de otros procesos psicológicos compatibles con una visión constructivista del psiquismo humano, que aunque tiene su origen en enfoques y teorías distintas, con discrepancias en ciertos aspectos, se complementan al integrarse en un esquema de conjunto que pretende comprender y explicar los procesos escolares de enseñanza y aprendizaje.

Desde esta perspectiva, las relaciones entre el conocimiento psicológico y la teoría y práctica educativa son bidireccionales y mediadas por la naturaleza y funciones de la educación escolar y las características propias y específicas de las situaciones escolares de enseñanza y aprendizaje partiendo de la problemática y de las características propias y específicas de la educación escolar (Coll, 1993). Esta concepción pretende, además de identificar los principios explicativos, aportar respuestas a los interrogantes que se planteen, contribuir a profundizar y comprender mejor la naturaleza de la educación escolar e identificar las funciones que cumple en el desarrollo y socialización de los seres humanos además de conocer los rasgos que diferencian las actividades educativas escolares de otros tipos de prácticas educativas.

Variables Personales: Cognitivas y Afectivo Emocionales

Siguiendo el título de la investigación sobre determinantes psicológicos del rendimiento en matemáticas en el alumnado de nuestra comunidad, no podemos obviar que el éxito o el fracaso en el rendimiento en matemáticas a lo largo de los diferentes niveles educativos depende, en mayor o menor medida, de diversos factores: cognitivos, afectivo-motivacionales, de control, y contextuales, así como de la interacción entre éstos. Para el análisis de los mismos presentamos a continuación, una breve explicación sobre el papel de la inteligencia y las capacidades intelectuales en el aprendizaje y rendimiento escolar según diversas teorías, sobre las estrategias de aprendizaje, así como sobre diversos aspectos de personalidad y su incidencia en el rendimiento escolar y en matemáticas, de modo más específico. Además la interacción de estos diferentes factores puede aportarnos un mar-

co global para el análisis y explicación de diversas variables contenidas en la investigación, según el conocimiento psicoeducativo actual.

Papel de la inteligencia y las capacidades intelectuales en el aprendizaje y en el rendimiento académico

Acudir a la inteligencia y las aptitudes intelectuales de los sujetos implicados en el proceso de enseñanza aprendizaje, tradicionalmente viene siendo unos de los aspectos más utilizados y recursivos a la hora de explicar, e incluso justificar, el rendimiento académico escolar del alumnado, y más en concreto su rendimiento en la asignatura de matemáticas, (la primera hipótesis de nuestra investigación va precisamente en esta línea: los alumnos con mayor nivel intelectual rinden mejor en matemáticas). Y como trasfondo de esa idea tradicional de que existe una relación directa y lineal entre inteligencia, capacidad de aprendizaje y rendimiento escolar subyace, sin duda, la idea de qué se entiende por inteligencia, en qué consiste y cómo se manifiesta.

Existen numerosas formas de definir la inteligencia y no disponemos de una definición consensuada al respecto. Precisamente la existencia de múltiples definiciones y enfoques diferentes ha sido explicada por su naturaleza y su carácter abierto. Y en esta explicación, expertos como Vernon (1982), Yela (1995) y Sternberg y Detterman (1992), entre otros, coinciden en señalar su explicación según estos tres puntos de vista:

- *Desde una perspectiva biológica*, la inteligencia sería la capacidad que surge de la complejidad neuronal. Se interpreta como poder de adaptación al medio. Desde un punto de vista educativo, este enfoque tiene muy poca relevancia a la hora de explicar las diferencias individuales entre sujetos de una misma cultura.

- *Desde una perspectiva psicológica*, la inteligencia se entiende como una capacidad cognoscitiva superior o también como capacidad de aprender. Existen diversas formas de explicar la inteligencia entendiéndola como “Inteligencia A” cualidad innata del cerebro a través de la cual se elaboran formas inteligentes de actuar y como “Inteligencia B”, que es funcional y consiste en poner en funcionamiento los recursos disponibles en un momento dado. Cattell, a su vez, distingue entre una “inteligencia fluida” o factor G, y una

“inteligencia cristalizada” o factores específicos. Ambos tipos de inteligencia se miden mediante tests.

- Desde un planteamiento operativo, la inteligencia se describe como el conjunto de conductas observables y evaluables mediante tests: fluidez verbal, comprensión, razonamiento, inferencias, memoria, rapidez de cálculo, etc.

En relación a la estructura de la misma también existen numerosas respuestas, aunque básicamente disponemos de dos grandes enfoques: “el enfoque psicométrico o diferencial”, cuyo objetivo es el estudio y medida de las diferencias individuales entre sujetos, mediante los elementos estructurales estáticos que se llaman *factores* (inteligencia estática, según la denominación actual), y “el enfoque cognoscitivo”, cuyo objetivo consiste en identificar los procesos cognitivos que intervienen en la realización de tareas cognitivas o los diferentes niveles de procesamiento de la información (inteligencia dinámica).

Para la primera de las explicaciones según Andrés Pueyo (1996), existen tres cuestiones básicas a la hora de fundamentar la aproximación psicométrica diferencial sobre la inteligencia:

1. La convicción de que la naturaleza de la inteligencia se puede analizar mediante el estudio de las diferencias individuales en el rendimiento en diversas tareas cognitivas.
2. El uso de técnicas matemáticas, que se basan en la correlación y análisis factoriales, a la hora de obtener información sobre la estructura de las capacidades intelectuales: aptitudes.
3. La adopción de una aproximación empírica y pragmática, que partiendo de la recogida de datos, desde la aplicación de instrumentos de medida y rendimiento intelectual, conduce a formular y desarrollar teorías al respecto.

En líneas generales, y siguiendo a Coll y Onrubia (2000), esta aproximación diferencial psicométrica ha servido para establecer algunos hechos específicos en torno a la inteligencia y su relación con el aprendizaje y rendimiento escolar, pero al mismo tiempo ha mostrado una serie de limitaciones considerables en cuanto a su capacidad para proporcionar un análisis explicativo y detallado de tales hechos. En concreto, sobre estas limitaciones diremos que:

- Es un hecho bastante bien delimitado que existen correlaciones altas entre las puntuaciones de los tests elaborados desde este enfoque y el rendimiento escolar, lo que conduce a señalar, según numerosas investigaciones, que la capacidad predictiva de los tests con respecto al rendimiento escolar es considerable, aunque las razones de este valor predictivo resultan desconocidas.

- A pesar de este alto valor predictivo de las puntuaciones en tests de inteligencia, asistimos actualmente a otra constatación muy importante a saber: el valor predictivo de estas puntuaciones no garantiza el éxito en la vida o la denominada inteligencia exitosa según Sternberg.

- En relación con los factores que subyacen a las correlaciones entre los tests de inteligencia, estos están avalados por una amplia evidencia empírica; aunque después sucede, que la comprensión de en qué consisten estas aptitudes intelectuales y cuáles son las estrategias, los conocimientos y los procesos implicados en ellas, sea desde esta perspectiva psicométrica, muy limitada.

- Además, esta perspectiva diferencial psicométrica de la inteligencia no parece poder explicar, más allá del mero etiquetado de factores que aparecen en el análisis factorial, el funcionamiento de la inteligencia, ni tampoco de los procesos cognitivos que sustentan una conducta inteligente.

Por todo lo anterior, nos encontramos con que esas limitaciones adquieren una gran importancia desde un punto de vista educativo y generan una enorme insatisfacción sobre los tests tradicionales de inteligencia y su uso, en la medida en que no aportan información válida a la hora de cómo potenciar y optimizar las capacidades intelectuales del alumnado dado que priman la denominada inteligencia académica, pero ignoran la inteligencia práctica y social.

Pero tal como hemos referido anteriormente, una de las críticas más frecuentes que se han hecho a las teorías psicométricas y diferenciales, es que se limitan a presentar los factores obtenidos a través de tests sin analizar en qué consisten y sin explicar sus conexiones con el aprendizaje y rendimiento escolar. Frente a esto señalamos que, desde mediados del siglo pasado, y desde el enfoque de Procesamiento de la Información, se viene produciendo un cambio en el modo de analizar y explicar la naturaleza y las relaciones de la inteligencia y las aptitudes intelectuales con el aprendizaje y sus productos: el rendimiento acadé-

mico. Se trata de un enfoque que no se opone al factorialista, sino que viene a complementarlo y es un enfoque cognitivo y dinámico sobre la misma.

Desde este segundo enfoque las teorías cognitivas tienen como principal objetivo identificar los procesos cognitivos que intervienen en el procesamiento de la información: *codificación, almacenamiento, organización y recuperación de la información*. Para González- Pienda y cols. (2002), la investigación se centra en los procesos cognitivos que son responsables de la ejecución en los tests y en los tipos de procesamiento de la información que utilizan los sujetos en el análisis de tareas. Y en general, lo que interesa es conocer cuál es la relación que existe entre la ejecución realizada en los diferentes tests psicométricos, que miden la inteligencia, y la ejecución en diversas tareas de aprendizaje, dado que la ejecución en ambas situaciones exige el uso de diferentes procesos cognitivos.

En relación con este enfoque cognitivo, señalamos brevemente las aportaciones de algunas teorías sobre la inteligencia humana, consideradas de plena actualidad: la teoría triárquica de la inteligencia de Sternberg, la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner y la teoría de la inteligencia emocional.

La teoría triárquica de la inteligencia de Sternberg (1985), se basa, en la idea de que la inteligencia humana ha de ser considerada en relación con entornos del mundo real que sean relevantes para la vida cotidiana. Todo ello en términos de su aplicación a la adaptación, modificación y selección de los mismos de una forma organizada y planificada por el sujeto. De este modo, se intentan delimitar los elementos o mecanismos de la inteligencia humana, explicar cómo funcionan y cómo se aplican a la solución de problemas, así como a las relaciones que el sujeto mantiene con su mundo interno y externo. Esta explicación sobre la inteligencia humana se fundamenta en los siguientes puntos básicos:

- Describe los componentes presentes en el procesamiento de la información. Y frente al “factor”, utilizado como unidad de análisis por los factorialistas, Sternberg propone el “componente”, que se define como los procesos elementales de la información que operan sobre representaciones internas de objetos y símbolos. Se pueden considerar como habilidades latentes que se reflejan en diferencias individuales, tanto en la medida de la

inteligencia como en el logro de las personas en el mundo.

- Las relaciones entre los componentes.
- La teoría del desarrollo intelectual, dado que todos los componentes pueden estar disponibles o resultan accesibles con el incremento de la edad del sujeto.

Se trata de una teoría que parte de la premisa de que el “locus” de la inteligencia ha de buscarse simultáneamente en el individuo, en el comportamiento y en los contextos de comportamiento, y no en alguno de ellos por separado. Así la inteligencia se estructura en tres partes relacionadas: nivel *componencial* (inteligencia académica), *experiencial* (inteligencia creativa) y *contextual* (inteligencia práctica). Estos tres niveles o componentes de la inteligencia están interrelacionados y actúan de un modo integrado.

Posteriormente Sternberg (1997), ha ampliado aún más su explicación incorporando la noción de “inteligencia exitosa”, que para el autor es la verdaderamente importante en la vida y la que empleamos para lograr objetivos importantes. Esta inteligencia exitosa implica tres aspectos: *analítico*, *creativo* y *práctico*. Es, en definitiva, la que muestran los sujetos que tienen éxito en la vida, ya sea según sus patrones personales, y/o según los de los demás. Eso sí, se trata de una inteligencia que apenas tiene que ver con la inteligencia que miden los tests tradicionales y las puntuaciones de CI, porque los tests de inteligencia convencionales miden sólo el aspecto analítico, según el autor.

La inteligencia emocional aparece definida por primera vez en los trabajos de Mayer y Salovey en 1990 y desarrollada posteriormente por (Mayer y Salovey, 2000). La definen como la capacidad para controlar las propias emociones y las de los otros; para saber discriminar entre esas emociones y para saber usar la información y orientar el pensamiento. Se trata de un tipo de inteligencia que, durante esta última década viene adquiriendo un importante protagonismo, tanto en el mundo sociolaboral (Goleman 1996 y 1999), como en el educativo (Gallego y Alonso (2003), Guerrero y cols. (2002), entre otros. Precisamente uno de los temas más demandados por el profesorado en relación a su formación permanente y actualización gira en torno a la alfabetización emocional y a la necesidad de enseñar y trabajar desde las

aulas a convivir y gestionar conflictos en las relaciones interpersonales. Porque, en definitiva, el papel de las emociones, no solo en la personalidad y conducta del alumnado, sino también en su inteligencia práctica, académica y social y rendimiento académico, ocupan un lugar considerable que hay que tener muy presente a la hora de abordar el análisis del proceso enseñanza aprendizaje y la interacción educativa en su conjunto.

Las Estrategias de aprendizaje y el rendimiento académico

Existen dos formas diferentes de abordar, desde la Psicología cognitiva, las estrategias de aprendizaje. Desde la primera, que gira en torno a las habilidades de pensamiento (enseñar a pensar), se acentúa la enseñanza de una serie de habilidades, tales como organizar y usar la información, descubrir y resolver problemas, generar ideas, evaluar y mejorar dichas ideas, hacer inferencias y analogías, clasificar, observar, etc. Pero existe un segundo enfoque, que tiene sus raíces en la Psicología cognitiva y el procesamiento de la información. Desde este enfoque se incide en la enseñanza de un rango bastante amplio de estrategias cognitivas y metacognitivas relacionadas con la adquisición, retención, recuperación y uso del conocimiento. Uno de los rasgos básicos de este enfoque es que se interesa, no solo por la mejora del funcionamiento básico de las funciones cognitivas, sino también por la aplicación de esas funciones cognitivas y por las estrategias para mejorar el aprendizaje escolar. Todo esto es lo que ha dado lugar a la corriente referida como “estrategias de aprendizaje”.

En la actualidad, el campo de las estrategias de aprendizaje goza de un importante reconocimiento dentro de las investigaciones psicoeducativas. Coincidiendo con Beltrán (1996), entendemos que existen diversas razones que han contribuido a este auge y vamos a resaltar las que consideramos más relevantes para esta investigación:

- El descenso del rendimiento en todos los niveles de enseñanza y de modo más alarmante en la universidad.
- El descenso de la población estudiantil a nivel universitario, que ha dado lugar a una flexibilización de los sistemas de acceso a los estudios universitarios.
- La falta de entrenamiento de las habilidades de aprendizaje en los estudios y niveles de educación primaria y secundaria.

- La constatación de que existen diferencias estratégicas entre estudiantes con éxito académico frente a los de bajo rendimiento escolar o entre expertos y principiantes en distintas áreas.

Indirectamente existen otros factores que también han contribuido al auge de las estrategias de aprendizaje en el ámbito educativo y en los estudios que analizan el rendimiento académico. Porque no podemos olvidar que vivimos en una sociedad cada vez más compleja y además, venimos asistiendo y constatando, a veces con preocupación, que el descenso en el rendimiento en determinadas áreas académicas- entre las que situamos concretamente las matemáticas- es un hecho y realidad que preocupa al profesorado y a los agentes educativos, (Informe Pisa 2003) y la presente investigación.

Desde la nueva forma de entender el aprendizaje sí que se tiene en cuenta la naturaleza del conocimiento (declarativo, procedimental y condicional) y se concibe al estudiante o aprendiz como un sujeto activo, capaz de construir sus propios conocimientos de un modo inteligente. En esta nueva forma de construir los propios conocimientos, las estrategias de aprendizaje desempeñan un papel primordial, dado que el rol del profesor consiste en enseñar a pensar y ayudar a aprender.

Independientemente de las múltiples definiciones existentes sobre las estrategias de aprendizaje podemos decir que éstas consisten en una especie de regla o procedimientos que permiten tomar decisiones dentro de un proceso determinado de aprendizaje por lo que forman parte del llamado conocimiento procedimental. Son como grandes herramientas de pensamiento que los alumnos ponen en funcionamiento y aplican a la hora de comprender un texto, adquirir conocimientos o resolver problemas.

Durante bastante tiempo la investigación psicoeducativa viene ocupándose de analizar y estudiar variables educativas relacionadas con el rendimiento académico que pudieran además ser modificadas a través de algún programa concreto de intervención. Pero en este sentido tenemos que recordar que gran parte de esas variables identificadas y analizadas respecto a

la determinación del rendimiento académico son poco o nada modificables (status socioeconómico, rasgos de personalidad). Frente a esto, las estrategias de aprendizaje, dado que son aprendidas y por tanto enseñables, podrían ser ese tipo de variables que nos sirvan para mejorar los programas de intervención educativa y los procedimientos instruccionales en el aprendizaje de las diferentes áreas curriculares, y específicamente en las matemáticas.

Las funciones que las estrategias cumplen en relación con el aprendizaje son numerosas y están además directamente relacionadas con la calidad del aprendizaje del alumnado; razón por la cual nos pueden permitir y servir para identificar y diagnosticar posibles causas del bajo rendimiento académico en estos, porque no hemos de olvidar que si comparamos dos alumnos que teniendo el mismo potencial intelectual, inmersos en el mismo sistema instruccional y con el mismo grado de motivación, sin embargo, utilicen diferentes estrategias de aprendizaje y por tanto, alcancen diferentes niveles de rendimiento. Es decir, si identificamos las estrategias utilizadas por los alumnos podremos diagnosticar mejor la causa de esas diferencias en rendimiento y, por derivación, mejorar su aprendizaje e instrucción. Como principales funciones de las estrategias de aprendizaje señalamos que: favorecen el aprendizaje significativo, permiten identificar posibles causas del fracaso académico de los alumnos, promueven el aprendizaje autónomo en los sujetos, ponen el acento en el aprendizaje de procesos, desarrollan el aprender a aprender, mejoran la motivación del alumno hacia el estudio y orientan y guían el papel mediador del profesorado.

Variables afectivo - emocionales

Además de la importancia de los factores cognitivos anteriormente señalados, investigaciones recientes apuntan a que ese potencial es sólo una más de las muchas variables que influyen en el rendimiento, estudiándose también las variables personales y afectivo emocionales y su papel modulador en el aprendizaje.

En la actualidad no existe ninguna duda a la hora de admitir que el logro de un aprendizaje significativo necesita tanto de la voluntad como de habilidades, y esto

viene a reflejar con mayor claridad el grado de interrelación existente entre lo cognitivo y lo afectivo-emocional en relación con el aprendizaje escolar, (Pintrich, 1991) y específicamente con el rendimiento en matemáticas. Las variables de personalidad, entre las que cabe referir la ansiedad, el autoconcepto y la autoestima, la motivación, percepción de autoeficacia, así como las propias creencias y actitudes personales hacia las matemáticas han de señalarse como aspectos fundamentales a la hora de analizar y explicar el rendimiento académico del alumnado a lo largo de los diferentes niveles educativos en el actual sistema educativo.

Personalidad: En el estudio de las relaciones entre variables de personalidad y rendimiento académico las diferentes investigaciones existentes hemos de situarlas en el mismo nivel de importancia que las referidas sobre la inteligencia y los factores cognitivos. Según aportaciones de diversas investigaciones parece confirmarse cierta relación entre variables de personalidad, aprendizaje y rendimiento y ciertas líneas de investigación sugieren que algunos rasgos de personalidad inciden más que otros en el rendimiento académico. Sin duda hay una serie de variables de la personalidad que pueden modular y determinar el aprendizaje y el rendimiento académico, pero al estar muy interrelacionadas es muy difícil delimitar la influencia que cada una de ellas ejerce realmente.

La extraversión: Algunas investigaciones parecen avalar que la **extroversión resulta favorecedora del rendimiento en los primeros años escolares y en educación primaria, mientras que resulta menos favorecedora del rendimiento en la enseñanza media, superior y universitaria. A partir de primaria, parece ser que el extrovertido tiene mayores dificultades ante tareas que exigen una atención sostenida, como es el trabajo académico, donde el rendimiento está en función de aspectos tales como la persistencia en el trabajo, la autoexigencia y el tiempo dedicado al estudio.**

El rendimiento académico exige conductas distintas en diferentes niveles educativos. Así el extrovertido rinde más en primaria y algunos cursos de secundaria, donde comienza a cambiar la tendencia, porque los métodos de enseñanza, la actividad centrada en el grupo-clase y la tolerancia al ruido le favorecen. El introvertido rinde más en la enseñanza superior porque las características de esta en-

señanza se acomodan mejor a sus condiciones personales. Los extrvertidos aprenden mejor en condiciones de ruido, libres y estimulantes, mientras que los introvertidos prefieren situaciones individualizadas, de soledad y silencio.

Los estudios de Brengelman (1975), confirman la existencia de ciertas variables que modulan las relaciones entre la personalidad y el rendimiento. Entre estas variables cabe destacar: la dificultad de la tarea, el grado de práctica, la inteligencia y la motivación. En concreto, los resultados de este estudio pusieron de manifiesto que:

- La práctica en la tarea modula la relación entre las variables de personalidad y rendimiento. Así por ejemplo, la extroversión facilita el rendimiento de las tareas de dificultad alta en los primeros días, mientras que dificulta la realización de las tareas fáciles en los días posteriores.

- La variable de introversión, por el contrario, dificulta la realización de tareas de dificultad alta en situaciones nuevas en las que nos enfrentamos por primera vez a la tarea, sin embargo, mejora el rendimiento de tareas fáciles y difíciles con el paso del tiempo.

Otras investigaciones realizadas al respecto confirman que el efecto de la variable extroversión se ve modulado por el sexo y el tipo específico de tarea.

La ansiedad: Puede conceptualizarse como un estado emocional crónico, manifestándose sus efectos en cualquier tipo de situación; o como susceptibilidad a presentar reacciones emocionales en determinadas situaciones. Es decir, podríamos distinguir entre la ansiedad como rasgo, de la ansiedad como estado. La ansiedad como estado, es un sentimiento o reacción transitoria que se manifiesta puntualmente en determinadas situaciones que la provocan. Por ejemplo un examen de matemáticas. A su vez la ansiedad como rasgo, es una característica relativamente estable de la personalidad, que consiste en que la persona recibe como amenazantes toda una amplia gama de estímulos a los que reacciona de forma extrema y ansiosa.

El miedo y la ansiedad también son conceptos relacionados, ya que reflejan un alto nivel de activación, pero hay claras diferencias entre ellos: el miedo es una

respuesta ante una amenaza específica, mientras que la ansiedad es más amplia y no tan focalizada. Tryon, (1980), y Zeidner, (1998) consideran que la ansiedad tiene dos componentes: la preocupación y la emocionalidad. *La preocupación* es el aspecto cognitivo de la ansiedad, que incluye pensamientos y creencias perturbadoras de la propia capacidad para manejar una situación. *La emocionalidad* es un aspecto afectivo de la ansiedad, que incluye respuestas fisiológicas como la tensión muscular, aumento del ritmo cardiaco o la sudoración, entre otras.

Este componente emocional de la personalidad tiene una relación muy compleja con el rendimiento. Los resultados que parecen desprenderse de todas las investigaciones realizadas vienen a establecer que la ansiedad, por sí sola, no es buena ni mala para el rendimiento del alumno; sino que es cuestión de niveles de ansiedad y de grado de dificultad de las tareas a realizar: un alto grado de ansiedad facilita y contribuye a un más alto rendimiento en tareas mecánicas o muy simples, sería un tipo de ansiedad *facilitadora*; mientras que, por el contrario, un alto nivel de ansiedad interfiere en la realización de tareas más difíciles y complejas y en esas situaciones se manifestaría una ansiedad *debilitadora*.

La ansiedad suele interferir en la atención que pone el individuo en una tarea (Eysenck, 1992, Wine, 1980). Además como los pensamientos de preocupación ocupan una parte de la capacidad de memoria de trabajo, también interfiere en los procesos de almacenamiento y recuperación (Turner, Thorpe y Meyer, 1998). Estos efectos son más probables cuando la tarea es difícil e implica una recuperación grande de la información de la memoria a largo plazo (Tobías, 1980).

Los estudios de la ansiedad en el aprendizaje se han centrado en dos formas de ansiedad de rasgo, ansiedad ante los exámenes y ansiedad ante las matemáticas. La ansiedad ante los exámenes suele ser infrecuente en los primeros cursos pero aumenta a lo largo de los años en la etapa de primaria. Muchos estudiantes de secundaria y Bachillerato tienen una ansiedad ante los exámenes que interfiere en su rendimiento; esta ansiedad se agrava en los alumnos de grupos minoritarios, con necesidades educativas especiales o con un historial de fracaso académico. En cuanto a la *ansiedad ante las matemáticas*, ninguna materia que se enseña en el contexto académico parece provo-

car tanta ansiedad en los estudiantes como las matemáticas. La ansiedad ante esta disciplina presenta componentes de preocupación y emocionales. Los alumnos que se ponen ansiosos ante las matemáticas creen que son incapaces de realizar con éxito tareas matemáticas y suelen tener reacciones negativas ante las mismas, les dan miedo y no les gustan.

Como era de esperar los estudiantes con alta ansiedad ante las matemáticas rinden peor en los cursos de matemáticas que los que presentan una ansiedad baja. Tales diferencias entre los estudiantes con baja y alta ansiedad aparecen incluso cuando ambos grupos han rendido igualmente bien en años anteriores. De hecho la ansiedad ante las matemáticas parece tener más influencia en la decisión de elegir, o no elegir, matemáticas en el futuro que el rendimiento previo o la historia de éxito en las mismas.

La ansiedad ante las matemáticas suele ser más común en las chicas que en los chicos, incluso cuando los niveles de rendimiento sean los mismos. Esto puede ser una razón de por qué las chicas eligen, en menor medida, los estudios de la carrera de matemáticas. Y, para los estudiantes de ambos sexos, la ansiedad ante las matemáticas puede inhibir el deseo de hacer una carrera de ciencias puras.

Autoconcepto y autoestima: El autoconcepto se presenta como una entidad con múltiples facetas en el que conviven aspectos estables con otros cambiantes y maleables. Según Marsh, Byrne y Shavelson (1988), Marsh (1990) existe un autoconcepto general en la parte superior de la jerarquía y a partir de aquí se distinguen dos tipos más específicos: el autoconcepto académico y el autoconcepto no académico. El académico, a su vez, está dividido en otras áreas más específicas como el autoconcepto matemático, verbal, etc. El no académico, incluye factores tales como aspecto físico, social y familiar.

El autoconcepto influye en lo que el alumno siente, piensa, aprende, valora y en su forma de relacionarse con el resto de la case. Está formado por dos tipos de información acerca de uno mismo: por un lado, información de tipo descriptivo sobre cómo soy y por otro, información de tipo valorativo sobre *si me gusta o no*

cómo soy. La valoración positiva o negativa del componente descriptivo del autoconcepto es lo que se conoce como *autoestima*.

La mayoría de las investigaciones apuntan a que hay relaciones persistentes y significativas entre rendimiento y autoconcepto y parece ser que esta relación es bidireccional y con una interacción continua y recíproca entre ambas variables. De las distintas recopilaciones sobre los predictores del rendimiento académico el autoconcepto es uno de los factores que aparece más frecuentemente asociado al rendimiento. En algunos de estos trabajos las únicas variables asociadas con éste son el nivel intelectual y el autoconcepto. Lo que sí parece claro es que los alumnos que fracasan, tanto por rendir menos de lo que pueden como los que simplemente no rinden, presentan actitudes hacia sí mismos y sus potencialidades intelectuales profundamente negativas. Se perciben menos capaces, desajustados y menos confiados que los compañeros que tienen éxito. Los resultados de Marsh (1990b), refuerzan la hipótesis compensatoria según la cual, el autoconcepto de un alumno depende del rendimiento medio de los alumnos de la clase con los que establece los procesos de comparación. Además se produce un efecto compensatorio interno, de forma que un autoconcepto bajo en matemáticas se ve compensado por un autoconcepto alto en lengua y viceversa.

Por lo que se refiere a las matemáticas, en relación con el autoconcepto, la confianza y las atribuciones causales, diversas investigaciones ponen de relieve su incidencia manifiesta en el rendimiento matemático. En concreto, el autoconcepto en matemáticas constituye un buen predictor para el rendimiento en matemáticas, tanto en tareas familiares como no familiares y la confianza parece ser el mejor predictor del rendimiento en las mujeres. Otras investigaciones sugieren que el autoconcepto general está influido por el medio familiar. Este autoconcepto general influye, a su vez, sobre el autoconcepto escolar, que se ve influido de manera recíproca por las percepciones de los profesores y por el propio rendimiento académico del alumno. La conclusión es pues, que ambos factores parecen reforzarse mutuamente. Ante esto parece ser importante una intervención directa de los profesores para mejorar el autoconcepto e indirectamente el rendimiento.

La motivación: Para Pintrich y de Groot (1990) existen tres categorías generales de constructos motivacionales en contextos educativos: a) *las percepciones y creencias individuales sobre la capacidad para realizar una tarea* (percepciones de competencia, autoeficacia, control y atribuciones), b) *las razones o intenciones para implicarse en una tarea* (metas, interés, valor, motivación intrínseca) y c) *las reacciones afectivas hacia una tarea* (ansiedad, orgullo, vergüenza, culpa).

En la actualidad venimos asistiendo a la cristalización de un nuevo enfoque sobre el constructo motivación. Esta ya no se describe únicamente como una variable, sino como un conjunto de variables que están en continua interacción, de tal modo que los cambios que se producen en una de ellas implica modificaciones en las restantes variables (Sterling y cols., 1992). Diversas investigaciones ponen de manifiesto que, dentro de los patrones motivacionales, las metas de logro que persiguen los alumnos tienen una gran importancia. Es decir, generan unas pautas características de creencias, atribuciones y afectos del sujeto ante los resultados de éxito o fracaso. Según investigaciones de Alonso (1991), sucede que las metas que persiguen los alumnos, y que determinan su modo de afrontar las actividades académicas, se pueden agrupar en cuatro categorías: metas relacionadas con la tarea, metas relacionadas con la autovaloración (con el yo), metas relacionadas con la valoración social y metas relacionadas con la consecución de recompensas externas. A su vez, Dweck, (1986) y Elliot y Dweck (1988), distinguen entre metas de aprendizaje y metas de ejecución.

La elección de metas por parte del alumno, se encuentra muy condicionada por las diferentes concepciones que los sujetos tengan de su capacidad. Coincidiendo con González- Pienda (1996) señalamos que los alumnos no sólo difieren entre sí en el tipo de metas que busquen preferentemente, sino también en las atribuciones y justificaciones que tienden a dar a los logros que pretenden y en las expectativas que tienen de poder controlar las consecuencias de las metas académicas. Weiner (1986) formuló una teoría acerca de la motivación en la que las atribuciones o explicaciones que los alumnos dan a sus éxitos o fracasos ocupa un papel central, dado que la forma como éstos explican o atribuyen sus resultados determina sus expectativas, sus emociones y sus motivaciones. De este modo encontramos que las causas a las que

los alumnos suelen atribuir sus éxitos o fracasos académicos dependen de la habilidad, el esfuerzo, la suerte, la dificultad de la tarea, la fatiga y la ayuda del profesor, entre otros factores. Estas causas vienen determinadas por las siguientes dimensiones: a) el locus de control entendido como la localización de las causas, como internas y situadas en el propio sujeto- esfuerzo, habilidad, o externas al sujeto, situadas fuera de él- la suerte o la dificultad de la tarea, b) la estabilidad que define estas causas como estables o variables a través del tiempo y c) la controlabilidad que define la responsabilidad personal (creencia del sujeto sobre su capacidad para controlar esas causas).

La percepción de autoeficacia ejerce una gran influencia en la conducta manifiesta en las distintas situaciones de enseñanza aprendizaje. Según Bandura (1997), ésta incide sobretudo en cuatro procesos psicológicos: cognitivos, motivacionales, afectivos y de selección. Es decir, por un lado condiciona el tipo de información que se procesa y el modo en que se procesa lo que afecta a la motivación con la que el individuo lleva a cabo cualquier tipo de conducta, además modula el estado emocional con el que se hace frente a las distintas situaciones; y por último, influye sobre el tipo de actividad en la que uno se empeña y en el escenario que uno elige para realizar la conducta.

La influencia de la percepción de autoeficacia sobre los procesos cognitivos se pone de manifiesto en el modo en el que el individuo anticipa y hace planes para su futuro. Es de esperar que las personas confiadas en sus recursos y con capacidad de afrontamiento vean el futuro con mayor optimismo y se propongan metas más ambiciosas que aquellas que dudan de su capacidad. Así mismo, es de esperar que si se encuentran con dificultades o posibles fracasos se perciban de manera diferente en función de su grado de confianza para afrontar los problemas y dificultades. Las personas que se sientan seguras de su capacidad y dispongan de recursos adaptativos, tales circunstancias las verán como un reto y desafío incrementando el esfuerzo hasta alcanzar la meta; por el contrario, aquellas con poca percepción de autoeficacia tenderán a percibir tales problemas como amenaza y confirmación de su incapacidad.

El resultado de los procesos cognitivos ejerce una clara influencia en la motivación desde la que se activa la conducta a llevar a cabo. El sujeto se propondrá

unos objetivos, decidirá una u otra estrategia para alcanzarlos, desarrollará una conducta para ello y persistirá en el esfuerzo hasta el logro de tales objetivos, en la medida, en que los objetivos sean valorados positivamente, se confíe en su logro y se perciban las dificultades más como retos a superar que como amenazas.

Probablemente, en el desarrollo de la conducta puedan surgir obstáculos y sea necesario mantener un nivel de esfuerzo y en ocasiones se fracase. En esas circunstancias la motivación ejerce un papel decisivo para mantener la conducta pese a las dificultades encontradas. La seguridad que el individuo tiene de su propia capacidad resulta ser un importante factor modulador del comportamiento ya que las investigaciones evidencian que las personas con mayor confianza en sí mismos invierten más esfuerzo y persisten más en el empeño en alcanzar las metas propuestas.

Por otro lado, la percepción de autoeficacia también ejerce un efecto modulador en los estados *emocionales* y *afectivos*. La forma en que se reacciona ante las dificultades y contratiempos que uno puede encontrarse varía de unos a otros, ya que la autoconfianza condiciona el modo en como se percibe la situación. Con poca seguridad en uno mismo se tiende a percibir mayores amenazas en el ambiente y se valora más negativamente las dificultades encontradas; por el contrario las personas autoeficaces se verán menos afectadas por la activación de estados emocionales negativos ya que ven los problemas como un reto y confían en sus posibilidades para hacerlos frente. Así mismo, la percepción de autoeficacia permite reducir los niveles de activación emocional negativa haciendo de freno a la ansiedad y la depresión.

Por último, la percepción de autoeficacia condiciona la conducta y la vida que uno lleva a cabo afectando a la *selección* que hace y la orientación que uno desea dar a su vida, ya que según Bandura (1997), mediante este tipo de decisiones uno configura, en gran medida, su trayectoria vital, su proyecto de vida; en definitiva, lo que uno desearía lograr en la vida y lo que finalmente consigue. Todo esto suele ser muy importante en momentos de crisis o en momentos de transición, como puede ser en la adolescencia, etapa en la que se encuentran parte de los alumnos

de la presente investigación. En estas edades los individuos toman decisiones importantes, por lo que se refiere a las matemáticas: pueden elegir en 4º de la ESO, entre matemáticas de nivel más bajo A o de nivel más alto B, o en Bachillerato optar a las diferentes propuestas, unas más de carácter científico tecnológico y otras más de carácter humanista, pudiendo tener esa elección una significación importante sobre su futuro profesional y laboral.

En relación a los efectos de la percepción de autoeficacia en el ámbito educativo, ésta influye en la motivación académica y en el estado afectivo de los alumnos. Las investigaciones al respecto indican que la percepción de autoeficacia favorece el rendimiento académico (Multon, Brown y Lent, 1991). Es más, este efecto parece relativamente independiente del efecto asociado al nivel de habilidad y capacidad objetiva del alumno. Los resultados de la investigación de Collins (1982), indicaban que es muy importante disponer de la capacidad necesaria para atender los requerimientos específicos de la tarea, pero este efecto puede mejorar significativamente si, al mismo tiempo, uno está convencido de que dispone de tal capacidad y de que puede hacer uso de ella para solucionar eficazmente la tarea. Además, la percepción de autoeficacia influye sobre la motivación, incrementándola, con lo cual el alumno invierte un mayor esfuerzo por llevar a cabo la tarea y una mayor persistencia en la solución de la misma, lo que favorece los niveles de rendimiento académico.

Otra cuestión importante es conocer en qué medida la percepción de autoeficacia contribuye a manejar la ansiedad, tensión y estrés, que con frecuencia aparecen en las tareas académicas, como hemos comentado en párrafos anteriores. Meece, Wigfield y Eccles (1990), analizaron el efecto de la ansiedad ante las matemáticas y dos tipos de expectativas de eficacia, una general (capacidad para las matemáticas) y otra específica (expectativas de rendimiento en el curso de matemáticas), sobre el rendimiento en tareas matemáticas. Los datos de esta investigación pusieron de manifiesto que:

- Ambos tipos de expectativas predecían el nivel de ansiedad ante las matemáticas. Los sujetos que presentaban una baja confianza en su capacidad para resolver este tipo de tareas desencadenaban niveles más elevados de ansiedad que los que poseían mayor nivel de autoeficacia.

- La expectativa más general determinaba el nivel de autoeficacia más específica, que, a su vez, incidía directamente sobre el rendimiento.

- La ansiedad no presentaba efecto directo sobre el rendimiento; es decir, la ansiedad no influía por sí misma, sino dependiendo del nivel de autoconfianza y las expectativas de rendimiento que uno tenga.

- Los sujetos que habían fracasado en el pasado presentaban mayor nivel de ansiedad si además se percibían con poca capacidad. En cambio, la experiencia pasada parecía no afectar el nivel de ansiedad con que se afrontaba la tarea en el futuro.

Creencias y actitudes hacia las matemáticas: Por lo que se refiere a las creencias y actitudes de los alumnos hacia las matemáticas, investigaciones al respecto permiten diferenciar dos tipos de creencias: Creencias sobre las matemáticas y creencias sobre los alumnos en relación con las matemáticas, Schoenfeld (1985) y Bermejo (1996). Para las primeras investigaciones, creencias sobre las matemáticas, señalamos que los alumnos en general creen que éstas son importantes, difíciles y basadas en reglas y tenemos que la percepción de la utilidad de las matemáticas correlaciona también con el rendimiento y su predicción.

En cuanto a la relación entre la variable sexo del alumno y las matemáticas encontramos que en general, los chicos perciben las matemáticas como más útiles que lo que las perciben las chicas, e incluso a veces se piensa que las matemáticas y estudios relacionados con las matemáticas es más un área o tema de hombres. Las diferencias, en función de la variable género, en matemáticas parecen ser claras, especialmente en tareas de cierta complejidad cognitiva. Se cree que estas diferencias aparecen especialmente al iniciar la adolescencia, aunque hay investigaciones que ponen de manifiesto que estas diferencias se observan ya en los niveles de educación infantil y que los niños alcanzan mejores rendimiento que las niñas en resolución de problemas (Fennema y cols, (1987). Los varones piensan que en las matemáticas son más hábiles que las mujeres y tienden a atribuir su éxito en matemáticas a su habilidad o esfuerzo, mientras que las mujeres lo atribuyen a causas distintas al esfuerzo. (En general se exige y aplaude más al niño que a la niña en el contexto escolar). En general podemos señalar que estas creencias surgen del contexto escolar, de la clase y del sistema educativo y familiar, razón

por la cual habría que tomar las medidas pertinentes para inducir creencias positivas al respecto.

Gómez Chacón (1997), afirma que las cuestiones afectivas juegan un papel esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Así, la abundancia de fracasos en matemáticas en los distintos niveles educativos puede ser explicada, en bastante medida, por la aparición de actitudes negativas causadas por diversos factores personales y contextuales. Y tal como apunta Mandler (1989), es contraproducente separar cognición y afecto, dado que las relaciones entre creencias, actitudes y emociones tiene una enorme importancia a la hora de estudiar el rendimiento del alumnado en matemáticas.

En relación con las actitudes hacia las matemáticas, entendidas como respuestas afectivas que implican sentimientos positivos o negativos de intensidad moderada y cierta estabilidad (me gustan, me desagradan...), hemos de señalar que diversas investigaciones indican que éstas pueden provenir de la automatización de una reacción emocional repetida con respecto a las matemáticas, o bien de la extensión de una actitud ya existente, a nuevas tareas relacionadas con la anterior. En concreto señalamos, según las investigaciones de Lester, Garófolo y Kroll (1989) sobre las creencias- actitudes y solución de problemas, que: cuanto mayor es la autoconfianza del sujeto más alta es su ejecución en resolución de problemas; y viceversa, que el conocimiento influye en la autoconfianza y que el interés decrece si se incrementa la dificultad de la tarea.

El Aprendizaje y el Rendimiento Matemático

La sobrevaloración académica y social otorgada a las matemáticas no es algo novedoso y desde el siglo XIX ha estado presente en las diferentes reformas educativas, aunque posiblemente sea aún más acentuada en el momento actual. Durante las últimas décadas venimos asistiendo a un movimiento de reforma que enfatiza el análisis de los procesos de pensamiento que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas por parte del alumnado y no solo el producto, resultado o rendimiento final en las mismas. Este movimiento además insiste en la necesidad de que el currículo de matemáticas no esté organizado únicamente según la es-

estructura de sus contenidos y tareas, sino que en el mismo se ha de tener en cuenta diferentes aspectos psicológicos que intervienen y que los alumnos siguen a la hora de abordar y enfrentarse en el aprendizaje de contenidos matemáticos específicos. Porque el rendimiento en matemáticas, su aprendizaje y enseñanza ha pasado a ser uno de los campos y dominios que más interés suscita, siendo analizado y estudiado últimamente con mayor profundidad, algo que según Onrubia y cols. (2000), obedece a las siguientes razones:

- Que los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas permiten abordar y ponen de manifiesto algunas de las temáticas básicas en la investigación psicoeducativa actuales, tales como los procesos de resolución de problemas, los lenguajes formales y sistemas notacionales y de representación que median el aprendizaje escolar y también la relación entre conocimientos específicos, procedimentales y procesos cognitivos y metacognitivos.

- Que es un hecho, cada vez más constatado, que las dificultades que numerosos alumnos muestran para aprender matemáticas en la escuela, han pasado a constituir unos de los temas y puntos a abordar con mayor urgencia, dado que vivimos en un entorno social y tecnológico cuya complejidad aumenta vertiginosamente y resulta evidente el incremento del conocimiento matemático requerido para ello.

Según Barberá y Gómez Granell, (1996), el conocimiento matemático presenta una serie de peculiaridades que le confieren un carácter de especificidad considerable y que se caracteriza, entre otros, por los siguientes aspectos:

1. Es un conocimiento de un alto nivel de abstracción y generabilidad.
2. Es de naturaleza, esencialmente deductiva, y no se valida mediante el contraste con fenómenos o datos de la realidad, como en otras disciplinas científicas, sino a través de un proceso interno de demostración partiendo de definiciones o axiomas.
3. Se apoya en un lenguaje formal específico, que tiene diferencias importantes respecto al lenguaje natural.
4. Suprime intenciones, emociones y afectos por lo que es de naturaleza esencialmente teórica, impersonal y atemporal.

Llegados a este punto, consideramos interesante señalar algunos de los factores y procesos implicados en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, que tienen

luego su reflejo y proyección en el rendimiento que el alumnado alcanza en las mismas a lo largo de diferentes niveles educativos de nuestro sistema educativo actual (al finalizar la Educación Primaria y la Educación Secundaria Obligatoria), entre estos factores destacamos: el conocimiento declarativo, el conocimiento procedimental, el conocimiento condicional y los afectos, emociones y motivaciones.

Actualmente asistimos, ante lo que se denomina enseñanza y aprendizaje estratégico de las matemáticas, cuya idea central consiste en que el aprendizaje de las matemáticas no se produce desde un conocimiento informal, ni tampoco por la mera repetición de ejercicios y contenidos curriculares, sino que lo que se requiere es adaptar el conocimiento matemático formal y los procedimientos complejos al esquema mental de los alumnos. Desde aquí la tarea del profesorado consistiría en ayudar al alumnado a interpretar estos conceptos matemáticos complejos, a través del desarrollo de habilidades y estrategias de aprendizaje y pensamiento. Es decir, la enseñanza de las matemáticas exige algo más que la mera aplicación de los procedimientos algorítmicos y consiste en un proceso en el que se han de aplicar los conceptos y habilidades matemáticas a situaciones nuevas. En definitiva, los principios fundamentales del aprendizaje estratégico de las matemáticas giran en torno a los siguientes ejes: a) enseñar estructuras matemáticas versus enseñar ejercicios, b) enseñar matemáticas desarrollando los esquemas de pensamiento, c) el aprendizaje estratégico en relación con las matemáticas y d) diseñar y secuenciar las experiencias de aprendizaje.

Para Prieto (1993), la enseñanza de ejercicios y la práctica continuada de éstos, *paradigma asociacionista*, da como resultado que los alumnos entiendan las matemáticas como un conjunto de datos que no tienen relación entre sí. Y ante esto la *psicología de la Gestalt*, a su vez, lo que propuso fue enseñar las estructuras subyacentes en las matemáticas junto con el empleo de estrategias de tipo heurístico (Resnick y Ford 1981). Así tenemos que esta nueva perspectiva (enseñanza de estructuras), exige que la instrucción se formule en base a los objetivos cognitivos que permitan la determinación precisa de las metas a lograr. Con ello, cambia tanto la concepción misma de lo que se entiende por problemas matemáticos, como las características de éstos e incluso la utilidad de dichos problemas para el alumno. (Uno de los objetivos esenciales de la evaluación sobre el rendimiento

matemático en el informe Pisa es precisamente, la evaluación de competencias, la utilidad de los mismos y su transferencia a la vida cotidiana). En este sentido podríamos decir que una parte importante de los problemas que formulamos y presentamos en las aulas a los alumnos, no son verdaderos problemas porque no cumplen los requisitos básicos de estos. Señalamos entre otros los siguientes: a) todos los enunciados de los problemas han de formularse con claridad y precisión para que los alumnos puedan entenderlos, b) no se deben incluir conceptos matemáticos nuevos que no se hayan tratado previamente, los problemas han de ser intrínsecamente e intelectualmente motivadores para los alumnos y han de potenciar la transferencia.

En resumen, desde esta perspectiva, estamos ante una teoría de corte constructivista en la que se enfatiza el papel de las estrategias y procesos de pensamiento, junto con la capacidad de autorregulación del aprendizaje de carácter interactivo, donde se integran habilidades de pensamiento y contenidos matemáticos, cognición y motivación, el rol de la escuela como comunidad social y los sujetos de la instrucción (alumnado, profesorado). Resulta evidente que el aprendizaje estratégico de las matemáticas exige también la capacidad para organizar y relacionar los conocimientos matemáticos previos con los nuevos. Para ello, hay dos instrumentos esenciales a la hora de representar la información: el esquema y el espacio del problema. En líneas generales podemos definir las *estrategias* como procedimientos o formas de realizar una actividad (plan general de acción). A su vez, se entiende por habilidad toda actividad mental que se puede aplicar a una tarea específica de aprendizaje.

La enseñanza de procesos de pensamiento en la solución de problemas, exige una adecuada vertebración de habilidades y estrategias en los contenidos curriculares, razón por la cual existen diversas taxonomías de habilidades básicas y superiores. En concreto Resnick (1987), señala que todas las habilidades son esenciales y que han de enseñarse desde los inicios de la escolaridad, adecuándolas eso sí, al nivel o período evolutivo de los alumnos. El aprendizaje estratégico ocurre de manera cíclica y no es lineal, lo que exige que en el diseño de las experiencias y contenidos de aprendizaje matemáticos, se tengan que contemplar las siguientes fases: preparación, procesamiento y consolidación de la información.

Además de lo anteriormente expuesto, conviene prestar atención a otros aspectos implicados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Destacamos entre ellos el uso y papel del lenguaje en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la naturaleza de las tareas matemáticas y los procesos de regulación y control del conocimiento matemático. Porque una gran parte de la construcción del significado matemático se alcanza por un proceso de creación social de significados, basado en el uso de signos formales. En este sentido tenemos que señalar que la interacción social es esencial en el aprendizaje de las matemáticas, en la medida en que el intercambio y la discusión de ideas y estrategias activan la reflexión (que es uno de los mecanismos y procesos esenciales para poder obtener niveles elevados de abstracción e interiorización) y permite además a los alumnos el que se puedan sumergir en una cultura y realidad matemática compartida. Esta visión constructiva e interactiva del aprendizaje de las matemáticas conduce a una negociación de significados y a una renegociación de las normas del aula en el aprendizaje y enseñanza de las mismas. A lo que hemos de añadir finalmente que las normas del aula se refieren a las expectativas que tienen los alumnos, respecto al profesor y también, a las expectativas de los profesores, respecto a sus alumnos.

METODOLOGÍA: FASE DE PREPARACIÓN

Objetivos e Hipótesis

Objetivos

El objetivo general de nuestra línea de investigación trata de determinar las posibles interrelaciones entre variables curriculares, cognitivas, afectivo-emocionales y contextuales, así como su influjo en el rendimiento en matemáticas a través de diversos indicadores, en el alumnado de 6º de Educación primaria, 4º de ESO y 2º de Bachillerato, de la Comunidad Autónoma de Castilla y León.

Como objetivos específicos señalamos los siguientes:

1. Diseñar pruebas que evalúen el rendimiento académico de los alumnos

en matemáticas en función del currículo oficial de esta autonomía para cada curso y etapa educativa.

2. Aplicar las pruebas diseñadas y evaluadas a los alumnos de 6° de E.P., 4° de ESO (Matemáticas A y B)

3. Conocer el peso desempeñado por diversas variables cognitivas (inteligencia general, aptitudes específicas y estrategias de aprendizaje), variables afectivo emocionales (rasgos de personalidad y autoconcepto) y variables de personalidad en el rendimiento académico en matemáticas.

4. Analizar el influjo de diferentes variables contextuales en el rendimiento académico en matemáticas.

5. Recabar información en el profesorado que imparte matemáticas en los diferentes cursos y niveles sobre su percepción respecto a las actitudes del alumnado hacia las matemáticas.

6. Delimitar los recursos didácticos, metodológicos y estructurales que intervienen en la enseñanza - aprendizaje de las matemáticas.

7. Indagar y comprobar las posibles interrelaciones entre las variables que intervienen en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Hipótesis de Trabajo

1. Los alumnos con alto nivel en capacidad cognitiva obtiene mejor rendimiento en matemáticas.

2. El conocimiento y uso de diferentes estrategias cognitivas de aprendizaje influye positivamente en el rendimiento en matemáticas, siendo éstas más efectivas a partir de la Educación Secundaria.

3. El rendimiento en matemáticas recibe influencias de ciertos factores de personalidad

4. El autoconcepto de los alumnos influye en el rendimiento en matemática.

5. La evolución del rendimiento académico en matemáticas influye en el autoconcepto de los alumnos

6. Los alumnos que se perciben menos competentes para las matemáticas manifiestan mayor nivel de ansiedad y rinden peor.

7. El sentimiento de competencia de los alumnos sobre las matemáticas disminuye a medida que avanza su escolarización.

8. El tiempo dedicado al estudio y trabajo en matemáticas influyen positivamente en el rendimiento.

9. Los alumnos que dedican más tiempo a actividades extraescolares y de ocio rinden peor en matemáticas.

10. Las expectativas del profesorado sobre las capacidades y actitudes de sus alumnos influyen en el rendimiento de éstos en matemáticas.

11. La autopercepción de eficacia que tiene el alumno y la percepción que el profesor tiene de él correlacionan significativamente.

12. La competencia percibida en matemáticas determina la elección de las diferentes opciones en matemáticas a partir de la Educación Secundaria.

13. Los chicos se perciben más competentes en matemáticas que las chicas y eligen más la opción B en 4º de ESO.

14. Los cambios de centro en el alumnado repercuten negativamente en su rendimiento en matemáticas.

15. No existen diferencias, en cuanto a rendimiento académico en matemáticas, entre alumnos de Centros Públicos y Centros Concertados en la Comunidad Autónoma de Castilla y León.

16. Los alumnos escolarizados en Centros Rurales rinden menos en matemáticas que los escolarizados en Centros Urbanos.

17. El recibir ayuda en matemáticas fuera del aula facilita el rendimiento de los alumnos en dicha asignatura.

18. Determinadas variables relacionadas con el nivel socioeconómico y cultural están directamente relacionadas con el rendimiento en matemáticas.

19. El nivel de formación y el grado de experiencia del profesorado en matemáticas favorecen el rendimiento de sus alumnos.

20. La percepción del profesorado sobre su actividad docente y educativa influye positivamente en el rendimiento en matemáticas.

Variables

Las variables son múltiples y se engloban en los siguientes bloques:

a) Variables de Rendimiento

- Puntuación numérica obtenida en las pruebas de rendimiento en matemática de 6º de EP, 4º ESO y 2º de Bachillerato.

b) Variables de Aprendizajes

- Puntuaciones en Aprender Pensando. 5 dimensiones: (competencia, categorización, expectativas, valoración de la situación, planes y metas).
- Puntuaciones en Percepción y Valoración del profesorado respecto a las capacidades y actitudes del alumnado hacia las matemáticas.

c) Variables Cognitivas

- Puntuaciones en Factor G
- Puntuaciones en Aptitudes Específicas (Verbal, Razonamiento y Numérico)

d) Variables Afectivo Emocionales

- Puntuaciones en el Cuestionario de Personalidad CPQ
- Puntuaciones en el Cuestionario de Personalidad I6PF-APQ
- Escala de Autopercepción de las Actitudes y capacidades para las matemáticas

e) Variables Situacionales: Contexto escolar y contexto familiar

- Variables de Enseñanza:
 - Datos de la Escala que se pasa al Profesorado EAADE
 - Datos del cuestionario que se pasa a la Dirección del Centro
- Variables del Contexto Familiar
 - Datos del Cuestionario para el Alumnado
- Variables del Evaluador externo
- Observaciones del Evaluador

Instrumentos de Evaluación

La evaluación llevada a cabo es pluridimensional y ofrece resultados de distintos tipos de pruebas que evalúan diferentes campos o niveles.

- En un primer nivel, hay datos correspondientes a las pruebas de rendimiento. Estas pruebas han sido diseñadas “*ad hoc*”, para evaluar conocimientos que los alumnos tienen de matemáticas. Estas pruebas se han elaborado teniendo en cuenta los contenidos curriculares trabajados a través de distintos libros de texto y adecuados al currículo oficial y para cada uno de los niveles educativos analizados y sometidos a los controles pertinentes.

- En un segundo nivel se obtienen dos tipos de datos: unos referidos a las estrategias de aprendizaje utilizadas por los alumnos y otros referidos a la percep-

ción que tiene el profesorado de matemáticas de las capacidades que poseen sus alumnos.

- *Los datos del tercer nivel* proceden de tests estandarizados que miden diferentes variables cognitivas de Inteligencia General y de Aptitudes Intelectuales Específicas.

- *El cuarto grupo de datos* procede de tests estandarizados que miden diferentes variables de Personalidad y de Autoconcepto.

- *Y por último, el quinto grupo de datos*, que proceden de diferentes pruebas diseñadas “*ad hoc*”, específicas para esta investigación, pretenden informar de diferentes variables de enseñanza, variables de organización y recursos didácticos y variables del contexto familiar. También aquí se incluyen datos de la hoja de información realizada por los observadores externos una vez finalizado el proceso de evaluación en cada centro.

Pruebas de Rendimiento

Es un hecho constatado desde distintas perspectivas educativas, que los datos publicados sobre el informe PISA 2003 han suscitado gran interés sobre la calidad de la educación matemática que reciben nuestros alumnos, de la que el profesorado es en cierto modo responsable, y sobre los planes de mejora. Es evidente que subyace una problemática educativa que no es simple, que requiere ser analizada con espíritu crítico y constructivo y que la formación del Profesorado es una parte fundamental de dicha problemática.

Como ya se ha repetido hasta la saciedad en los distintos foros educativos, las pruebas aplicadas en PISA 2003 están centradas en la valoración de competencias, es decir, en la capacidad de aplicación de las matemáticas curriculares. Sin embargo, son numerosos los autores especializados (Rico, 2005; Castro y Molina, 2005; Marín y Guerrero, 2005; León y Recio 2005), entre otros, que indican con absoluta claridad que nuestros alumnos no reciben una educación en competencias y, por tanto, los rendimientos alcanzados en pruebas de este tipo no miden realmente los aprendizajes de nuestros alumnos. Por esta razón, el Equipo Investiga-

dor, por unanimidad, decidió elaborar unas pruebas específicas de rendimiento que estuvieran basadas en el currículo vigente de nuestra Comunidad.

Otra posibilidad que se barajó fue la de considerar los rendimientos académicos que alcanzan los alumnos al finalizar el curso, pero también fue desestimada por varias razones, entre las que destacan las dos siguientes:

- La posible ausencia de uniformidad entre los centros, ya que, a la postre, las calificaciones finales responden a los objetivos fijados en las programaciones curriculares de los centros y éstas pueden ser muy diferentes, incluso pudieran estar muy influenciadas por el entorno.

- La poca información que está asociada a un único valor numérico, ya que la calificación final no aporta ninguna información sobre las distintas agrupaciones temáticas que componen las asignaturas.

Así pues, se creyó que para llevar a cabo el proyecto de investigación con eficacia se debían crear unas pruebas de evaluación que recogieran las partes más características de los correspondientes currículos y que, el éxito o fracaso de la investigación dependía de estas pruebas, ya que si no respondían al espíritu del proyecto, a la postre, éste sería un fracaso. Por esta razón, la elaboración de las mismas se hizo con absoluta meticulosidad y se persiguieron los dos objetivos fundamentales siguientes: estar adecuadas al nivel académico de los alumnos y ser discriminatorias.

Por una parte, las pruebas tenían que tener ítems que pudieran ser respondidos por todos los alumnos, ya que un cúmulo de respuestas en blanco o negativas impediría todo tipo de análisis posterior y, por otra, debían de ser discriminatorias entre los alumnos, esto es, tenían que estar compuestas por ítems con diferentes grados de dificultad para que se establecieran diferentes niveles de respuesta entre los alumnos. Es evidente que conseguir que las pruebas de rendimiento tengan un equilibrio entre nivel académico curricular y discriminación no es nada fácil y, por esta razón, se siguió un proceso de elaboración complejo, largo y laborioso que culminó con unas pruebas que pretendían garantizar el éxito de la investigación.

Elaboración de las pruebas de rendimiento

Conscientes de la importancia que iban a tener las pruebas de rendimiento en la investigación que se iba a llevar a cabo, ya que buena parte del éxito o fracaso de la investigación dependía de ellas, el equipo investigador elaboró un protocolo de actuación que comprendía las siguientes actuaciones:

1. **Revisión curricular.** Se hizo un análisis crítico del currículo oficial vigente de Educación Infantil (EI), Educación Primaria (EP) y Educación Secundaria (ES), y una revisión de los libros de texto de matemáticas de varias editoriales de todos los cursos del currículo.

2. **Elaboración de las pruebas provisionales.** Se elaboró una prueba para 3º de cinco ítems para EI, y nueve de diez ítems (para 2º, 4º y 6º de EP, 2ºESO, 4ºESO-A 4ºESO-B, 1º Bach., 2ºBach. Ciencias y Tecnología, y 2º Bach. Ciencias Sociales). Algunas con dos o tres apartados, que recogían las claves curriculares de todos los cursos y, por tanto, trataban de ser rigurosas con el criterio de validación de expertos, que constituyó el siguiente paso.

3. **Primera validación de expertos y reformulación de las pruebas.** Las pruebas elaboradas se sometieron al criterio de profesores en ejercicio, expertos en la materia y manifestaron su opinión, indicando aspectos que eran demasiado fáciles ó difíciles o, ítems que, por una u otra razón, no se desarrollaban en su centro. Estas sugerencias fueron atendidas sustituyendo los ítems que generaban discrepancias por otros nuevos.

4. **Ejecución de las pruebas piloto.** Se pasaron en el mes de mayo en tres centros educativos: uno concertado, un colegio público de EI y EP, y un Instituto de Educación Secundaria (IES). Las pruebas fueron realizadas por 446 alumnos.

5. **Corrección de las pruebas piloto.** La realizó el profesional del Equipo Investigador experto en el tema. Los datos recabados se utilizaron para controlar el tiempo de respuesta y elaborar las nuevas pruebas y las pautas de corrección.

6. **Análisis de los resultados.** Se llevó a cabo inmediatamente después de haber corregido las pruebas, y el objetivo principal era descubrir las posibles deficiencias de las pruebas piloto para elaborar las pruebas definitivas con garantías de éxito. Las puntuaciones medias obtenidas, las más altas y las más bajas se reflejan en la tabla I. Están referenciadas en la escala decimal y por sí solas evidencian las diferencias educativas entre los alumnos en todos los niveles.

| 3ºE I | 2ºE P | 4ºE P | 6ºE P | 2ºES O | 4ºESO A | 4ºESO B | 1ºBacC yT | 1ºBach CS | 2ºBachCy T | 2ºBach CS |
|----------|----------|----------|----------|-----------|------------|------------|--------------|--------------|---------------|--------------|
| 7,7 7 | 6,7 8 | 4,6 1 | 5,1 8 | 3,69 | 2,16 | 1,98 | 2,46 | 2,14 | 2,99 | 2,55 |
| 10 | 10 | 7,4 1 | 9,1 6 | 8,8 | 4,5 | 6,2 | 6,95 | 4,5 | 9 | 5,3 |
| 2,8 6 | 0 | 1,5 8 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Del análisis llevado a cabo se desprenden otras reflexiones, pero aquí sólo se reflejan las correspondientes a los cursos en los que se hará la prueba definitiva y que tienen que ver con la reformulación de la misma. Son éstos:

- El octavo ítem de 6º EP registra puntuaciones excesivamente bajas en ambos colegios y, por tanto, es recomendable que sea sustituido por otro en las pruebas definitivas.
- Tres ítems de 4º ESO-A no fueron respondidos y las puntuaciones fueron demasiado bajas. Por tanto, habrá que sustituir esos tres ítems por otros y hacer una revisión global.
- Las puntuaciones alcanzadas en los ítems de 4º ESO-B por los alumnos de un centro y otro no tienen ninguna correlación y, a la vista de los mismos, se podría afirmar que responden a currículos diferentes. Habrá que hacer una revisión general de la prueba.
- Hay muchos alumnos de 2º de bachillerato de ciencias y tecnología que no superan los 2'00 puntos. Y aunque las puntuaciones son bajas, sólo hay un ítem que no es respondido por ningún alumno de uno de los centros, y no hay correlación entre los resultados de los centros.
- Hay muchos alumnos de 2º de bachillerato de ciencias sociales que no superan los 2'00 puntos. Tres ítems no son respondidos por ningún alumno del centro en el que han participado menos alumnos y en el resto no hay una correlación entre los resultados.

7. Segunda reformulación de las pruebas. Se realizó teniendo en cuenta el análisis de los resultados obtenidos. Se sustituyeron los ítems que no habían sido respondidos por los alumnos de alguno de los Centros (que tenían las puntuaciones más bajas).

8. Segunda revisión de expertos y elaboración de las pruebas definitivas. La realizaron tres profesores en ejercicio (uno de EP, otro de ESO y otro de Bachillerato). Resolvieron las pruebas y nos indicaron las dificultades observadas, la complejidad numérica, el tiempo total de la prueba y alguna otra observación. Con todo ello, se crearon las pruebas definitivas remodelando algún ítem, añadiendo algunos apartados más fáciles y reescribiendo algunos enunciados para que fueran más apropiados para los alumnos. Las pruebas completas de los tres cursos analizados se presentan en el ANEXO.

Presencia de contenidos específicos en las pruebas

Como es natural en unas pruebas de este tipo, en las que se trata de obtener información sobre el rendimiento académico de largas etapas de aprendizaje, no se puede preguntar toda la materia y, por tanto, según Landsheere (1992), es de sumo interés localizar los puntos cruciales del currículo y tener en cuenta su importancia relativa. Este criterio ha estado presente en todo el proceso de elaboración y se ha tenido la precaución de que en cada prueba estuvieran presentes todos los organizadores curriculares del curso correspondiente, teniendo en cuenta su peso específico. Se describen las que corresponden a 6º de EP y a 4º de ESO-A.

En 6º de EP aparece tres ítems de aritmética (1º, 2º y 3º), dos sobre medida (4º y 5º), tres sobre geometría (5º, 7º y 8º) y tres sobre representación de la información (6º, 9º y 10º). Los dos primeros ítems se enmarcan en *pensamiento numérico calculista* (el 1º con *aritmética decimal y fraccionaria* y el 2º con *ordenación decimal y fraccionaria*), tres en *aplicación de conceptos* (5º, 7º y 8º), uno en *razonamiento abstracto* (el 6º), uno en *elección de unidades de medida* (el 4º), dos en *interpretación gráfica de datos* (6º y 9º), dos en *pensamiento geométrico* (7º y 8º), uno en *pensamiento numérico-algebraico* (el 3º) y dos en *pensamiento estadístico* (9º y 10º).

En 4º de ESO-A hay dos ítems de aritmética (3º y 8º), dos de álgebra (2º y 5º), tres de geometría (1º, 2º y 4º), tres de funciones y gráficas (2º, 6º y 7º) y dos de estadística y probabilidad (9º y 10º). El tercer ítem corresponde a *pensamiento numérico* (Aritmética decimal y fraccionaria), el 2º y el 5º a *pensamiento algebraico*

(Cálculo simbólico), el 1º a *geometría métrica plana*, el 2º a *geometría analítica plana*, el 4º a *geometría tridimensional*, tres a *representación cartesiana* (2º, 6º y 7º), tres a *pensamiento analítico* (2º, 6º y 7º), el 9º a *pensamiento estadístico*, el 10º a *pensamiento probabilístico*, cuatro a *aplicación de conceptos* (1º, 2º, 4º, 8º) y dos a *razonamiento abstracto* (6º y 7º).

CORRECCIÓN DE PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez que se realizan todas las pruebas, se procede a su corrección y al análisis de los resultados. Por una parte, los test estandarizados se corrigen mediante lectura óptica y las escalas y cuestionarios de forma manual; por otra, las pruebas de rendimiento son corregidas de forma artesanal por un grupo de especialistas. Posteriormente se transcriben todos los datos a un sistema informático adecuado para que pueda aplicarse un análisis cuantitativo mediante programas estadísticos adecuados.

Corrección de las Pruebas de Rendimiento

Estas pruebas fueron aplicadas por una empresa en dieciséis centros de educación primaria, trece de ESO y cuatro de bachillerato durante los meses de mayo y junio de 2006. Las pruebas fueron corregidas por el profesor especialista del equipo investigador y por otros dos profesores también especialistas. Éstos fueron seleccionados por el equipo investigador y para unificar criterios se redactaron unos criterios de corrección para cada una de las pruebas. Éstas se han explicado a cada uno de los correctores y como ejemplo se reproducen las que corresponden a 4º ESO-B:

- Todos los ejercicios se valorarán sobre 10 puntos.
- No se harán valoraciones parciales negativas por respuestas disparatadas.
- No se tendrán en cuenta ni la precisión de la grafía ni las faltas de ortografía.
- Las puntuaciones de cada ejercicio se harán así:
 1. Por el cálculo de AC, 5 puntos; por el de CB, 5.
 2. Cada apartado se valora sobre 5 puntos.

3. Respuesta correcta, 10 puntos; incorrecta 0.
 4. Cálculo de AD, 4 puntos; valor de AV, 2; por el cálculo de AV, 4.
 5. Por quitar los paréntesis, 2 puntos; por quitar denominadores, 2; por agrupar la incógnita, 2; por agrupar las constantes, 2; por hallar la solución, 2.
 6. Cada apartado se valora sobre 2,5 puntos.
 7. Cada apartado se valora sobre 5 puntos.
 8. Por resolver la ecuación, 4 puntos; por determinar los intervalos 6.
 9. Se valorarán positivamente las anotaciones correctas.
 10. Cada apartado se valora sobre 5 puntos.
- Las respuestas que no se ajusten a este modelo se valorarán de forma global y siempre con una discriminación positiva.

Análisis Global de los Resultados de las Pruebas de Rendimiento

Una vez que se corrigieron las pruebas, las puntuaciones alcanzadas se pasaron a Excel para hacer un tratamiento estadístico elemental, independiente del que se haga después relacionando estos datos con los que proceden de las otras pruebas. Aquí sólo nos referiremos a este tratamiento elemental. Como primera referencia, en la tabla 2 se presentan los resultados globales de cada uno de los cursos encuestados.

| Cursos | 6ºEP | 4ºESO-A | 4ºESO-B | 2ºBach-CyT | 2ºBach-CS |
|---------------------|------|---------|---------|------------|-----------|
| Puntuaciones medias | 4,34 | 3,23 | 4,15 | 2,78 | 1,34 |
| Numero de alumnos | 423 | 98 | 220 | 30 | 31 |

Un simple vistazo a la tabla pone de manifiesto la escasa participación de los alumnos en la opción A de ESO, donde el número de alumnos podría estar condicionado por ser minoritarios los que cursan esa opción y, especialmente en los bachilleratos, donde la participación es testimonial. Por otra parte, el corrector de las pruebas de este nivel y el especialista en Didáctica de la Matemática, viendo cómo han respondido los alumnos, piensan que han sido realizadas por alumnos suspensos en el curso, por alumnos que no se han podido presentar a las pruebas

de acceso a la Universidad. Por tanto, los resultados de las pruebas de rendimiento de los bachilleratos no se pueden tener en cuenta en la investigación y no se refleja el análisis realizado.

Análisis Global de las Pruebas de Rendimiento en 6º de Educación Primaria

En la tabla 3 se presentan las puntuaciones medias que se han producido en 6º de EP en cada uno de los centros, dieciséis en total, y las puntuaciones medias normalizadas, en las que no se tienen en cuenta los ítems que no han sido respondidos en algún curso. El equipo investigador interpreta que, presumiblemente las respuestas en blanco se deban que tales conceptos no se han desarrollado en los respectivos centros. Al menos, eso es lo que afirman los alumnos que repiten la frase “no lo he dado”. En concreto, aparecen tres ítems sin responder en doce de los dieciséis centros encuestados (el 5º en los doce, el 7º en cuatro y el 8º en uno). En las respuestas a las cuestiones 9ª y 10ª también suele aparecer la muletilla “no lo he dado” pero, sin embargo, sí que las responden, al menos la primera parte de cada una de ellas, lo que nos hace pensar que pueden haberlo estudiado en cursos anteriores, pero no en sexto, o bien que ellos, por sí solos, de manera natural, establecen el resultado. Por esta razón, las puntuaciones de estas cuestiones nos se han eliminado en ninguno de los centros para calcular las medias normalizadas, cuya media supone un incremento aproximado del 10%, pero que algún caso supera el 20%.

| Centro | NA | MO | MN | Centro | NA | MO | MN |
|--------|----|------|------|--------|----|------|------|
| 1 | 28 | 2,51 | 3,13 | 9 | 28 | 6,74 | 7,46 |
| 2 | 30 | 5,70 | 5,70 | 10 | 29 | 4,17 | 5,21 |
| 3 | 30 | 4,76 | 5,22 | 11 | 29 | 6,48 | 6,48 |
| 4 | 28 | 5,50 | 5,50 | 12 | 12 | 3,54 | 3,94 |
| 5 | 29 | 3,16 | 3,88 | 13 | 28 | 3,98 | 4,35 |
| 6 | 29 | 2,97 | 3,59 | 14 | 28 | 3,05 | 3,39 |
| 7 | 29 | 3,50 | 3,84 | 15 | 28 | 3,30 | 4,04 |
| 8 | 28 | 4,61 | 5,09 | 16 | 10 | 5,09 | 5,09 |

NA es el número de alumnos, MO las medias obtenida y MN las medias normalizadas.

Como puede apreciarse en la tabla 3, hay una gran variación en el rendimiento académico de los centros, que se manifiesta en las puntuaciones medias obtenidas (en adelante también nos referiremos a ellas como puntuaciones medias curriculares, ya que están basadas en el currículo) y que oscilan entre los 2'51 puntos de mínima y los 6'74 de máxima en las curriculares o bien entre 3'13 y 7'46 si se consideran las puntuaciones normalizadas. Todos los ítems han sido respondidos y en todos ellos hay alumnos que alcanzan la calificación máxima, 10'00 puntos, pero abundan las respuestas en blanco o sin sentido. De hecho, hay bastantes puntuaciones próximas a 0,00 y escasean las cercanas a 10,00. La tabla 4 muestra las puntuaciones medias normalizadas de los ítems de los dieciséis centros encuestados; hay muchas que no superan 2'00 puntos y estos ítems junto con los no respondidos superan el 20% de los propuestos, lo que sin duda indica que los centros no siguen el mismo currículo o, por decirlo de otra manera, tienen demasiadas lagunas, no se aprenden buena parte de los conceptos curriculares. No hay uniformidad.

Tabla 4. Puntuaciones medias de los ítems de 6º de EP

| CentÍtem | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|-------------|------|--------------|
| 1 | 1,61 | 3,46 | 2,79 | 6,82 | - | 1,93 | - | 0,89 | 5,89 | 1,59 |
| 2 | 4,07 | 5,23 | 4,00 | 8,50 | 6,60 | 4,83 | 4,37 | 4,83 | 7,63 | 6,93 |
| 3 | 3,37 | 3,33 | 3,23 | 7,50 | - | 8,83 | 2,70 | 2,57 | 7,93 | 7,75 |
| 4 | 4,64 | 5,25 | 3,04 | 8,32 | 3,75 | 7,71 | 5,32 | 5,14 | 7,82 | 3,85 |
| 5 | 1,24 | 3,55 | 1,10 | 6,34 | - | 4,07 | - | 2,69 | 5,24 | 4,48 |
| 6 | 1,85 | 4,07 | 2,48 | 7,78 | - | 6,26 | 0,52 | - | 4,78 | 3,23 |
| 7 | 0,38 | 3,45 | 3,14 | 7,62 | - | 7,76 | 1,14 | 2,41 | 5,76 | 2,93 |
| 8 | 1,32 | 5,64 | 2,14 | 7,79 | - | 5,64 | 1,25 | 5,82 | 6,64 | 6,50 |
| 9 | 6,96 | 7,18 | 5,54 | 8,57 | - | 8,18 | 6,79 | 6,43 | 7,54 | 10,00 |
| 10 | 6,10 | 4,86 | 3,48 | 7,62 | - | 5,38 | - | 0,34 | 7,66 | 6,21 |
| 11 | 6,62 | 9,07 | 4,48 | 8,28 | 5,34 | 6,90 | 6,45 | 7,66 | 6,93 | 3,10 |
| 12 | 1,67 | 3,83 | 2,33 | 6,25 | - | 7,17 | 3,58 | 3,75 | 4,58 | 2,27 |
| 13 | 2,25 | 3,96 | 1,36 | 6,71 | - | 7,32 | 3,14 | 3,18 | 5,75 | 5,46 |
| 14 | 1,00 | 2,43 | 2,11 | 6,57 | - | 4,93 | 1,68 | 1,75 | 5,54 | 4,54 |
| 15 | 2,85 | 4,44 | 0,89 | 7,15 | - | 4,59 | - | 1,74 | 6,89 | 3,74 |
| 16 | 4,00 | 5,70 | 3,00 | 8,60 | 3,00 | 9,50 | 3,50 | 4,50 | 5,10 | 4,00 |
| Med Nor | 3,12 | 4,72 | 2,82 | 7,53 | 4,67 | 6,31 | 3,37 | 3,58 | 6,36 | 4,79 |

No se conoce la instrucción recibida, pero se puede considerar que las puntuaciones alcanzadas por los alumnos pueden ser indicadoras de las dificultades de respuesta y, a la postre, de los rendimientos. Según esta ordenación, se puede afirmar que los alumnos alcanzan el mayor rendimiento en relación con las unidades de medida (ítem 4°), más concretamente con la elección de unidades.

En la interpretación gráfica de datos, que está implícita en los ítems 6° (razonamiento abstracto) y 9° (interpretación de una gráfica de datos) alcanzan un rendimiento similar, sin embargo, en el sexto tienen que construir el gráfico, mientras que en el noveno la interpretación es directa, aunque en este ítem tienen que hacer un cálculo sencillo. Buena parte de los alumnos que responden bien al primer apartado de interpretación gráfica fallan en el segundo, lo que manifiesta que la rentabilidad es mayor en la interpretación de gráficos sencillos que en la generación de los mismos.

Aparecen tres ítems con un rendimiento similar (5°, 2° y 10°), los tres pueden parecer muy diferentes, pero no es así, ya que en los tres se requiere una mínima destreza en cálculos numéricos.

En los ítems relativos a pensamiento geométrico (7° y 8°), pensamiento numérico (1°) el rendimiento es menor y, finalmente, el ítem en el que consiguen el peores resultados (3°) contiene pensamiento numérico – algebraico.

Curiosamente, los tres ítems que no se han desarrollado en algunos centros (5°, 7° y 8°) figuran en posiciones de dificultad de respuesta intermedia en la tabla, hecho que puede ser engañoso, si no se tiene en cuenta que son puntuaciones normalizadas; es decir, no se han considerado los ítems no desarrollados.

En los ítems 5°, 7° y 8° tienen que aplicar conceptos matemáticos generales de forma directa y, por tanto, guardan cierta relación con el grado de competencia matemática adquirida. La puntuación media conjunta de estos tres ítems, a pesar de que en el 5° sólo se han contabilizado las respuestas de cuatro centros, es de 3'87 puntos, puntuación significativamente más baja que la media, un 20%, que evidencia que el desarrollo del currículo en Castilla y León no pone el énfasis en lograr que los alumnos adquieran competencias matemáticas.

Por otra parte, los niveles de dificultad de respuesta de los alumnos producen un escalonamiento progresivo en el rango de puntuaciones, lo que indica que la prueba sí que es discriminatoria y, por tanto, marca diferencias de rendimiento entre los alumnos.

Análisis Global de las Pruebas de Rendimiento en 4º de ESO

Los contenidos de estos currículos son prácticamente los mismos y la mayor diferencia entre ambos reside en el énfasis y en la orientación de los mismos, que dotan a la opción A de un sentido más aplicado, más algorítmico que la B. Por esta razón, se ha mantenido una correlación entre todos los ítems, excepto en el 8º y en el 4º, que es común para ambas pruebas.

Análisis de las pruebas de rendimiento en 4º de ESO-A

La prueba de rendimiento para 4º ESO-A es respondida por once centros y las puntuaciones obtenidas son bajas. Las medias curriculares de centros oscilan entre la mínima, 1'13, y la máxima, 4'80, que es más de un 400% superior. Las normalizadas varían un poco menos, entre 1'62 y 4'80. En ambos casos, el resto de puntuaciones están muy dispersas en los respectivos rangos y manifiestan una falta de uniformidad en el desarrollo curricular, hecho que se aprecia mejor en la tabla 5 de ítems y centros.

| Centt.\Ítems | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Medias |
|--------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1 | 4,29 | 2,50 | 7,50 | 1,29 | 5,21 | 4,29 | 4,50 | 3,36 | 7,57 | 4,93 | 4,54 |
| 2 | 3,55 | 6,45 | 7,09 | 2,91 | 5,55 | 5,09 | 3,45 | 4,00 | 6,18 | 3,73 | 4,80 |
| 3 | 3,00 | 1,67 | 4,83 | 0,67 | 6,00 | 1,83 | 1,33 | 1,33 | 3,00 | 6,33 | 3,00 |
| 4 | 0,00 | 0,00 | 3,33 | 0,00 | 6,33 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 1,67 | 1,13 |
| 5 | 1,64 | 1,00 | 3,82 | 0,73 | 5,55 | 0,36 | 0,64 | 5,18 | 5,36 | 5,36 | 2,96 |
| 6 | 1,21 | 0,00 | 4,64 | 0,43 | 5,64 | 0,71 | 1,36 | 3,07 | 4,93 | 8,00 | 3,00 |
| 7 | 2,28 | 1,94 | 5,20 | 1,00 | 5,71 | 2,05 | 1,88 | 2,82 | 4,51 | 5,00 | 4,01 |
| 8 | 2,70 | 2,80 | 4,40 | 0,00 | 4,00 | 0,00 | 0,00 | 4,70 | 4,00 | 2,90 | 2,55 |
| 9 | 2,22 | 0,00 | 3,22 | 0,67 | 2,89 | 0,00 | 0,00 | 0,89 | 7,56 | 2,33 | 1,98 |
| 10 | 0,88 | 0,00 | 4,25 | 0,00 | 3,75 | 0,00 | 0,38 | 1,75 | 7,75 | 5,63 | 2,49 |
| 11 | 1,86 | 0,95 | 4,34 | 0,42 | 4,40 | 0,55 | 0,72 | 2,65 | 5,75 | 4,77 | 2,64 |
| Medias | 2,15 | 1,57 | 4,79 | 0,74 | 5,00 | 1,35 | 1,30 | 2,70 | 5,15 | 4,60 | 3,23 |

Los ítems de respuesta más sencilla son los relativos a: estadística (ítem 9°), manipulación algebraica sencilla (5°), cálculo aritmético (3°) y probabilidad (10°), que son ítems que sólo requieren una mínima destreza matemática. En el extremo opuesto se encuentran los correspondientes a geometría espacial (4°), que requiere aplicar el teorema de Pitágoras; le siguen en orden de dificultad el relativo a representación analítica-cartesiana (7°) y análisis matemático (6°), que ya necesitan cierto grado de abstracción por trabajar con objetos matemáticos; aunque tampoco obtienen gran rendimiento en los ítems que ocupan las posiciones centrales: geometría analítica plana (2), geometría métrica plana (1°) y aritmética aplicada (8°).

Por otra parte, los ítems 6° y 7° se corresponden con cierto razonamiento abstracto y, en este caso, las puntuaciones que alcanzan los alumnos son de las más bajas. La puntuación media de estos dos ítems es 1'32, está muy alejada de la media y, por tanto, la capacidad de respuesta es bastante baja, lo que sin duda evidencia un estilo de aprendizaje dependiente.

La puntuación media conjunta de los tres ítems que requieren aplicar conceptos matemáticos (1°, 2°, 4° y 8°) y que tienen cierta relación con competencia matemática, es de 1'79 puntos, estimación significativamente más baja que la media, casi un 40%, lo que evidencia que el objetivo de formar en competencias matemáticas no se considera importante en Castilla y León.

Por otra parte, como se observa en la tabla 5, el escalonamiento de niveles de dificultad de respuesta de los alumnos en el rango indica que la prueba es discriminatoria y, por tanto, marca las diferencias de rendimiento entre los alumnos.

Análisis de las pruebas de rendimiento en 4° de ESO-B

La prueba es respondida en trece centros y la participación del alumnado es muy desigual. Como en los casos precedentes, la media normalizada aumenta sobre la media curricular alrededor de un 10%, llegando en algunos casos al 25%. Los rangos de puntuaciones oscilan entre 2'31 y 7'14 para las medias curriculares

de centros, y entre 2'82 y 7'14 para las normalizadas, y el resto de las puntuaciones están muy dispersas en los rangos. Esta dispersión se puede apreciar mejor en la tabla 6, que contiene las puntuaciones medias curriculares de todos los ítems por centros y es un indicador de que el desarrollo curricular es diferente en los centros educativos.

Tabla 6. Puntuaciones medias de los 10 ítems. 4º ESO B

| Cent.Ítems | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Medias |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--------|
| 1 | 2,31 | 0,81 | 5,94 | 1,13 | 8,31 | 5,81 | 0,69 | 3,56 | 1,81 | 2,56 | 3,29 |
| 2 | 8,65 | 5,12 | 9,06 | 7,82 | 8,71 | 8,53 | 7,00 | 5,82 | 5,82 | 4,82 | 7,14 |
| 3 | 4,00 | 0,18 | 6,79 | 4,39 | 8,39 | 3,89 | 1,00 | 2,54 | 7,61 | 6,86 | 4,56 |
| 4 | 3,00 | 1,67 | 4,83 | 0,67 | 6,00 | 1,83 | 1,33 | 1,33 | 3,00 | 6,33 | 3,36 |
| 5 | 2,11 | 0,00 | 9,44 | 0,00 | 9,06 | 4,33 | 0,33 | 2,61 | 0,56 | 1,11 | 2,96 |
| 6 | 2,45 | 2,18 | 6,73 | 4,18 | 7,36 | 3,64 | 1,36 | 2,55 | 1,91 | 1,45 | 3,38 |
| 7 | 4,83 | 0,00 | 4,17 | 0,00 | 7,33 | 4,17 | 0,00 | 0,33 | 6,33 | 4,50 | 3,17 |
| 8 | 6,81 | 0,29 | 8,81 | 2,90 | 9,52 | 6,43 | 0,95 | 3,86 | 9,52 | 5,52 | 5,46 |
| 9 | 2,11 | 0,00 | 6,89 | 1,61 | 7,33 | 0,00 | 0,00 | 2,83 | 0,56 | 1,72 | 2,31 |
| 10 | 4,03 | 1,14 | 6,96 | 2,52 | 8,00 | 4,29 | 1,41 | 2,83 | 4,12 | 3,88 | 3,89 |
| 11 | 2,18 | 0,00 | 8,18 | 1,09 | 8,64 | 4,00 | 2,45 | 6,36 | 4,00 | 4,36 | 4,13 |
| 12 | 3,86 | 1,03 | 7,07 | 2,39 | 8,06 | 4,27 | 1,50 | 3,15 | 4,11 | 3,92 | 4,59 |
| 13 | 3,21 | 1,69 | 8,79 | 3,62 | 7,59 | 3,07 | 1,93 | 4,34 | 6,17 | 2,76 | 4,32 |
| Medias | 3,81 | 1,09 | 7,20 | 2,49 | 8,02 | 4,17 | 1,54 | 3,24 | 4,27 | 3,83 | 4,15 |

El 5º ítem, que sólo requiere cierta habilidad en la manipulación, se revela como el más sencillo. Le sigue el 3º que precisa cierta destreza en el cálculo con fracciones. El ítem 9º y el 6º no son tan fáciles y tienen que ver con representaciones gráficas de conceptos (en el primero, que responden algo mejor, tienen que leer sobre el gráfico, mientras que en el segundo tienen que construirle). El ítem 10º está relacionado con pensamiento probabilístico y junto con el 1º, que sólo requiere la aplicación de la razón trigonométrica seno, ocupan las posiciones centrales de las medias de las puntuaciones curriculares, pero los resultados ya se pueden considerar bajos.

El ítem que se revela como el más difícil de responder es el segundo y está relacionado con el pensamiento analítico y algebraico; le sigue en dificultad de respuesta el 7º, que requiere cierta destreza algebraica para tratar desigualdades de forma genérica, y muy pocos alumnos le responden consiguiendo la puntuación máxima; el 4º, que es el ítem que se mantiene común con el cuestionario de la opción A, y que requiere cierta habilidad geométrico-espacial y aplicar el teorema de Pitágoras, también es complicado para estos alumnos, aunque es respondido mejor; finalmente, el 8º, que requiere cierta destreza operativa simbólica y cierta capacidad de interpretación de las desigualdades algebraicas, también es complicado para estos alumnos.

Los ítems 6º y 8º se corresponden con cierto razonamiento abstracto y, a diferencia del curso anterior, las puntuaciones que alcanzan los alumnos globalmente en estos dos ítems es de 3'71, casi coincidente con la mediana, 3'74, lo que se puede interpretar como un rendimiento normal. Sin embargo no sucede lo mismo con los ítems relacionados con pensamiento analítico (2º, 6º y 7º), sobre todo con el primero y el último, que además requieren cierta competencia matemática y alguna destreza algebraica.

En esta prueba, los ítems 1º, 2º y 4º están relacionados con cierta competencia matemática y, como en los cursos anteriores, estas puntuaciones son tan bajas que evidencian una deficiencia en formación competencial.

Por otra parte, como se observa en la tabla 5, el escalonamiento de niveles de dificultad de respuesta de los alumnos en el rango indica que la prueba es discriminatoria y, por tanto, marca las diferencias de rendimiento entre los alumnos.

Conclusiones derivadas del Análisis de las Pruebas de Rendimiento

Del análisis realizado sobre las pruebas de evaluación, y de la reflexión profunda llevada a cabo por el equipo investigador, se deducen las siguientes conclusiones, cuya atención puede mejorar el rendimiento escolar:

- No existe uniformidad en el desarrollo curricular. El análisis comparado de los centros ha detectado muchas diferencias educativas, notables lagunas, que se

pueden atribuir a que el currículo se desarrolla parcialmente y que los temas no tratados no son los mismos en todos los centros educativos. En 6º de EP es más frecuente que éstos sean estadística y probabilidad.

- Los alumnos de 6º de EP y los de 4º de ESO-A no alcanzan un desarrollo aritmético adecuado para trabajar con números decimales y con fracciones y tienen serias dificultades en el paso de la aritmética al álgebra, lo que sin duda dificultará aprendizajes posteriores. En el bajo rendimiento de 4º de ESO-A puede estar reflejado la deficiencia detectada en 6º de EP.

- Por el contrario, los alumnos de 4º de ESO-B sí que alcanzan un desarrollo aritmético adecuado para trabajar con números expresados en forma de fracción, lo que sin duda facilitará el cálculo simbólico en el futuro, pero aún no alcanzan un nivel algebraico satisfactorio.

- Los alumnos consiguen mayor rentabilidad en actividades interpretativas que en aquellas otras que requieren una construcción personal de algún modelo matemático.

- El nivel de razonamiento abstracto es comparativamente bajo en 6º de EP y en 4º ESO-A y, por tanto, este factor puede ser una de las causas directas del fracaso escolar generalizado de los alumnos. Estos alumnos requieren un proceso de enseñanza-aprendizaje dependiente. Sin embargo, en 4º de ESO-B es comparativamente alto y, por tanto, este factor no será la causa directa del fracaso escolar generalizado de estos alumnos.

- Los rendimientos en pensamiento geométrico son bajos en los tres cursos, especialmente en 4º de ESO-A.

- El análisis comparativo entre los resultados de 4º de ESO-A y 4º de ESO-B indica la conveniencia de mantener las dos vías curriculares con las directrices actuales.

- Los alumnos de 4º de ESO no han alcanzado un desarrollo adecuado en pensamiento analítico.

- Los resultados tan bajos en los ítems que tienen cierta relación con competencia matemática son indicadores de que el currículo no se desarrolla para conseguir objetivos que proporcionen a estos alumnos una formación competencial.

- Las pruebas producen escalonamientos progresivos en los rangos de puntuaciones de cada curso. Por tanto, como se pretendía, han resultado ser discriminatorias entre los alumnos y, en consecuencia, adecuadas.

ANÁLISIS GENERAL CUANTITATIVO DE LOS RESULTADOS DE LA MUESTRA DE 6° DE EDUCACIÓN PRIMARIA

El grupo de 6° de Primaria ha sido un total de 427, de los cuales 226 chicos (53%) y 201 chicas (el 47%). La edad de la muestra oscila entre 11 y los 13 años, en función del nº de cursos repetidos o perdidos por la no escolarización de los alumnos.

Por lo que se refiere al país de procedencia, la inmensa mayoría son españoles (el 95%), procediendo de otros países el 5%. Respecto a la lengua que se habla en casa, curiosamente, el 99% de las familias hablan el castellano en casa, a pesar de que, como anteriormente se veía, un 5% de ellas no es de origen español.

Por lo que respecta al nº de hermanos, el 33% son hijos únicos, el 47% son dos hermanos en total, el 20% corresponde a familias con tres o más hijos. Por lo que se refiere al lugar que ocupan los alumnos evaluados entre los hermanos, el porcentaje mayor corresponde a la primera posición, viéndose incrementado por el alto porcentaje de hijos únicos que hay.

Respecto a los estudios de los padres, el porcentaje mayor corresponde a los padres con estudios superiores (38%), seguidos de los que tienen estudios de FP o Bachillerato (24%), estudios primarios (21%) y en menor cuantía los que tienen estudios de grado medio (16%). A su vez, los estudios de la madre son muy similares a los de los padres. El porcentaje de madres que tiene un nivel de estudios superiores es el mismo que en los padres (38%), el 23% de las madres tienen estudios de FP o Bachillerato, el 21% son de grado medio y el 18% estudios primarios.

En relación al trabajo del padre, predomina en la muestra los padres con trabajos no cualificados (no agrarios) y el mediano empresario o profesional (entre los dos suman el 74% de la muestra analizada). El tipo de trabajo de la madre, varía respecto al trabajo del padre. El 29% de las madres tienen trabajos de tipo administrativo y comercial; les siguen los trabajos autónomos (pequeñas empresas y profesionales). Un 15% se dedica a sus labores y finalmente existe un por-

centaje considerable sin identificar la profesión. De los datos aportados por los alumnos, señalamos que el 38% de las familias reciben ayuda para la adquisición de libros de texto, otro 37% desconoce si su familia percibe dicha ayuda.

El horario escolar de los colegios analizados se reparte entre el 51% de los centros con jornada continuada y el 49% de los centros que tienen jornada partida. Un alto porcentaje de los alumnos de 6º de Primaria suele comer en casa o en casa de algún familiar, siendo solo el 16% los que usan el servicio de comedor escolar

Por lo que se refiere al cambio de centro y su posible incidencia en la adaptación al mismo y a la postre poder influir en los resultados académicos se constata que 89% no ha cambiado de centro para hacer 6º. Solo el 11% ha cambiado. Ahora bien, la adaptación al nuevo centro de este grupo, no ha sido buena para todos, definiéndola regular el 20% y mala el 14%.

En cuanto al tiempo diario dedicado a los deberes o tareas académicas y estudios en general, podemos comprobar en este grupo analizado, que solo el 10% dice dedicar menos de una hora al día, el 36% estudia durante una hora, dos horas dedican el 33% y más de dos horas el 21%. En cuanto al tiempo de estudio dedicado a las matemáticas, la mayoría (38%) dice dedicar a esta materia entre 30 a 45 minutos, seguido del 34% que le dedica una hora de trabajo. Es decir que el 72% dedica al estudio de las matemáticas entre 30 y 60 minutos. Frente al 17% que dedica menos de media hora de estudio.

En cuanto a las actividades extraescolares, destacamos que un 45% dedica una hora al día, el 21% dos horas diarias, el 18% más de 2 horas diarias y solo el 17% de la muestra no hace actividades extraescolares. Si eliminamos el tiempo dedicado al estudio y trabajo diario y actividades extraescolares, comprobamos que su tiempo libre y de ocio gira en torno a la televisión, ordenador y otras diversas que no especifican.

Respecto a la formación recibida en informática, parece que en la muestra, la mayoría la adquieren en el centro escolar (47%), sin desdeñar el 28% que lo adquieren por su cuenta.

Sobre los recursos y soportes que complementan y refuerzan la formación general del alumnado en casa, destacamos que el 34% de las familias disponen de ordenador, de las cuales el 14% tienen además conexión a Internet. Si bien se observan diferencias en cuanto a recursos entre las familias rurales y urbanas, en general, las familias urbanas tienen más recursos que las rurales. La diferencia es mayor en ordenador y conexión a Internet.

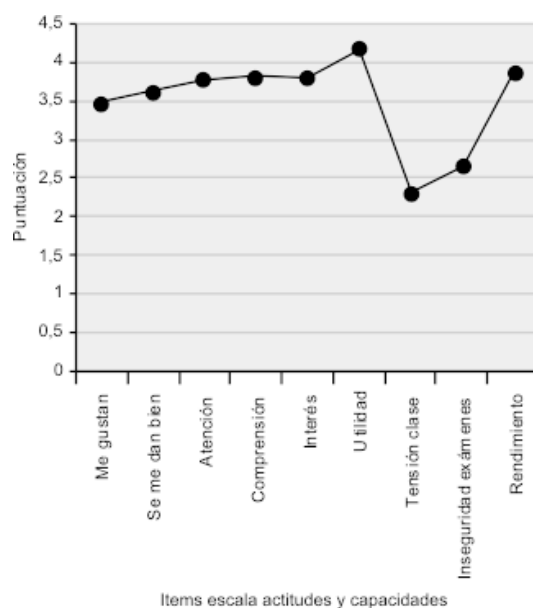
Comparando estos mismos recursos entre los centros públicos y concertados, se constatan las mismas diferencias que describíamos anteriormente a favor de los colegios concertados. A la hora de estudiar y hacer los deberes los alumnos de 6° de Primaria suelen estar acompañados en casa, bien por los padres o hermanos. El 9% de ellos está sólo en casa. Cuando no entienden o tienen dificultades en matemáticas (fuera del colegio), sólo el 7% de la muestra no pide ayuda. Los que piden ayuda (el 76%) la mayoría la reciben de los padres (61%) y de los hermanos (19%).

También es de destacar, que la mayoría de los alumnos (93%) de 6° de Primaria de la muestra analizada no han repetido ningún curso y que el 19% de los alumnos que no han asistido a clase durante algún curso, en la mayoría de los casos ha sido por enfermedad.

Respecto a la Escala de Autopercepción de Actitudes y Capacidades para las matemáticas, diseñada ad hoc para esta investigación, se ha llevado a cabo un análisis de la fiabilidad de la escala obteniéndose un coeficiente alfa de Cronbach de $\alpha = .833$. Además se calculó la matriz de correlaciones policóricas entre los ítems de la escala. De los 9 ítems, 7 presentan coeficientes de correlación elevados; los 2 restantes correlacionan negativamente, el índice de Kaiser-Meyer-Olkin ($KMO = .86747$) es suficientemente bueno como para permitir el análisis factorial de la matriz. El resultado de este análisis confirmó una solución factorial de dos factores que explican el 67.33% de la varianza común. El primer factor, con un valor propio de 4.663, explica el 51.8% de la varianza y está compuesto por los siete ítems de la escala que denotan actitudes positivas hacia las matemáticas y autopercepción de competencia para su estudio. El segundo factor, con un valor propio de 1.396, explica el 15.51% de la varianza, y está compuesto por los dos ítems cuyo contenido denota ansiedad, inse-

guridad, tanto en clase de matemáticas como ante los exámenes de esta materia. La fiabilidad alcanzada por los dos factores ha sido de $\alpha = .903$ para el primer factor y $\alpha = .863$ para el segundo factor y una correlación entre los factores de $r = -.498$. Por lo cual, la escala se ha mostrado suficientemente fiable y válida para evaluar las actitudes y la percepción de competencia de los alumnos.

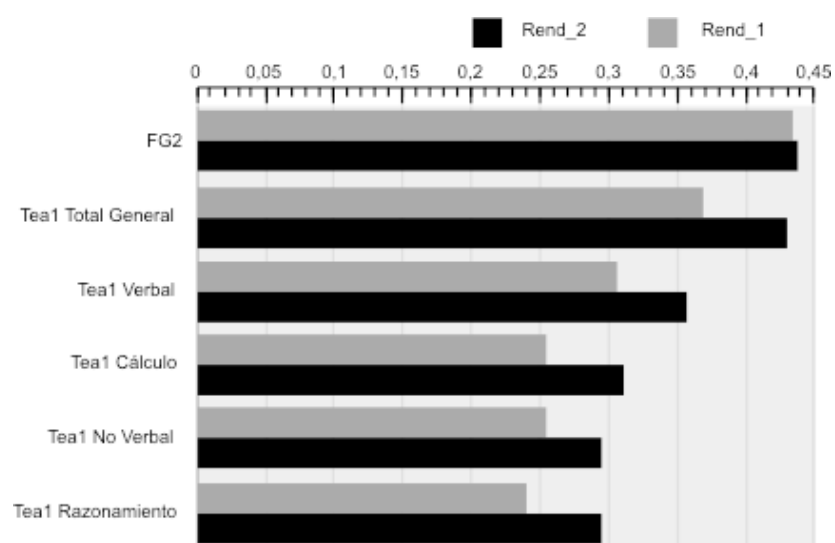
Los resultados obtenidos en la aplicación de esta escala, en rasgos generales, confirman que los alumnos de 6º de primaria consideran que las matemáticas son muy útiles y creen que obtienen un buen rendimiento. Además, se perciben como personas que en clase de matemáticas están atentas, las comprenden bien y muestran interés por ellas, si bien, el gusto por las matemáticas es algo menor. Por otro lado, podemos observar que la tensión que manifiestan en clase es media baja, aumentando ligeramente en exámenes. Esto se confirmaría ya que en la medida que pasan los cursos, el 83% de los alumnos de 6º de primaria, se perciben más capaces respecto a las matemáticas.



Comprobación de hipótesis en 6º de educación primaria

Hipótesis I: Los alumnos con alto nivel en capacidad cognitiva obtiene mejor rendimiento en matemáticas. Para poder comprobar esta hipótesis he-

mos de resaltar que en la variable dependiente, rendimiento en matemáticas, se tomaron dos medidas (Rendimiento 1 teniendo en cuenta todos los ítems de la prueba y Rendimiento 2 considerando sólo los ítems sobre los contenidos explicados en clase). Se analizó esta variable con las variables independientes cognitivas. En el gráfico inferior, se presentan las magnitudes de los coeficientes de correlación entre los resultados de las pruebas cognitivas y del rendimiento en ambas correcciones.

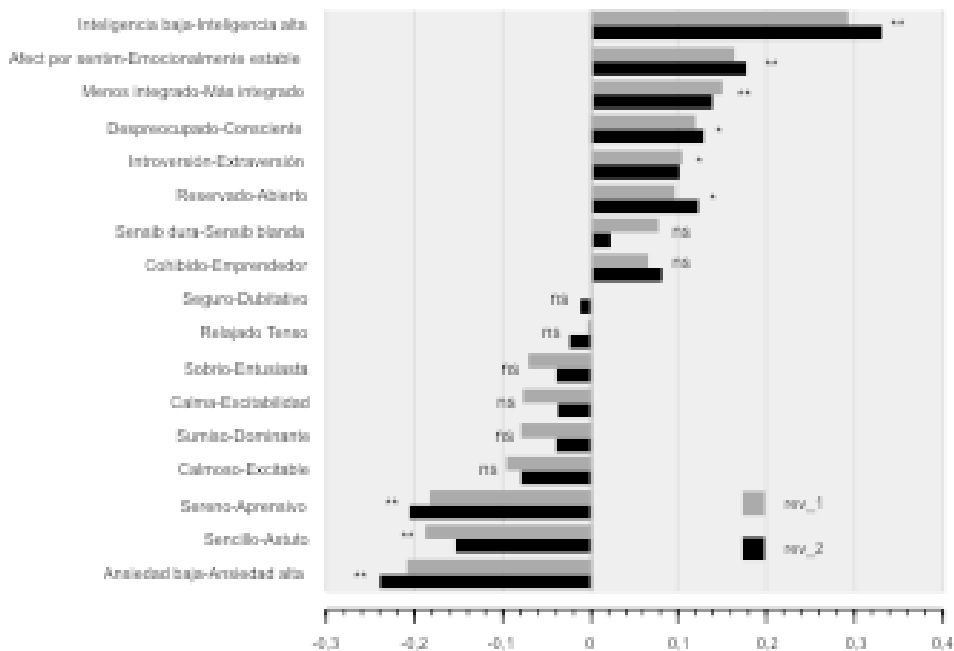


Como puede observarse en los resultados, al relacionar el rendimiento en matemáticas con los datos obtenidos en las distintas pruebas de inteligencia la significación varía, resultando altamente significativo ($p < .01$) con la Inteligencia General Factor G-2 y con el Factor General del test de aptitudes TEA, siendo la significación menor con el resto de los factores.

Los datos obtenidos en las variables cognitivas se agruparon en tres categorías: alto-medio-bajo y se comparó con el rendimiento 1 y 2 en matemáticas en los tres grupos. Los datos obtenidos son significativos en todos los tests y existe una correlación altamente significativa entre el rendimiento en matemáticas y la capacidad cognitiva de los alumnos, tanto referido a la inteligencia general como a las inteligencias específicas, lo que nos permite confirmar esta hipótesis.

Hipótesis 2: El conocimiento y uso de diferentes estrategias cognitivas de aprendizaje influyen positivamente en el rendimiento en matemáticas, siendo estas más efectivas a partir de la Educación Secundaria. Para confirmar esta hipótesis se relacionó los resultados obtenidos en la escala “Aprender Pensando” y el rendimiento en matemáticas. Con los resultados obtenidos en los análisis de varianza realizados, no nos permite confirmar esta hipótesis referida a 6° de E. Primaria. Con esta muestra no se confirma que el uso de determinadas estrategias de aprendizaje influya en el rendimiento real de los sujetos en matemáticas, tanto en la primera como en la segunda revisión. Posiblemente en estas edades aún no se han desarrollado o sistematizado estrategias de aprendizaje que suelen ser útiles cuando los contenidos aumentan y es necesario optimizar las capacidades.

Hipótesis 3: Determinados factores de personalidad influyen en el rendimiento en matemáticas. Para poder comprobar esta hipótesis se ha llevado a cabo un estudio correlativo entre cada uno de los factores de personalidad analizados en el cuestionario CPQ Cuestionario de Personalidad para niños (8- 12 años) y las dos puntuaciones promedio de matemáticas.



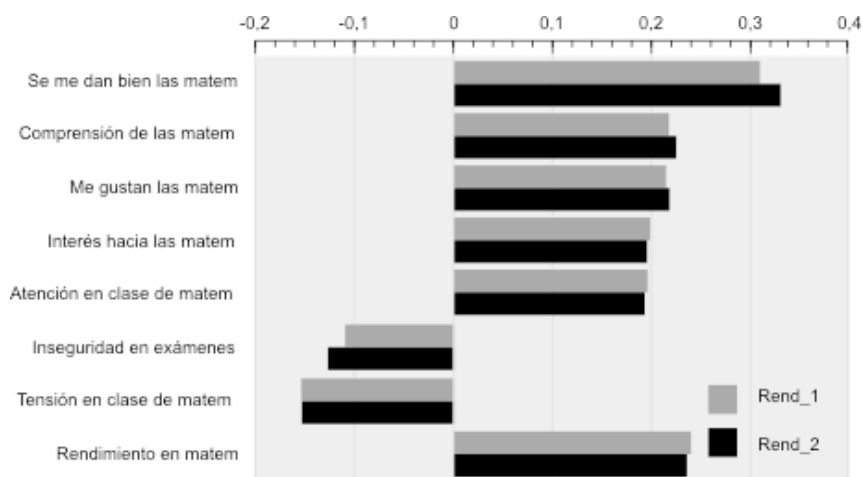
La magnitud de los coeficientes de correlación entre distintas variables de personalidad y rendimiento en matemáticas indica que la **variable más intensamente relacionada es la inteligencia abstracta**. Parece evidente, por tanto, que los niños brillantes, rápidos en la comprensión de los problemas y el aprendizaje de las ideas rinden más que aquellos que son más torpes y de aprendizaje y comprensión más lentas. **También se relacionan positivamente ($p < .01$)** los factores de personalidad 'Estabilidad emocional' e 'Integración'. En consecuencia, tienden a rendir más aquellos niños que tienen más tolerancia a la frustración, son emocionalmente más maduros y tienden al control de sus emociones y comportamiento.

De menor intensidad ($p < .05$) es la relación entre el rendimiento y los factores 'Consciencia' (perseverancia, sujeción a normas), 'Extraversión' (desenvoltura social, inhibición escasa, buena capacidad para las relaciones personales) y 'Apertura' (niños que se muestran abiertos y sociales frente a los que tienden a mostrarse fríos y alejados).

Presentan correlaciones negativas ($p < .01$) con el rendimiento, los factores 'Ansiedad' (insatisfacción generalizada, acción desorganizada), 'Astucia' (calculador, persigue sus propios intereses) y 'Aprensión' (niños con sentimientos de culpa, inseguros y fácilmente perturbables). El resto de las relaciones entre factores de personalidad y rendimiento en matemáticas han resultado no significativas. Estos datos permiten confirmar la hipótesis 3

Hipótesis 6: Los alumnos que se perciben menos competentes para las matemáticas manifiestan mayor nivel de ansiedad y rinden peor. Para verificar esta hipótesis, dada la naturaleza ordinal de los datos, utilizamos el coeficiente de correlación no paramétrico de (Spearman rho). Correlacionamos los ítems que presuntamente evalúan la autopercepción de los alumnos como más o menos competentes (Ej., 'Se me dan bien las matemáticas', 'Comprensión' y 'Rendimiento en matemáticas') y otros relacionados con ellos (Ej., 'Me gustan las matemáticas', 'Pongo atención en clase' o 'Tengo interés en las matemáticas') con los resultados de la prueba de rendimiento en sus dos modalidades. La hipótesis 5 queda plenamente confirmada, toda vez que los coeficientes de correlación al-

canzados son en su totalidad significativos al nivel de $p < .01$. En la figura se muestran esas magnitudes: como era de esperar, los ítems que evalúan ansiedad, correlacionan negativamente con el rendimiento.

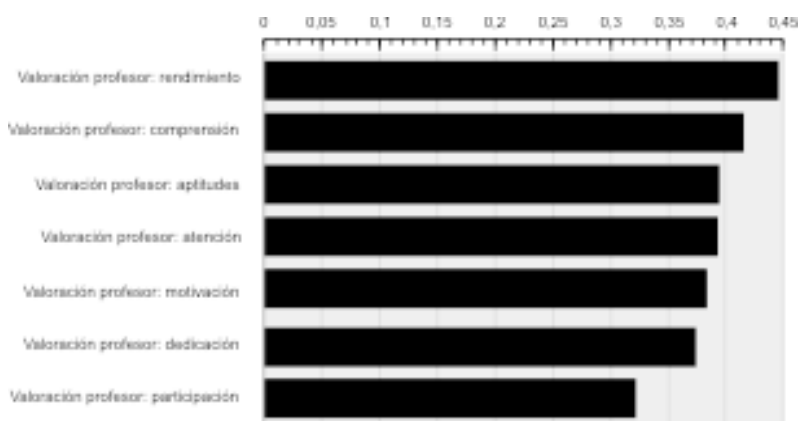


Hipótesis 8: El tiempo dedicado al estudio y trabajo en matemáticas influyen positivamente en el rendimiento. Contrastamos la hipótesis mediante un ANOVA unifactorial (rendimiento en función del tiempo dedicado al estudio y tareas académicas en general). Los resultados indicaban que existían diferencias significativas entre los grupos. En la primera revisión, los análisis post-hoc indicaban que dedicar dos o más horas a estas actividades influía decisivamente en el rendimiento (especialmente dedicar más de dos horas). No se constaron diferencias entre los sujetos que dedicaban dos horas o menos al estudio.

Al analizar si existían diferencias atendiendo al **tiempo dedicado a las matemáticas**. Comprobamos que el grado de significación era mejor en la primera revisión, pero no se podía aceptar la hipótesis en la segunda, ya que de las dos variables consideradas (dedicación de tiempo a tareas académicas en general o específicamente a matemáticas) la PRIMERA DE ELLAS parece tener una influencia mucho más intensa en el rendimiento que el tiempo que dicen dedicar los alumnos al estudio de las matemáticas. En suma, se confirma la hipótesis 8 en su primera parte (tiempo dedicado al estudio y trabajo), pero no en su segunda (tiempo dedicado al estudio y trabajo en matemáticas).

Hipótesis 9: Los alumnos que dedican más tiempo a actividades extraescolares y de ocio rinden peor en matemáticas. Contrastamos en primer lugar las medias de los sujetos en función de si dedican nada, una hora, dos horas o más de dos horas al día a la realización de actividades extraescolares. Los resultados indican la ausencia de diferencias significativas en ninguna de las dos revisiones (considerando si se han impartido o no los contenidos) entre los grupos. Por lo que se refiere al tiempo dedicado al ocio, teniendo en cuenta los resultados obtenidos parece ser que en estas edades, el tiempo que dedican a ver la televisión y al ordenador no guarda relación con el rendimiento en matemáticas, siendo el tiempo dedicado a otras actividades, que no concretan, las que parecen guardar una relación positiva con el rendimiento. Con lo cual se confirmaría en parte la hipótesis 8.

Hipótesis 10: Las expectativas del profesorado sobre las capacidades y actitudes de sus alumnos influye en el rendimiento de éstos en matemáticas. Para comprobar esta hipótesis se realizaron una serie de correlaciones entre las valoraciones de los profesores que hacen a sus alumnos respecto a su comprensión, dedicación, aptitud, motivación, participación y rendimiento en matemáticas y el rendimiento real obtenido por los alumnos teniendo en cuenta las dos evaluaciones.



El coeficiente de correlación múltiple es $R = .466$, y el coeficiente de determinación $R^2 = .217$

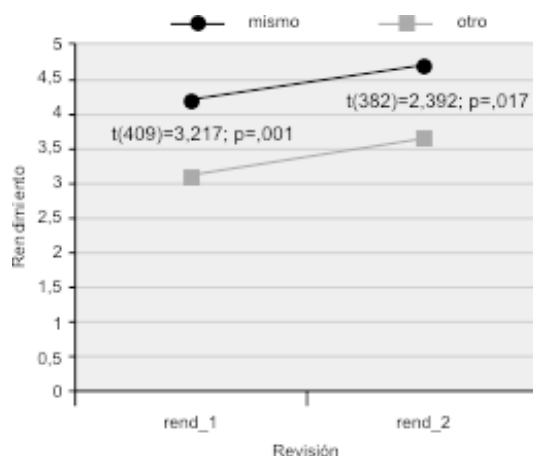
Todas las correlaciones (Rho de Spearman) entre la valoración del profesor y el rendimiento han resultado altamente significativas ($p < .01$). La variable que ha

mostrado una relación más intensa con el rendimiento real es el rendimiento estimado por el profesor, seguida de la estimación de la comprensión, aptitudes, atención, motivación, dedicación y, por último, participación, lo cual viene a confirmar la 10ª hipótesis.

Hipótesis 11: La autopercepción de eficacia que tiene el alumno y la percepción que el profesor tiene de él correlaciona significativamente.

Para contrastar esta hipótesis se correlacionan las calificaciones que asigna el profesor a cada uno de sus alumnos y las calificaciones obtenidas por el alumno en los ítems en la escala de autopercepción. Las correlaciones (Rho de Spearman) obtenidas entre la valoración que el profesor hace de la atención, comprensión, dedicación, aptitudes, motivación, participación y rendimiento correlacionan en el sentido anticipado por la hipótesis con los diferentes ítems que evalúan la autopercepción de los estudiantes (i.e., correlaciones positivas con ítems cuyo contenido se refiere a habilidades, competencias y aspectos positivos en general y negativas con ítems relacionados con ansiedad, inseguridad e incompetencia conforme pasan los cursos), con lo cual podemos confirmar la hipótesis 11.

Hipótesis 14: Los cambios de centro en el alumnado repercuten negativamente en su rendimiento en matemáticas. Sometemos a comprobación esta hipótesis mediante una prueba de t de contraste entre medias para grupos independientes, en función de si los alumnos han cursado 5º de primaria en el mismo o en otro centro.



Según los datos obtenidos podemos aceptar la hipótesis: tanto en la primera revisión como en la segunda, los estudiantes que han cursado 5º de primaria en el mismo centro obtienen puntuaciones significativamente más altas que los que han cursado 5º de primaria en otro centro.

Hipótesis I5: No existen diferencias, en cuanto a rendimiento académico en matemáticas, entre alumnos de Centros Públicos y Centros Concertados en la Comunidad Autónoma de Castilla y León. Para poder comprobar esta hipótesis se lleva a cabo una prueba de t de contraste entre medias para grupos independientes, en función de si los alumnos asisten a centros Públicos o Concertados. Con los datos obtenidos rechazamos la hipótesis de igualdad de medias entre centros públicos y concertados. En los segundos, la puntuación de los alumnos es más elevada tanto en la primera revisión ($p=.000$) como en la segunda ($p=.044$), si bien es cierto que las diferencias disminuyen considerablemente cuando no se tienen en cuenta los contenidos de matemáticas que no se han impartido en el desarrollo del currículo.

Hipótesis I6: Los alumnos escolarizados en Centros Rurales rinden menos en matemáticas que los escolarizados en Centros Urbanos. Al igual que con las hipótesis anteriores, para su comprobación se lleva a cabo una prueba de t de contraste entre medias para grupos independientes, en función de si los alumnos están escolarizados en centros rurales o en centros urbanos. Los datos obtenidos nos permiten aceptar la hipótesis ($p=.030$) de mayor rendimiento en la zona urbana en la primera corrección (i.e., sin tener en cuenta si los contenidos por los que se pregunta en la prueba han sido impartidos o no), pero la rechazamos en la segunda corrección (en la que no se han considerado para la puntuación aquellos contenidos que no habían sido impartidos) ($p=.129$).

Hipótesis I7: El recibir ayuda en matemáticas fuera del aula facilita el rendimiento de los alumnos en dicha asignatura. Contrastamos las medias obtenidas en las dos correcciones atendiendo a si el alumno recibe o no ayuda de las 6 fuentes consideradas (padres, hermanos, profesor particular, academia, compañeros o amigos o no recibe ayuda) mediante la prueba de t para grupos independientes. Analizando los datos, sólo podemos confirmar la hipótesis I7 para la

parte referida a la ayuda de los padres, dado que los sujetos que manifiestan recibir ayuda de los padres obtienen puntuaciones en rendimiento significativamente mayores que los que dicen no recibir tal ayuda. Para el resto (ayuda de los hermanos, profesores particulares, academia y compañeros) la hipótesis se rechaza.

Hipótesis 18: Determinadas variables relacionadas con nivel socioeconómico y cultural están directamente relacionadas con el rendimiento en matemáticas. Para contrastar esta hipótesis tomamos diferentes variables relacionadas con el nivel socioeconómico y cultural de las familias (Ej., nivel de estudios de los padres, nivel profesional de los padres, elementos disponibles en el hogar –ordenador, conexión a Internet, libros de consulta y de lectura, revistas y periódicos) y valoramos la relación que guardan con el rendimiento. Se ha construido un índice ponderado de los elementos mencionados y se ha comprobado si existen diferencias entre los alumnos en función de su pertenencia a los grupos delimitados por los cuartiles de la distribución.

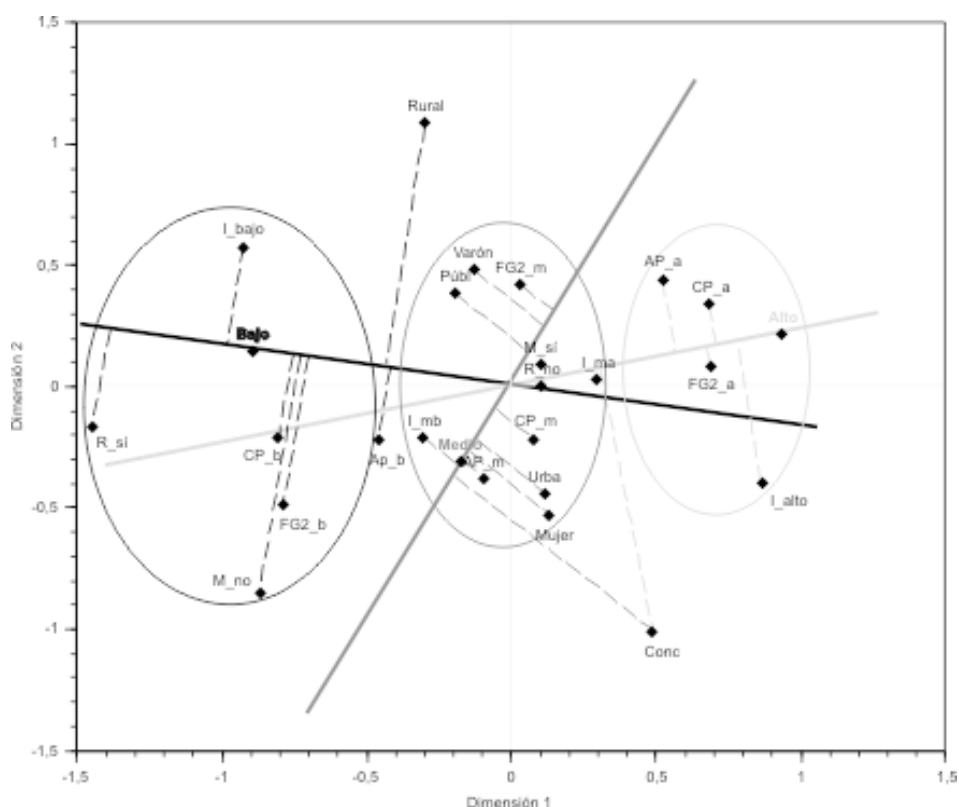
Todas las correlaciones han resultado significativas ($p < .01$) salvo el nivel profesional de la madre con la primera corrección de la prueba de rendimiento con lo cual podemos aceptar y confirmar esta hipótesis.

Hipótesis 19: El nivel de formación y el grado de experiencia del profesorado en matemáticas favorecen el rendimiento de sus alumnos. La primera parte de esta hipótesis no se pudo comprobar ya que el nivel de formación es una constante, todos los profesores son maestros de primaria salvo un licenciado en filosofía y letras. Con respecto a la segunda parte de la hipótesis (influencia del grado de experiencia del profesorado en el rendimiento de los alumnos), encontramos que se podría aceptar por el nivel de significación, pero debe rechazarse por la escasa cuantía en términos absolutos del coeficiente de correlación alcanzado. Así pues, con los datos obtenidos se rechaza esta hipótesis.

Hipótesis 20: La percepción del profesorado sobre su actividad docente y educativa influye positivamente en el rendimiento en matemáticas. Esta hipótesis no se pudo analizar dado el escaso número de sujetos ($N = 16$) que cumplimentaron la escala y quedaría como un problema abierto para investigaciones futuras.

Relación entre las variables analizadas

En este último apartado se presenta, a modo de síntesis de la investigación con este grupo de sujetos, un análisis de correspondencias múltiples para analizar conjuntamente las relaciones de las diferentes variables que a lo largo del estudio han mostrado más relación con el rendimiento.



Esto nos lleva a concluir que el **rendimiento alto** está íntimamente relacionado con aquellos alumnos (independientemente de si son varones o mujeres) cuyas familias tienen un índice socioeconómico y cultural alto, que ocupan la zona alta en la calificación de los profesores respecto a su atención, comprensión, participación, dedicación... a las matemáticas, que presentan una buena inteligencia general (evaluada en nuestro caso con la prueba FG2) y que se perciben a sí mismos como competentes y capaces para las matemáticas.

El perfil de **rendimiento bajo** en matemáticas resulta en este estudio algo más indefinido que el anterior (la 'quality' de los puntos es ligeramente más baja que la que configura el perfil de rendimiento alto) y está formado por aquellos estudiantes cuyo nivel socioeconómico y cultural es bajo, que han repetido algún curso, calificados en la zona baja por los profesores respecto a sus capacidades generales para el estudio de las matemáticas, que se perciben a sí mismos como poco competentes y que obtienen puntuaciones bajas en el test de inteligencia (FG2).

La titularidad del centro (público o concertado) y el sexo de los alumnos se asocian indistintamente con el **rendimiento medio**. Los alumnos de centros ubicados en zonas rurales tienden a obtener puntuaciones bajas, en tanto que los de zonas urbanas obtienen con más frecuencia puntuaciones medias o altas en rendimiento. En la categoría de rendimiento medio se sitúan, finalmente, aquellos alumnos calificados también en dicha zona como promedio, tanto por los profesores como en la escala de autopercepción de actitudes y capacidades.

ANÁLISIS GENERAL DE RESULTADOS DE LA MUESTRA DE 4º DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

El tamaño de la muestra de alumnos de 4º de ESO ha estado formada por un total de 309, de los cuales 109 son chicos (35%) y 200 chicas (el 65%). Su rango de edad oscila entre 15 y 18 años, esta horquilla de edad está condicionada por el hecho de que en 4º de ESO la proporción de alumnos que han repetido curso es mayor que en Primaria.

Al igual que en la muestra de 6º de Primaria, el 95% son españoles, procediendo de otros países el 5% restante, en cuyos hogares no se habla el castellano.

Por lo que respecta al nº de hermanos, el 24% son hijos únicos, el 50% son dos hermanos en total, el 21% corresponde a familias con tres hijos o más.

Si analizamos los estudios de los padres, podemos comprobar que el porcentaje mayor corresponde a los padres con estudios primarios (36%), le siguen los que tienen estudios superiores (32%) estudios de FP y Bachillerato el (21%) y, en menor cuantía, los que tienen estudios de grado medio (11%). A su vez, el nivel de estudios de la madre difieren respecto al de los padres. El porcentaje de madres que tiene un nivel de estudios superiores es de un 26%; le siguen los de estudios de grado medio (15%), en un 24% las madres tienen estudios de FP o Bachillerato. El porcentaje mayor corresponde a las madres con estudios primarios (35%).

De modo similar a los datos obtenidos en la muestra de 6º de E. Primaria, los trabajos de los padres con porcentaje mayor (35%) corresponde a los no cualificados (no agrarios) y el mediano empresario o profesional (26%). Sólo un 8% están en paro, y un 3% son agricultores. En este grupo, el porcentaje mayor del trabajo de las madres (47%) corresponde a sus labores, le siguen en importancia los trabajos autónomos (pequeñas empresas, profesionales y comerciantes) con un 25% y un 16% corresponde a un tipo de trabajo no cualificado.

El horario escolar de los centros analizados es mayoritariamente de jornada continua (el 99% de los centros). Por lo que se refiere al cambio de centro, encontramos que un 16% de la muestra sí ha cambiado de centro frente al 84% que se mantiene en el mismo. Ahora bien, en cuanto a la adaptación del alumnado al nuevo centro, tenemos que señalar que el 74% señala haberse adaptado bien, un 24% regular y solamente un 2% dice haber tenido una mala adaptación al nuevo centro.

En cuanto al tiempo diario dedicado a los deberes o tareas académicas y estudios en general, encontramos que ahora en 4º de ESO el tiempo es bastante más que el que dedicaban en 6º de primaria. En concreto tenemos que un 32% dice dedicar diariamente más de 2 horas y un 22%, incluso, dedica más de dos horas al día, si bien, un 21% dice dedicar menos de 1 hora diaria a su estudio y trabajo. En cuanto al tiempo de estudio dedicado a las matemáticas, cabe destacar que un 36% de la muestra las dedica menos de 30 minutos diarios frente a un 14% que emplea menos de 30 minutos. El otro 50% restante dice dedicar, entre media y una hora diaria, a las mismas.

En cuanto a las actividades extraescolares cabe destacar que el 33% dedica 1 hora diaria a las mismas frente al 29% que no hace ninguna actividad extraescolar. El resto se reparte, a partes iguales, entre 2 ó más de 2 horas diarias dedicadas a las mismas. Las actividades más realizadas son las deportivas (42%), seguidas del estudio de idiomas (25%). Sólo un 4% dedica tiempo a la Informática.

Si eliminamos el tiempo dedicado al estudio y trabajo y a las actividades extraescolares, dentro de la jornada diaria de los alumnos seguimos encontrando que una gran parte de su tiempo libre lo pasan viendo televisión (con una media diaria cercana a las cuatro horas). Le sigue en orden de importancia el ordenador (con una media de casi dos horas diarias) y dedican un tiempo semejante a salidas y/ o otras actividades.

Respecto a la formación recibida en informática, parece claro que en la muestra, la mayoría la adquieren por su cuenta (36% de los casos) y un 35% en el centro, el 14% lo adquiere con sus compañeros y el 10% en academias.

Sobre los recursos y soportes que complementan y refuerzan la formación general del alumnado en secundaria, la mayoría de los hogares de la comunidad, con hijos en 4º de Secundaria, poseen ordenador personal en casa (96%) y el 75% de las familias tiene conexión a Internet, la mayoría de las familias tienen libros de consulta para sus hijos y en menor medida revistas especializadas (43%). En cuanto a recursos disponibles en las casas, encontramos que no hay diferencias entre el entorno rural y urbano en cuanto a ordenador y libros de consulta. Sin embargo, las familiar urbanas disponen de mayores recursos en conexión a Internet, en revistas y periódico. Si esta comparación se realiza entre los recursos que tienen en casa los alumnos escolarizados en centros públicos frente a centros concertados, encontramos que los de los concertados son superiores en ordenador, Internet y revistas. El nivel de recursos se asemeja en libros de consulta y periódico.

A la hora de estudiar y hacer los deberes los alumnos de 4º de ESO suelen estar acompañados en casa por los hermanos, la madre y ambos padres, en ese orden. Únicamente un 13% de ellos está solo en casa. Cuando no entienden o

tienen dificultades en matemáticas (fuera del colegio), encontramos un cambio importante respecto al alumnado de 6º de Primaria. Ahora en 4º de ESO es mayoritario el número de alumnos que piden ayuda (un 65%), otro 21% pide ayuda a veces y únicamente un 13% no la pide. Esta ayuda suele ser proporcionada en primer lugar por los padres y los compañeros (21% en ambos casos). Le siguen en importancia la ayuda recibida por profesores particulares y hermanos con un 19% en cada uno de los casos. Sólo un 6% de alumnos no recibe ningún tipo de ayuda. A diferencia de los alumnos de 6º de Primaria, cabe destacar la importancia que alcanzan los compañeros como referente a la hora de solicitar ayuda con las matemáticas.

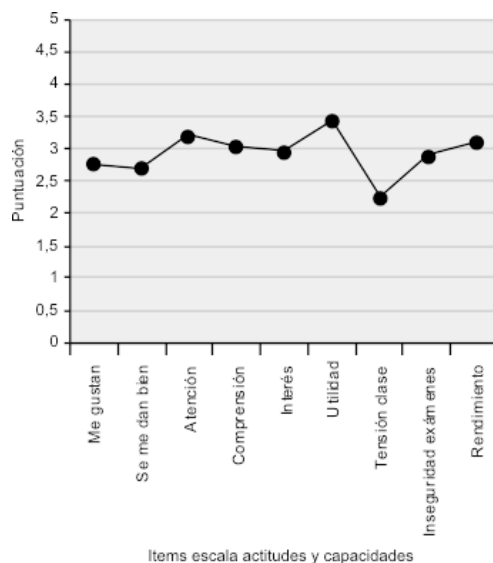
Sobre la repetición de curso tenemos que apuntar que ahora ya, en 4º de ESO, se dispara considerablemente la proporción de alumnos que han repetido curso. En concreto tenemos que un 30% de los alumnos sí ha repetido curso frente a un 70% que no ha repetido, siendo 3º de la ESO el curso donde más se repite. Si comparamos estos datos con los obtenidos en educación primaria observamos que se producen cambios significativos en este sentido.

De la muestra analizada solo un 8% del alumnado han faltado a clase durante algún curso por enfermedad (56% de los casos), otras razones un 40% y sólo un 4% no asistió a clase por trabajo.

Respecto a la “Escala de Autopercepción de Actitudes y de Capacidades para las matemáticas”, al igual que se hizo en 6º de Primaria, en esta muestra se llevó a cabo un análisis de la fiabilidad de la escala mostrando una consistencia interna aceptable.

Por lo que se refiere a los resultados obtenidos en la muestra de 4º observamos diferencias a los obtenidos en 6º de Primaria. Todas las puntuaciones referidas a los nueve aspectos analizados son inferiores a los de 6º de Primaria, la puntuación más alta, sigue refiriéndose a la utilidad que los alumnos dan a las matemáticas, y la más baja la obtienen en el apartado sobre tensión en clase. Los alumnos de 4º se sienten tranquilos y relajados en las clases de matemáticas, percibiéndose con un nivel medio en atención, comprensión e interés hacia las mismas. Conside-

ran que su rendimiento es proporcionado a su nivel de atención, comprensión e interés. Finalmente, las puntuaciones más bajas se dan en auto percepciones sobre “se me dan bien las matemáticas y me gustan”; aunque consideran que les gustan más las matemáticas pero creen que no se les dan bien.



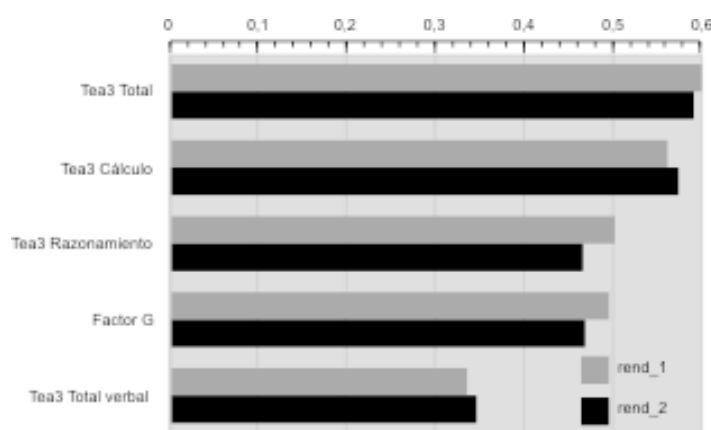
Curiosamente, estos alumnos a medida que pasan los cursos se sienten más capaces en relación a las matemáticas (43%), un 39% se percibe igual de capaz y el 19% de ellos se percibe menos capaz.

Cuando se pregunta a los alumnos sobre su intención al terminar la ESO nos parece importante destacar que solamente un 2% tiene intención de dejar los estudios. Otro 3% pretende incorporarse al mundo laboral y para los que dicen que seguirán estudiando vemos que el 81% hará bachillerato y un 13% un módulo de grado medio.

Comprobación de hipótesis en 4º de educación secundaria obligatoria

Hipótesis I: Los alumnos con alto nivel en capacidad cognitiva obtiene mejor rendimiento en matemáticas. Como ya se señaló en la descripción de hipótesis realizada para 6º de Primaria, para la variable dependiente, rendi-

miento en matemáticas, se toman dos medidas (Rendimiento 1 teniendo en cuenta todos los ítems de la prueba, y Rendimiento 2, considerando sólo los ítems sobre los contenidos explicados en clase). Se analizó esta variable con las variables independientes cognitivas. En el gráfico inferior, se presentan las magnitudes de los coeficientes de correlación entre los resultados de las pruebas cognitivas y del rendimiento en ambas correcciones.



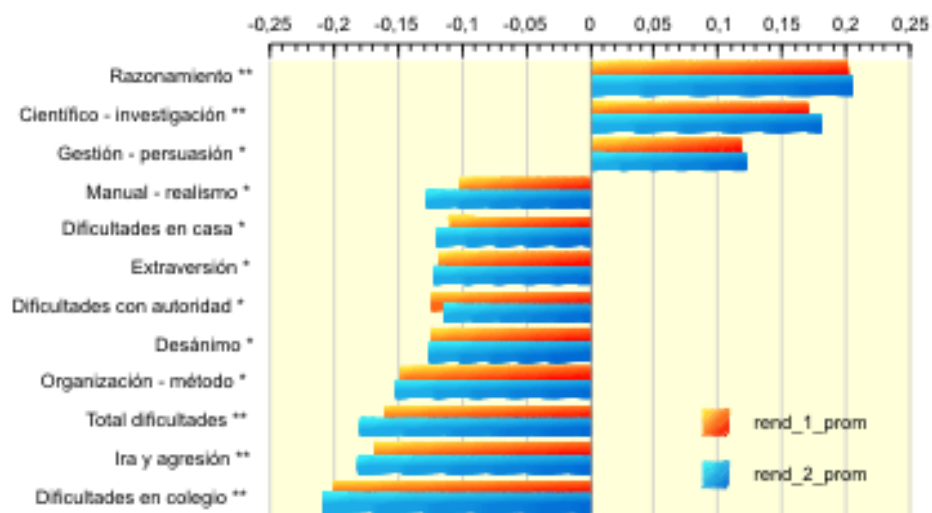
Al relacionar el rendimiento en matemáticas con los datos obtenidos en las distintas pruebas de inteligencia, al contrario que en 6º de Primaria, todas las correlaciones entre el rendimiento 1 y rendimiento 2 y las pruebas aplicadas son significativas ($p < .01$) en todos los casos, con lo cual se confirma esta hipótesis.

Hipótesis 2: El conocimiento y uso de diferentes estrategias cognitivas de aprendizaje influye positivamente en el rendimiento en matemáticas, siendo éstas más efectivas a partir de la Educación Secundaria. Para poder evaluar la posible influencia de los factores de la escala ‘aprender pensando’ sobre el rendimiento de los alumnos, se han calculado los totales de cada una de las subescalas, procediendo a continuación a determinar los centiles 33 y 66, como puntos de corte para ubicar a los sujetos en la categoría ‘baja’ (por debajo del C33), ‘media’ (entre C33 y C66) y ‘alta’ (por encima del C66). Finalmente, se ha llevado a cabo un análisis de varianza unifactorial tomando como variable dependiente las puntuaciones obtenidas en rendimiento (en sus dos correcciones) y, como factor, las puntuaciones obtenidas en cada una de las subescalas por los sujetos.

Los resultados de los análisis de varianza obtenidos, nos permiten aceptar la hipótesis de la influencia de los 5 factores de la escala sobre el rendimiento real de los sujetos de 4º de ESO en matemáticas, tanto en la primera como en la segunda revisión. Este resultado queda refrendado con los coeficientes de correlación producto-momento de Pearson entre los totales de cada subescala y las puntuaciones en rendimiento (todos ellos han resultado significativos con p igual o inferior a .001), si bien, es preciso considerar que la magnitud absoluta de los coeficientes alcanzados no es demasiado grande, dado el número de sujetos que componen la muestra.

Así mismo, se confirma la segunda parte de la hipótesis, ya que con los resultados obtenidos podemos afirmar, que en la muestra de 4º de la ESO resulta efectivo el conocimiento y uso de las estrategias de aprendizaje influyendo significativamente en el rendimiento en matemática. Parece ser, que los alumnos que conocen y aplican las estrategias cognitivas de aprendizaje obtienen mejor rendimiento en matemáticas.

Hipótesis 3 Determinados rasgos de personalidad influyen en el rendimiento en matemáticas. Al objeto de comprobar esta hipótesis, se realizaron una serie de correlaciones entre el rendimiento en matemáticas y los diferentes factores de personalidad evaluados a través del test I6 PF-APQ.



Se señalan con * las correlaciones significativas con $p < .05$ y con ** las correlaciones significativas con $p < .01$.

Como se puede apreciar a través de las significaciones obtenidas en los rasgos de personalidad y el rendimiento en matemáticas, se obtiene una correlación positiva y altamente significativa con el factor Razonamiento, que vendría a reforzar los datos obtenidos en la hipótesis 1, y con el interés por cursar estudios relacionados con el área Científico- investigación. Y con una significación del .05 con el factor Gestión- Persuasión

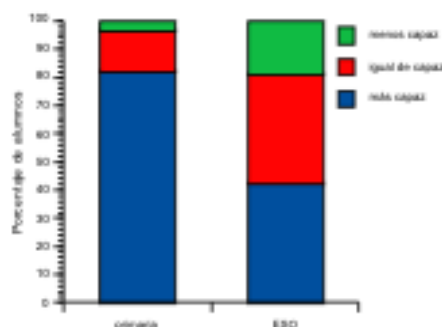
Así mismo, se observa una alta correlación en sentido negativa, respecto a: tener dificultades en el colegio, ira y agresión, total de dificultades con el rendimiento en matemáticas. Con una significación del .05 figuran la extraversión, desánimo, dificultades con la autoridad y dificultades en casa, entre otras. Sin embargo, no se aprecia una relación significativa con la ansiedad. Lo que nos permite concluir que gran parte de los factores de personalidad correlacionan con el rendimiento en matemáticas, unos de manera positiva, potenciando el rendimiento; y otros, posiblemente, interfiriendo de manera negativa en el rendimiento en las mismas.

Hipótesis 4 El autoconcepto de los alumnos influye en el rendimiento académico en matemáticas. Para poder analizar esta hipótesis se realizaron una serie de correlaciones de Pearson entre el rendimiento en matemáticas (rendimiento 1 y rendimiento 2) y las diferentes dimensiones que mide el test de autoconcepto aplicado.

Los datos obtenidos confirman que únicamente se alcanza significación estadística en el coeficiente de correlación del rendimiento y el autoconcepto académico. Con lo cual podemos confirmar en parte la hipótesis ya que los alumnos que rinden bien en matemáticas tienen un buen concepto académico de sí mismos.

Hipótesis 5 La evolución del rendimiento académico en matemáticas influye en el autoconcepto de los alumnos. Como esta hipótesis no se pudo comprobar en 6º de Educación Primaria, al no disponer de datos de esta muestra

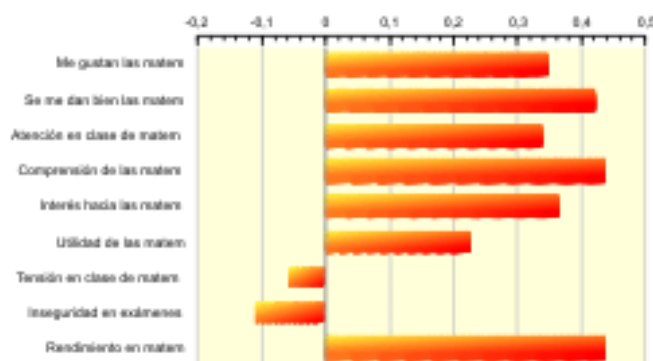
lo único que hemos podido hacer ha sido comparar los datos referidos a la escala de autopercepción de los alumnos de 6º de Primaria, ya descrita anteriormente, con la de los alumnos de 4º de la ESO para ver si existen diferencias entre ambas autopercepciones y poder inferir, en alguna medida esta predicción.



Analizando esta gráfica, podemos ver que la categoría ‘más capaz’ es la más numerosa en ambos cursos, si bien, es abrumadoramente mayoritaria en Primaria. Obviamente, las categorías ‘igual de capaz’ y ‘menos capaz’ son más frecuentes en la ESO. Los alumnos de 6º de Primaria se perciben muy competentes en matemáticas; desciende tal autopercepción de manera significativa en 4º de ESO (posiblemente como resultado de su experiencia en matemáticas a lo largo de la secundaria) y aumentan la autopercepción de sentirse igual de capaz y de menor capacidad.

Hipótesis 6. Los alumnos que se perciben menos competentes para las matemáticas manifiestan mayor nivel de ansiedad y rinden peor. Para verificar esta hipótesis, dada la naturaleza ordinal de los datos, utilizamos el coeficiente de correlación no paramétrico de Spearman (ρ). Correlacionamos los ítems que presuntamente evalúan la autopercepción de los alumnos como más o menos competentes (Ej., ‘Se me dan bien las matemáticas’, ‘Comprensión’ y ‘Rendimiento en matemáticas’) y otros en mayor o medida relacionados con ellos (Ej. ‘Me gustan las matemáticas’, ‘Pongo atención en clase’ o ‘Tengo interés en las matemáticas’) con los resultados de la prueba de rendimiento. La hipótesis queda plenamente confirmada, toda vez que los coeficientes de correlación alcanzados

son en su totalidad significativos al nivel de $p < .01$ con excepción de los dos ítems relacionados con la ansiedad (en clase de matemáticas y ante los exámenes). En la figura se muestran esas magnitudes.



Son los ítems relativos a la autopercepción de competencia los que presentan correlaciones más elevadas con el rendimiento real (opinión sobre el propio rendimiento, comprensión y habilidad general para el estudio de las matemáticas). De menor cuantía son el gusto por la materia, la atención prestada y el interés. Se sitúa en último lugar, entre las correlaciones positivas, la percepción que los sujetos tienen de la utilidad de las matemáticas. La segunda parte de la hipótesis también se confirma, a la vista de las correlaciones negativas o despreciables alcanzadas entre los ítems que denotan autopercepción de competencia o interés por las matemáticas y las dos variables que evalúan la tensión en clase de matemáticas y la inseguridad en los exámenes. En términos absolutos, los mayores coeficientes se obtienen entre la autopercepción de competencia genérica ('Se me dan bien las matemáticas') y el gusto por la materia y las dos variables mencionadas.

Hipótesis 7 El sentimiento de competencia de los alumnos sobre las matemáticas disminuye a medida que avanza su escolarización. Para comprobar esta hipótesis se llevó a cabo un análisis de varianza tomando como factor independiente el sentimiento de capacidad y como dependiente el rendimiento real en matemáticas.

El análisis de los datos nos permite observar que los alumnos que se consideran más capaces, conforme pasa el tiempo de escolarización, se diferencian significativamente de los que se consideran menos o igual de capaces ($p < .05$). Si enfocamos el problema desde otra perspectiva, y analizamos las diferencias, no en el rendimiento real, sino en la percepción que el alumno tiene de su rendimiento, encontramos diferencias significativas ($F = 7.675$; $p = .000$), los sujetos que se perciben a sí mismos con un rendimiento muy elevado se diferencian significativamente de los que muestran una autopercepción media del rendimiento y estos a su vez, del grupo de las categorías más bajas. Si estos datos los relacionamos con los obtenidos en la hipótesis 5 esta hipótesis queda refrendada, como se recordará, la categoría 'más capaz' es la más numerosa en ambos cursos, pero es abrumadoramente mayoritaria en Primaria. Obviamente, las categorías 'igual de capaz' y 'menos capaz' son más frecuentes en la ESO, confirmándose, de este modo que el sentimiento de competencia de los alumnos sobre las matemáticas disminuye a medida que avanza su escolarización.

Hipótesis 8: El tiempo dedicado al estudio y trabajo en matemáticas influyen positivamente en el rendimiento. Contrastamos la hipótesis mediante un ANOVA unifactorial (rendimiento en función del tiempo dedicado al estudio y tareas académicas en general). Con la información facilitada por los alumnos, referida al tiempo que dedican al estudio en general, las diferencias alcanzadas entre los grupos y su rendimiento en matemáticas, no alcanzan significación estadística. De este modo, rechazamos la hipótesis de la influencia de la cantidad de tiempo dedicado, en general, al trabajo académico sobre el rendimiento de los sujetos en matemáticas. A pesar de que los alumnos que obtienen puntuaciones más altas son los que dedican menos de una hora o más de dos horas a su estudio, las diferencias entre los grupos no alcanzan significación estadística.

Por lo que se refiere al tiempo dedicado a las matemáticas nos ocurre lo mismo las diferencias entre los grupos no alcanzan significación estadística por lo cual, rechazamos la hipótesis de rendimiento diferencial en matemáticas en función del tiempo que los sujetos dicen dedicar a la materia fuera de clase.

Hipótesis 9: Los alumnos que dedican más tiempo a actividades extraescolares y de ocio rinden peor en matemáticas. Contrastamos en primer lugar las medias de los sujetos en función de si dedican nada, una hora, dos horas o más de dos horas al día a la realización de actividades extraescolares. Los resultados indican la presencia de diferencias significativas entre los grupos en la primera revisión. No siendo significativa la diferencia en la segunda, con lo cual se rechaza la primera parte de la hipótesis en la segunda revisión.

No obstante, para conocer los datos más pormenorizadamente, contrastamos las medias en rendimiento con las distintas actividades de ocio que realizan y se pudo comprobar que: el tiempo que dedican a ver la televisión (poco, medio, mucho), no parece influir en el rendimiento; el tiempo que dedican a jugar con el ordenador, internet, chats, etc. (poco, medio, mucho) tampoco parecen influir en el rendimiento; pero el tiempo dedicado a salidas y amistades sí repercute en el rendimiento ya que el análisis post-hoc revela que los estudiantes que dedican poco tiempo a salidas y amistades rinden más que aquellos situados en las categorías ‘mucho’ o ‘medio’, el salir “mucho” o “medio” con los amigos repercute negativamente en el rendimiento en matemáticas. También influye en el rendimiento el tiempo dedicado a otras actividades, aquellos alumnos que hacen pocas actividades no relacionadas con el estudio rinden más en matemáticas que aquellos que se dedican a hacer actividades en grado medio y alto. Con lo cual podemos confirmar en parte la hipótesis.

Hipótesis 10. Las expectativas del profesorado sobre las capacidades y actitudes de sus alumnos influyen en el rendimiento de éstos en matemáticas. Al igual que con el grupo de 6º de Primaria, para comprobar esta hipótesis se realizaron una serie de correlaciones entre las valoraciones de los profesores que hacen a sus alumnos respecto a su comprensión, dedicación, aptitud, motivación, participación y rendimiento en matemáticas y el rendimiento real obtenido por los alumnos teniendo en cuenta las dos evaluaciones: rendimiento 1 y 2. Todas las correlaciones (Rho de Spearman) entre la valoración del profesor y el rendimiento han resultado altamente significativas ($p < .01$). La variable que ha mostrado una relación más intensa con el rendimiento real es el rendimiento estimado por el profesor, seguida de la estimación de la atención, siendo similares

las correlaciones entre la dedicación, comprensión y aptitudes, siendo algo menores la correlación entre participación y motivación, lo cual viene a confirmar la 10ª hipótesis.

Hipótesis 11: La autopercepción de eficacia que tiene el alumno y la percepción que el profesor tiene de él correlaciona significativamente.

Para contrastar esta hipótesis se correlacionan las calificaciones que asigna el profesor a cada uno de sus alumnos y las calificaciones obtenidos por éstos en los ítems en la escala de autopercepción.

Las correlaciones (Rho de Spearman) entre la valoración que el profesor hace de la atención, comprensión, dedicación, aptitudes, motivación, participación y rendimiento correlacionan en el sentido anticipado por la hipótesis con los diferentes ítems que evalúan la autopercepción de los estudiantes (i.e., correlaciones positivas con ítems cuyo contenido se refiere a habilidades, competencias y aspectos positivos en general y negativas con ítems relacionados con ansiedad, inseguridad e incompetencia conforme pasan los cursos). Con lo cual al igual que en 6º de Primaria podemos confirmar la hipótesis.

Hipótesis 12 La competencia percibida en matemáticas determina la elección de las diferentes opciones en matemáticas a partir de Secundaria.

Lo datos obtenidos muestran diferencias significativas en los alumnos que eligen la opción de matemáticas A o B y su autopercepción en los siguiente apartados: me gustas, comprensión, interés, se dan bien y utilidad de las mismas, lo cual nos permite confirmar la hipótesis.

Hipótesis 13 Los chicos se perciben más competentes en matemáticas que las chicas y eligen más la opción B en 4º de ESO que las chicas.

Verificamos la hipótesis mediante la prueba t de contraste entre medias para grupos independientes y los datos obtenidos nos permiten aceptar la hipótesis para los ítems 'Se me dan bien las matemáticas' (para los varones), 'Atención en clase' (para las mujeres), 'Tensión y nerviosismo en clase' (las mujeres manifiestan sentir más tensión y nerviosismo en clase de matemáticas) e 'Inseguridad en los exámenes' (igualmente las mujeres obtienen una puntuación más alta en este ítem). Se rechaza en el resto de los ítems.

También se analizaron las relaciones entre las variables sexo, autopercepción de competencia y modalidad elegida. Los residuos estandarizados de Pearson ponen de manifiesto, al considerar conjuntamente las tres variables (sexo, autopercepción de competencia y modalidad de bachillerato elegida) que los varones de competencia baja eligen la opción A con más frecuencia de la esperada bajo el modelo de independencia de las variables. Lo mismo sucede, aunque en menor cuantía, con las mujeres, y el fenómeno contrario se observa cuando la autopercepción de competencia es alta. En consecuencia, **la modalidad de bachillerato elegida no depende sólo del sexo, como se postula en la hipótesis, sino de la interacción conjunta entre sexo y capacidad percibida: tanto los varones como las mujeres** que se consideran competentes tienden a elegir la modalidad B y los que se consideran poco competentes (en especial los varones) tienden a elegir la modalidad A ($Ji\text{-Cuadrado} = 21.662$; $p = .0006$), a la luz de estos datos no se puede confirmar la hipótesis.

Hipótesis 14. Los cambios de centro en el alumnado repercuten negativamente en su rendimiento. Sometemos a comprobación esta hipótesis mediante una prueba de t de contraste entre medias para grupos independientes, en función de si los alumnos han cursado secundaria en el mismo o en otro centro y los datos obtenidos nos permiten aceptar la hipótesis: tanto en la primera revisión como en la segunda, los estudiantes que han cursado ESO en el mismo centro obtienen puntuaciones significativamente más altas que los que han cursado ESO en otro centro.

Hipótesis 15. No existen diferencias, en cuanto a rendimiento académico en matemáticas, entre alumnos de Centros Públicos y Centros Concertados en la Comunidad Autónoma de Castilla y León. Para poder comprobar esta hipótesis se lleva a cabo una prueba de t de contraste entre medias para grupos independientes, en función de si los alumnos asisten a centros Públicos o Concertados. Los datos nos conducen a rechazar la hipótesis de igualdad de medias entre centros públicos y concertados. En los segundos, la puntuación de los alumnos es más elevada tanto en la primera revisión ($p = .000$) como en la segunda ($p = .000$). Las diferencias entre centros públicos y concertados son más ostensibles en la primera revisión (sin tomar en consideración los contenidos que no han sido impartidos a los alumnos).

Hipótesis 16. Los alumnos escolarizados en Centros Rurales rinden menos en matemáticas que los escolarizados en Centros Urbanos. Al igual que con las hipótesis anteriores, para su comprobación se lleva a cabo una prueba de t de contraste entre medias para grupos independientes, en función de si los alumnos están escolarizados en centros rurales o en centros urbanos. Aceptamos la hipótesis ($p=.000$) de mayor rendimiento en la zona urbana tanto en la primera corrección (i.e., sin tener en cuenta si los contenidos por los que se pregunta en la prueba han sido impartidos o no), como en la segunda corrección (en la que no se han considerado para la puntuación aquellos contenidos que no habían sido impartidos) ($p=.000$). Las diferencias entre ambos grupos son más ostensibles en la primera corrección.

Hipótesis 17. El recibir ayuda en matemáticas fuera del aula facilita el rendimiento de los alumnos en dicha asignatura. Contrastamos las medias obtenidas en las dos correcciones atendiendo a si el alumno recibe o no ayuda de las 6 fuentes consideradas (padres, hermanos, profesor particular, academia, compañeros o amigos o no recibe ayuda) mediante la prueba de t para grupos independientes.

Los datos nos permiten concluir que, aunque los alumnos piden ayuda cuando tienen problemas en matemáticas y la obtienen de diferentes agentes, ninguno de ellos llega a ser significativo en relación al resultado obtenido, con lo cual no podemos confirmar la hipótesis formulada.

Hipótesis 18. Determinadas variables relacionadas con el nivel socioeconómico y cultural están directamente relacionadas con el rendimiento en matemáticas. Para contrastar esta hipótesis hemos tomado diferentes variables relacionadas con el nivel socioeconómico y cultural de las familias (Ej., nivel de estudios de los padres, nivel profesional de los padres, elementos disponibles en el hogar –ordenador, conexión a Internet, libros de consulta y de lectura, revistas y periódicos) y hemos valorado la relación que guardan con el rendimiento. Se ha construido un índice ponderado de los elementos mencionados para poder comprobar si existen diferencias entre los alumnos en función de su pertenencia a los grupos delimitados por los cuartiles de la distribución. Las magnitudes de las correlaciones han resultado significativas ($p<.01$) en todas las variables, salvo el número de libros que los sujetos dicen tener en casa, con lo cual podemos confirmar esta hipótesis.

Hipótesis 19. El nivel de formación y el grado de experiencia del profesorado en matemáticas favorecen el rendimiento de sus alumnos. Respecto a la primera parte de la hipótesis, como todos los profesores tienen una titulación superior (el nivel de formación es una constante), por lo cual no se puede comprobar la primera parte. Con respecto a la segunda parte de la hipótesis (influencia del grado de experiencia del profesorado en el rendimiento de los alumnos), debemos rechazarla, si bien ha de advertirse que la magnitud de la correlación en términos absolutos es escasa, con lo cual no se puede confirmar ni refutar la hipótesis.

Hipótesis 20. La percepción del profesorado sobre su actividad docente y educativa influye positivamente en el rendimiento en matemáticas. Al igual que con la muestra de Primaria, esta hipótesis no se puede analizar dado el escaso número de sujetos ($N=12$) que cumplimentan la encuesta. Sin embargo y puesto que desde una perspectiva teórica y práctica es innegable la relación entre rendimiento y aspectos actitudinales y procedimentales del profesorado procede, en nuestra opinión, plantearlo como un problema abierto a futuras investigaciones.

Relación entre las variables analizadas

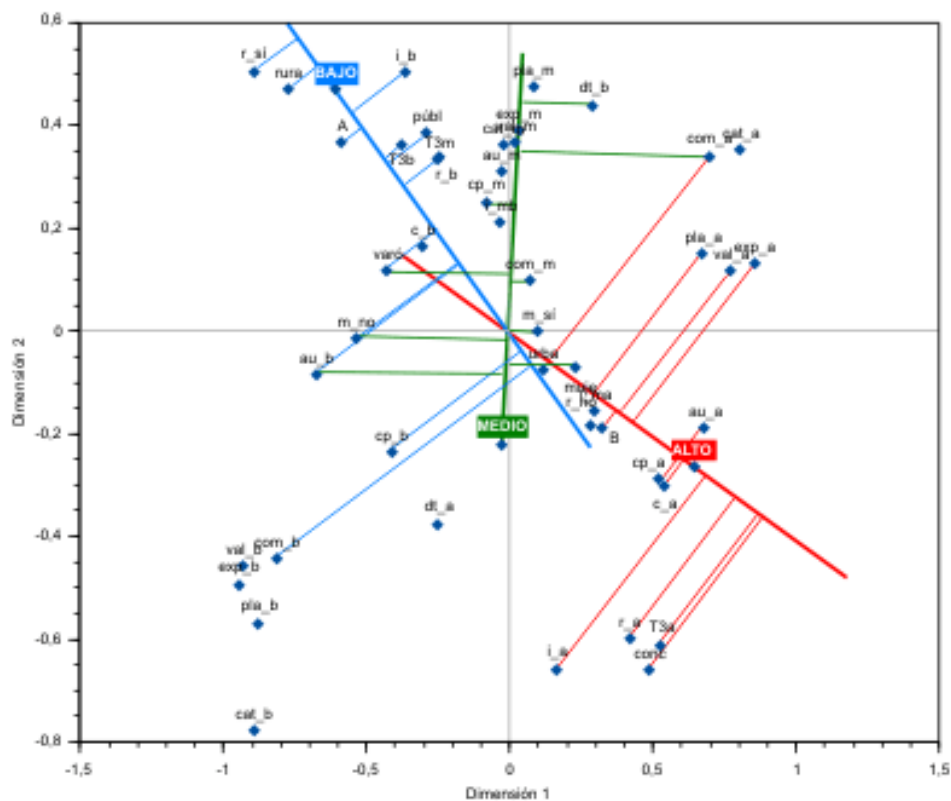
A modo de síntesis final, se ha llevado a cabo un análisis de correspondencias múltiples entre ciertas variables analizadas y el rendimiento en matemáticas (grupos alto, medio y bajo), con objeto de conocer si existen algún tipo de variables asociadas a los tres grupos de alumnos.

Como se puede apreciar en los resultados y representados en el gráfico, el análisis factorial de correspondencias múltiples diferencia nítidamente entre las variables asociadas con el rendimiento alto y bajo en matemáticas, quedando algo más diluidas las relacionadas con el rendimiento medio.

La solución bidimensional (inercia = .6624) señala que el perfil de rendimiento alto viene determinado por los valores siguientes: centro concertado, mujer, que elige la modalidad B, pertenece a una familia con índice socioeconómico y cultural medio-alto o alto, obtiene una puntuación alta en inteligencia general, obtiene puntuaciones altas en la autopercepción de las propias capacidades, es

calificado por los profesores en la zona alta respecto a su capacidad para el estudio de las matemáticas, obtiene puntuaciones elevadas en los factores de razonamiento abstracto e interés científico y de investigación, alcanza puntuaciones altas en estrategias cognitivas de aprendizaje relacionadas con la valoración de la situación, las expectativas y la autorregulación: planes y metas. En el polo opuesto (i.e., sujetos con rendimiento bajo en matemáticas) se sitúan aquellos que se ajustan al perfil determinado por los valores siguientes: centro público, no ha cursado ESO en el mismo centro, zona rural, ha repetido algún curso, elige la modalidad A, pertenece a una familia con índice socioeconómico y cultural bajo, obtiene una puntuación media o baja en inteligencia general y obtiene puntuaciones bajas en los factores de razonamiento abstracto e interés científico y de investigación.

Los valores asociados al perfil de rendimiento medio son: ha cursado ESO en el mismo centro, zona urbana, varón, y no ha repetido ningún curso.



Significado de las etiquetas: públ: titularidad pública; conc: titularidad concertada; urba: zona urbana; rura: zona rural; varó: varón; muje: mujer; m_sí: ESO en el mismo centro; m_no: ESO en otro centro; r_sí: Ha repetido algún curso; r_no: No ha repetido ningún curso; A: Ha elegido la modalidad A; B: Ha elegido la modalidad B; i_b: Índice socioeconómico y cultural bajo; i_mb: Índice socioeconómico y cultural medio-bajo; i_ma: Índice socioeconómico y cultural medio-alto; i_a: Índice socioeconómico y cultural alto; T3b: Puntuación baja en TEA3 Total; T3m: Puntuación media en TEA3 Total; T3a: Puntuación alta en TEA3 Total; au_b: Puntuación baja en autopercepción de capacidades; au_m: Puntuación media en autopercepción de capacidades; au_a: Puntuación alta en autopercepción de capacidades; cp_b: Puntuación baja en capacidades para las matemáticas por los profesores; cp_m: Puntuación media en capacidades para las matemáticas por los profesores; cp_a: Puntuación alta en capacidades para las matemáticas por los profesores; BAJO: Rendimiento bajo en la prueba de matemáticas; MEDIO: Rendimiento medio en la prueba de matemáticas; ALTO: Rendimiento alto en la prueba de matemáticas; r_b: Puntuación baja en razonamiento abstracto; r_a: Puntuación alta en razonamiento abstracto; c_b: Puntuación baja en intereses científicos y de investigación; c_a: Puntuación alta en intereses científicos y de investigación; dt_b: Puntuación baja en dificultades totales; dt_a: Puntuación alta en dificultades totales; com_b: Puntuación baja en habilidades cognitivas relacionadas con las competencias; com_m: Puntuación media en habilidades cognitivas relacionadas con las competencias; com_a: Puntuación alta en habilidades cognitivas relacionadas con las competencias; cat_b: Puntuación baja en habilidades cognitivas relacionadas con la categorización; cat_m: Puntuación media en habilidades cognitivas relacionadas con la categorización; cat_a: Puntuación alta en habilidades cognitivas relacionadas con la categorización; exp_b: Puntuación baja en habilidades cognitivas relacionadas con las expectativas; exp_m: Puntuación media en habilidades cognitivas relacionadas con las expectativas; exp_a: Puntuación alta en habilidades cognitivas relacionadas con las expectativas; val_b: Puntuación baja en habilidades cognitivas relacionadas con la valoración; val_m: Puntuación media en habilidades cognitivas relacionadas con la valoración; val_a: Puntuación alta en habilidades cognitivas relacionadas con la valoración; pla_b: Puntuación baja en habilidades cognitivas relacionadas con los planes y metas; pla_m: Puntuación media en habilidades cognitivas relacionadas con los planes y metas; pla_a: Puntuación alta en habilidades cognitivas relacionadas con los planes y metas.

CONCLUSIONES GENERALES Y PROPUESTAS DE MEDIDAS EDUCATIVAS

Conclusiones

Desde la línea de investigación sobre determinantes psicológicos del rendimiento académico en matemáticas, se ha pretendido conocer el rendimiento alcanzado por los alumnos en matemáticas así como las posibles interrelaciones entre las distintas variables que constituyen los determinantes psicológicos en dicho rendimiento, de los datos obtenidos del alumnado de 6º de Educación Primaria y 4º de Enseñanza Secundaria Obligatoria se deducen las siguientes conclusiones:

Rendimiento en 6º de Primaria

Del análisis realizado en esta etapa educativa se pueden señalar las siguientes conclusiones:

- No existe uniformidad en el desarrollo curricular, produciéndose muchas diferencias educativas entre los centros y notables lagunas.

- No alcanzan un desarrollo aritmético adecuado para trabajar con números decimales y con fracciones, lo que sin duda dificultará aprendizajes posteriores.

- En general se puede afirmar que el nivel de razonamiento abstracto es comparativamente alto y, por tanto, este factor no será la causa directa del fracaso escolar generalizado de los alumnos.

- El currículo no se desarrolla para conseguir objetivos que den a nuestros alumnos una formación competencial.

Rendimiento en 4º A de ESO

Del análisis realizado en esta etapa educativa se pueden señalar las siguientes conclusiones:

- No existe uniformidad en el desarrollo curricular, produciéndose muchas diferencias educativas entre los centros educativos de Castilla y León, produciéndose notables lagunas.

- Los alumnos de 4º B no alcanzan un desarrollo aritmético adecuado para trabajar con números decimales y con fracciones, lo que sin duda dificultará aprendizajes posteriores.

- La menor capacidad de respuesta se produce en pensamiento geométrico tridimensional.

- El nivel de razonamiento abstracto es comparativamente bajo en este curso y, por tanto, este factor puede ser una de las causas directas del fracaso escolar generalizado de los alumnos.

- El currículo no se desarrolla con la intencionalidad de formar a los alumnos en competencia matemática o no se consigue.

Rendimiento en 4º B de la ESO

Del análisis realizado en esta etapa educativa se pueden señalar las siguientes conclusiones:

- No existe uniformidad en el desarrollo curricular, produciéndose muchas diferencias significativas en los centros educativos y notables lagunas.

- Alcanzan un desarrollo aritmético adecuado para trabajar con números, con fracciones, lo que sin duda facilitará el cálculo simbólico.
- En general se puede afirmar que el nivel de razonamiento abstracto es comparativamente alto y, por tanto, este factor no será la causa directa del fracaso escolar generalizado de los alumnos.
- Los resultados tan bajos en los ítems que tienen cierta relación con competencia matemática son indicadores de que el currículo no se desarrolla para conseguir objetivos que den a nuestros alumnos una formación competencial.

Respecto a las variables personales y contextuales que actúan como determinantes psicológicos en el rendimiento académico en matemáticas, la investigación realizada nos permite deducir las siguientes conclusiones:

Conclusiones sobre Variables Personales

Variables cognitivas

Encontramos una correlación altamente significativa entre rendimiento en matemáticas e Inteligencia General en el alumnado de ambas muestras.

Al agruparse las puntuaciones en tres categorías (bajo, medio y alto), si nos referimos a la muestra de 6º, se obtiene una correlación altamente significativa entre el rendimiento en matemáticas y las Aptitudes Escolares: razonamiento lógico, razonamiento verbal y cálculo. Referidos a la muestra de 4º, es necesario resaltar en relación a lo señalado anteriormente, respecto a las aptitudes intelectuales se encuentran diferencias entre los grupos en su conjunto. La mayor correlación se produce entre el rendimiento en matemáticas y el factor de cálculo.

Los resultados obtenidos coinciden con las diferentes investigaciones realizadas al respecto.

Por lo que refiere a las estrategias de aprendizaje, hemos encontrado resultados diferentes en las muestras analizadas. En 6º de Primaria no se ha podido demostrar que el uso de determinadas estrategias de aprendizaje influya en el

rendimiento real de los sujetos en matemáticas. Mientras que en 4º de ESO, el conocimiento y uso de esas estrategias si influye positivamente en el rendimiento en matemáticas.

Una posible explicación a estas diferencias encontradas puede deberse a que los alumnos de primaria aún no han desarrollado y sistematizado determinadas estrategias de aprendizaje útiles y necesarias cuando los contenidos aumentan y es necesario optimizar las capacidades.

Variables afectivo motivacionales

Al analizar los factores de personalidad se ha encontrado, que el factor Intelectual, del cuestionario CPQ, en 6º, y el Razonamiento, del I6 PF- APQ, en 4º de la ESO, ambos correlacionan significativamente con el rendimiento en matemáticas.

Respecto a los alumnos de 6º, parece ser que rinden más en matemáticas aquellos que tienen más tolerancia a la frustración, que son emocionalmente más maduros y tienen mayor control de sus emociones y conducta (autocontrol). Además, se confirma que niveles altos de ansiedad dificultan o interfieren en el rendimiento; así como los alumnos con sentimiento de culpa e inseguros suelen rendir menos.

A su vez, en los alumnos de 4º de ESO, parece ser que el rendimiento bajo, está asociado de manera altamente significativa, con tener dificultades en el aula y conductas agresivas. Con menor correlación (.05), inciden: la extraversión, el desánimo, las dificultades con la autoridad y tener dificultades en casa, entre otras. Sin embargo, no se aprecia una relación significativa con la ansiedad, como ocurría en el grupo de 6º de Primaria.

Al analizar el autoconcepto, en la muestra de 4º se encontró una correlación altamente significativa entre autoconcepto académico y rendimiento en matemáticas. En las otras dimensiones de éste (familiar, social y físico) no se encontraron diferencias.

Respecto a la autopercepción del alumno sobre sus aptitudes y capacidades para las matemáticas, los alumnos de 6º se perciben en general mucho más capaces para las mismas que los alumnos de 4º de ESO, sintiéndose éstos últimos igual de competentes o menos capaces a medida que pasan los cursos.

VARIABLES CONTEXTUALES

De todas las variables analizadas resaltamos las que han resultado altamente significativas con el rendimiento:

1º El cambio de centro, en ambas muestras, afecta negativamente al rendimiento en matemáticas de los alumnos.

2º Los alumnos escolarizados en los centros concertados rinden más en matemáticas.

3º Obtienen mejores resultados en matemáticas los alumnos escolarizados en centros urbanos en ambas muestras.

4º La ayuda recibida de los padres, en 6º de primaria, influye en el rendimiento en matemáticas de los alumnos. Aspecto que no se confirma en la muestra de 4º ya que el recibir ayuda externa no afecta al rendimiento en matemáticas.

5º Determinadas variables relacionadas con el nivel socioeconómico y cultural de las familias (años de estudios del padre y de la madre, nivel profesional del padre y de la madre y elementos culturales en el hogar) influyen significativamente en el rendimiento en matemáticas en ambas muestras.

Y a modo de síntesis, destacamos los resultados obtenidos en los análisis de correspondencias múltiples obtenidos en ambas muestras:

6º de Primaria: El nivel alto de rendimiento en matemáticas, (independientemente de si son varones o mujeres) está íntimamente relacionado con familias que tienen un índice socioeconómico y cultural alto, que ocupan la zona alta en la calificación de los profesores respecto a su atención, comprensión, participación, dedicación... a las matemáticas, que presentan una buena inteligencia general (evaluada en nuestro caso con la prueba FG2) y que se autoperciben como competentes y capaces para las matemáticas. El perfil de rendimiento bajo en matemáticas aparece algo más indefinido que el anterior y está formado por aquellos estudiantes cuyo nivel socioeconómico y cultural es bajo, que han repetido algún curso,

calificados en la zona baja por los profesores respecto a sus capacidades generales para el estudio de las matemáticas, que se perciben a sí mismos como poco competentes y que obtienen puntuaciones bajas en el test de inteligencia (FG2). El perfil de alumnos con rendimiento medio, más impreciso que los dos anteriores, aglutina a sujetos de centros públicos y concertados, de ambos sexos, calificados en la zona media tanto por los profesores como en la escala de autopercepción de actitudes y capacidades.

4º ESO. El perfil de rendimiento alto viene determinado por los siguientes valores: centro concertado, mujer, que elige la modalidad B, pertenece a una familia con índice socioeconómico y cultural medio-alto o alto, obtiene una puntuación alta en inteligencia general, obtiene puntuaciones altas en la autopercepción de las propias capacidades, es calificado por los profesores en la zona alta respecto a su capacidad para el estudio de las matemáticas, obtiene puntuaciones elevadas en los factores de razonamiento abstracto e interés científico y de investigación, alcanza puntuaciones altas en estrategias cognitivas de aprendizaje relacionadas con la valoración de la situación, expectativas y autorregulación: planes y metas. En el perfil de rendimiento bajo se sitúan aquellos que se ajustan al perfil determinado por los valores siguientes: centro público, no ha cursado ESO en el mismo centro, zona rural, ha repetido algún curso, elige la modalidad A, pertenece a una familia con índice socioeconómico y cultural bajo, obtiene una puntuación media o baja en inteligencia general, y obtiene puntuaciones bajas en los factores de razonamiento abstracto e interés científico y de investigación. Los valores asociados al perfil de rendimiento medio se asocian al alumnado que ha cursado ESO en el mismo centro, zona urbana, varón y no ha repetido ningún curso.

Propuestas de Medidas Educativas

Con el fin de promover una mayor calidad en el aprendizaje y recordando que alumnos diversos requieren ayudas diversas y que hay que desarrollar al máximo las potencialidades de cada uno, se formulan las siguientes propuestas generales sobre aprendizajes real y potencial, sobre el alumno y sobre autoconcepto positivo.

Del aprendizaje real al potencial

El conocimiento se construye mediante diferenciación progresiva de conceptos. A medida que el sujeto establece nuevas relaciones expresables proposicionalmente el significado se enriquece, para lo cual es necesario conocer que número de relaciones válidas establece el sujeto entre el concepto estudiado y otros previamente relacionados entre sí, ya que la integración de jerarquías conceptuales relacionadas es lo que supone un avance en el aprendizaje. Por todo ello, es necesario prestar atención y ayuda para que el alumno llegue:

- A comprender los conceptos y dominar los procedimientos que permiten resolver los problemas. Se necesita conocer cómo se representa el problema y cómo planifica y regula el proceso de solución.
- Reflexionar sobre lo aprendido y relacionarlo con nuevas experiencias.
- Practicar lo aprendido y utilizarlo dentro y fuera del aula (nivel competencial)

Alumno estratégico: papel activo del estudiante que aprende

El éxito en el rendimiento informa al sujeto de que es competente y capaz. Por el contrario, el fracaso en el rendimiento informa al sujeto de su incompetencia, llenándose éste de dudas e inseguridades. Por lo cual:

- Es necesario analizar la calidad en la forma de trabajar cuando aprende, cómo organiza y planifica el trabajo entrenándoles para evaluar su efectividad.
- Ayudarles a asumir la tarea como algo personalmente valorado y que a su vez será reforzada cuando el contexto familiar y escolar también valore dicha actuación. Tras un fracaso se debe ofrecer siempre nuevas oportunidades para que puedan esforzarse y mejorar su rendimiento.
- Conocer las atribuciones y explicaciones que el alumno se da a sí mismo sobre sus éxitos y fracasos y sobre la conducta de los demás ante ellos.
- El grado de ayuda que reciban evitará el patrón de atribuciones más perjudicial (la indefensión), donde los éxitos se atribuyen a causas externas, inestables y no controlables. Por el contrario desde la familia y la escuela es necesario enseñarles a atribuir tanto los éxitos como los fracasos al esfuerzo, es decir, causas internas, estables y controlables por el sujeto.
- Los sujetos con mayor motivación, más que hacer atribuciones ante el fra-

caso, se centran en como resolver el problema que tienen delante buscando metas de aprendizaje.

- El interés y el esfuerzo por aprender depende en buena medida de la interacción entre:

- Las metas que el alumno considera prioritarias al enfrentarse a las tareas.

- De cómo valora e interpreta los resultados

- Y de las características del contexto mediador que a nivel escolar va guiando cómo afrontar la tarea académica.

Autoconcepto positivo

El autoconcepto entendido como conjunto organizado de percepciones, sentimientos y creencias que el individuo tiene acerca de sí mismo, se construye a través de la interpretación que cada uno hace de su experiencia y del ambiente que le rodea.

En primer lugar, el alumno se describe en la dimensión real, social e ideal y después evalúa y valora lo descrito juzgando la valía, competencia y eficacia personal. Como resultado de este juicio obtiene un grado de satisfacción o insatisfacción personal del que se derivan las actitudes de aceptación o rechazo hacia sí mismo. Ese grado de satisfacción o autoestima, es el componente afectivo y emocional del autoconcepto y surge como resultado de la evaluación posterior a la descripción.

Autoconcepto y autoestima constituyen un todo organizado, si el esquema del yo es positivo se tenderá al éxito y a la inversa si es negativo. Esta dinámica interna lleva al sujeto a manifestar diferentes conductas que varían en intensidad de unas personas a otras y se manifiestan en la mayor o menor tensión, intención y decisión con la que cada uno traslada a la práctica las ideas.

La familia y la escuela juegan un papel decisivo ya que juzgan la calidad con la que se desempeñan las tareas, por lo tanto la familia y la escuela son las principales fuentes donde el alumno obtiene sus primera y sucesivas experiencias de éxito o de fracaso.

Entre las condiciones necesarias que toda planificación educativa debe de reunir resaltamos las siguientes:

- Existencia de límites, directrices, reglas y normas claramente definidas que a través del lenguaje, comunicación y dialogo que los padres y el profesorado irán razonando, no imponiendo, pero sí siendo firmes en su cumplimiento.

- Aceptación: la persona debe de sentirse aceptada a través del interés que se le demuestra, del apoyo, ayuda y tiempo que se le dedica y valoración verbal que se le suministra en relación a lo que es e intenta llegar a ser.

- Trato respetuoso: la persona se valora positivamente si ve que se le estima y respeta por parte de las personas significativas de su entorno.

A través de estas tres vías, entre otras, podemos educativamente conducir las relaciones interpersonales eficaces.

Por todo ello, y a **modo de síntesis**, consideramos necesario:

- Diseñar una planificación de la intervención instruccional centrada en el aprendizaje mediado, que contemple las ayudas concretas dirigidas a promover el desarrollo del proceso de pensamiento, con una clara intencionalidad y reciprocidad que proporcione al alumno experiencias en las que se sienta capaz y motivado.

- Crear un contexto favorable al desarrollo de la motivación hacia el aprendizaje, indicando al alumno la necesidad de practicar la reflexión y desde ella activar el ejecutivo central (situado en la memoria de trabajo) por medio de la autorregulación de la conducta en la realización de la tarea.

- Favorecer las relaciones entre la familia y la escuela para poder desarrollar en los hijos y alumnos una buena imagen de sí mismo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AA.VV. (2003): Marcos teóricos y especificaciones de evaluación de TIMSS 2003. Madrid: INCE.
- ALONSO, J. (1991): Motivación y aprendizaje en el aula. Cómo enseñar a pensar. Madrid: Santillana.
- ANDRES PUEYO, A. (1996): Inteligencia y cognición. Barcelona: Paidós.
- BANDURA, A. (1997): Self- Efficacy. The exercise of control. New York: Freeman and Company.
- BARBERA, E. y GÓMEZ-GRANELL, C. (1996): Las estrategias de enseñanza y evaluación del aprendizaje en matemáticas. En C. Monereo e I. Solé (Coords) El asesoramiento psicopedagógico: una perspectiva profesional y constructivista. Madrid: Alianza.
- BELTRÁN, J. (1996): Estrategias de Aprendizaje. En J. Beltrán y C. Genovard (Eds) Psicología de la Instrucción I. Variables y procesos básicos. Madrid: Síntesis.
- BERMEJO, V. (1996): Enseñar a comprender las matemáticas. En J. Beltrán y C: Genovard (Eds) Psicología de la Instrucción I. Variables y procesos básicos. Madrid: Síntesis.
- BRENGELMAN, J.C. (1975): Determinantes personales del rendimiento académico escolar. I Simposium sobre aprendizaje y modificación de conducta en ambientes educativos, 155-170. Madrid.
- CALLEJA, M.F. (1991): *Estudiantes*. Castilla Ediciones: Valladolid.
- CALLEJA, M.F. (2006): *Aprender pensando*. Junta de Castilla y León: Valladolid.
- CASTRO, E. y MOLINA, M. (2005): Rendimiento en competencias matemáticas de los estudiantes españoles en el Informe PISA 2003. Revista PMadres de alumnos/as , 82, 14-17: CEAPA.
- COLL, C. y cols. (1993): El Constructivismo en el aula. Barcelona: Graó.

- COLL, C. y ONRUBIA, J. (2000): Inteligencia, inteligencias y capacidad de aprendizaje. En C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi (Coords.) Desarrollo psicológico y educación 2. Psicología de la educación escolar. Madrid: Alianza.
- COLLINS, J. L. (1982): Self-efficacy and ability in achievement behaviour. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, New York: March.
- DWECK, C.S. (1986): Motivational processes affecting learning. *American Psychologist*, 41, 1040- 1048.
- ELLIOT, E. S. y DWECK, C.S. (1988): Goals: An approach to motivation and achievement. *Journal of Personality and Social Psychology*, 54, 5-12.
- EYSENCK, M. W. (1992): Anxiety: The cognitive perspective. Hove, England: Erlbaum.
- FENNEMA, E. y Cols. (1987): Sex-related differences in education: Myths, realities, and interventions. In V. Richardson-Koehler (Ed.), *Educators Handbook: A research perspective*. New York: Longman.
- GALLEGO, J. y ALONSO, C. (2003): Implicaciones educativas de la inteligencia emocional. *Guía Didáctica*. Madrid: UNED.
- GOLEMAN, D. (1996): *La inteligencia emocional*. Barcelona: Kairós.
- GOLEMAN, D. (1999): *La práctica de la inteligencia emocional*. Barcelona: Kairós.
- GÓMEZ CHACÓN, I. M. (1997): *Matemática Emocional. Los afectos en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Narcea.
- GONZÁLEZ- PIENDA, J. A. (1996): El estudiante: Variables personales. En J. Beltrán y C. Genovard (Eds) *Psicología de la Instrucción I*. Madrid: Síntesis.
- GONZÁLEZ-PIENDA y cols. (2002): Inteligencia y aptitudes. En J. A. González Pienda (Coord.) *Manual de Psicología de la Educación*. Madrid: Pirámide.
- GUERRERO, E. y Cols. (2002): El tratamiento de la ansiedad hacia los exámenes. En J. García Sánchez (Coord.) *Aplicaciones de intervención psicopedagógica*. Madrid: Pirámide.

- LEON, M. y RECIO, T. (2005): La presencia de las matemáticas en España.. Revista P Madres de alumnos/as, 82, 38-41: CEAPA.
- LESTER, F.K., GAROFOLO, J. y KROLL, D. (1989): The role of Metacognition in Mathematical Problem Solving: A Study of Two Grade Seven Classes. Informe final del National Science Foundation NSF project MDR 85, 503-546.
- MANDLER, G. (1989): Affects and Learning: causes and consequences of emotional interaction. En D. B. Macleod y V. M. Adams (Eds). Affect and Mathematical Problem Solving: A New Perspective. New York: Springer-Verlang.
- MARÍN, A. y GERRERO, S. RICO, L. (2005): Una lectura del informe PISA desde la Secundaria. Revista P Madres de alumnos/as , 82, 7-13. CEAPA.
- MARSH, H. W. (1990): A multidimensional, hierarchical model of self-concept: Theoretical and empirical justification. Educational Psychology Review, 2, 77-172.
- MARSCH, H.W.(1990b): Causal ordering of academic self-concept and academic achievement: a multiwave longitudinal panel analysis: Journal of Educational Psychology, 82, 646-656.
- MARSH, H.W, BYRNE, B.M. y SHAVELSON, (1988): A multifaceted academic self-concept: Its hierachical structure and ins relation to academic achievement. Journal of Educational Psychology 80 (3), 366-380.
- MAYER, J.D. y SALOVEY, P. (1990): Emotional Intelligence. Imagination, Cognition and Personality, 9, 185-211.
- MAYER, J.D. y SALOVEY, P. (2000): Models of emotional intelligence. En R.J. Sternberg (Ed). Handbook of Intelligence. New York: Cambridge.
- MEECE, J. L, WIGFIELD, A, y ECCLES, J. S. (1990): Predictors of math anxiety and its influence on young adolescents' Course enrolment intentions and performance in mathematics. Journals of Educational Psychology, 82, 60-70.
- MULTON, K. D, BROWN, S. D. y LENT, R. W. (1991): Relation of self-efficacy beliefs to academic outcomes: A meta-analytic investigation, Journal of Counseling Psychology, 18, 30-38.

- OCDE. (2004): Marcos Teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias sociales y solución de problemas. Madrid: INECSE
- ONRUBIA J. y cols. (2000): La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: Una perspectiva psicológica. En C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi (Coords.) Desarrollo psicológico y educación 2. Psicología de la educación escolar. Madrid: Alianza.
- PINTRICH, P. R y DE GROOT, E.V. (1990): Motivational and self-regulated learning components of classroom performance. Journal of Educational Psychology 82, 33-40.
- PINTRICH, P.R. (1991): Editor's comment: Current issues and new directions in motivational theory and research. Educational Psychologist, 26, 199-242.
- PRIETO, M. D. (1993): La enseñanza de las matemáticas como solución de problemas. En J. Beltrán (Coord.) Intervención psicopedagógica. Madrid: Pirámide.
- RESNICK, L.B. (1987): Education and learning to think. Washington, DC: National Academy Press.
- RICO, L. (2005): La alfabetización matemática y el proyecto PISA de la OCDE en España. Revista P Madres de alumnos/as , 82, 7-13. CEAPA.
- SCHOENFELD, A. (1987): Cognitive science and mathematics education. Hillsdale. NJ Erlbaum Associates.
- STERLING, G.R y cols. (1992): The effects of initial level of self-esteem, gender and task outcome on causal attribution and affective arousal. The Journal of Social Psychology, 132, 561-564.
- STERNBERG, R. y DETTERMAN, D. (1992): ¿Qué es la inteligencia? Enfoque actual de su naturaleza y definición. Madrid: Pirámide.
- STERNBERG, R. (1997): Inteligencia Exitosa. Barcelona: Paidós.
- TOBIAS, S. (1980): Anxiety and instrucción. In I. G. Sarason (Ed) Test anxiety: Theory, research, and applications. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- TRYON, G. S. (1980): The measurement and treatment of test anxiety. Review of Educational Research, 50, 343-372

- TURNER, J.C, THORPE, P. K. y MEYER, D. K. (1998): Students' reports of motivation and negative affect: A theoretical and empirical analysis. *Journal of Educational Psychology*, 90, 758-771.
- VERNON, P.E. (1982): *Inteligencia, herencia y ambiente*. México: El Manual Moderno.
- WEINER, B. (1986): *An attributional theory of motivation and emotion*. New York: Springer-Verlag.
- WINE, J. D. (1980): *Cognitive-attentional theory of test anxiety*. In I. G. Sarason (Ed), *Test anxiety: Theory, research, and applications*. Hillsdale, N J: Erlbaum.
- YELA, M. (1995): *Nuevas perspectivas en Psicología de la inteligencia*. En M. D. Calero (Ed) *Modificación de la inteligencia. Sistemas de evaluación e intervención*. Madrid: Pirámide.
- ZEIDNER, M. (1998): *Test anxiety: the state of the art*. New York: Plenum Press.

Capítulo 4: Síntesis del Proyecto de Investigación de la Línea III:

**Análisis de Resultados
Individuales
Correlacionando la
Evolución de las
Cohortes de Alumnos**

Línea III: “Análisis de resultados individuales correlacionando la evolución de las cohortes de alumnos”

*Departamento de Matemática y Computación.
Universidad de Burgos.*

Director: **D. Luis Antonio Sarabia Peinador**

Equipo: - Luis Antonio Sarabia Peinador
- M^a Cruz Ortiz Fernández
- M^a Sagrario Sánchez Pastor
- Ana Herrero Gutiérrez

El equipo constituye un Grupo de Investigación Reconocido denominado “Grupo de Quimiometría y Cualimetría”

«Estamos ahogados en información y sedientos de conocimiento»

T. Hastie, R. Tibshirani, J.H. Friedman

The elements of statistical theory data mining, inference and prediction,

Springer Verlag, New York, 2001

El trabajo de investigación que se recoge en esta memoria desarrolla una idea básica: en lugar de analizar las calificaciones en matemáticas de los alumnos curso a curso parece que ha de ser más informativo considerar conjuntamente el perfil de calificaciones de cada uno de ellos. De hecho la única información sistemática disponible son las calificaciones que anualmente reciben los alumnos. Sin entrar en otras discusiones estas calificaciones describen el resultado del proceso de enseñanza/aprendizaje, al menos desde un punto de vista académico y social. Por ello, de algún modo, estos resultados académicos han de llevar información sobre la eficiencia del sistema educativo (contenidos, alumnos, profesores y centros), permitiendo identificar puntos fuertes y débiles del proceso y medir en su caso el efecto de las correcciones.

Para poner a prueba esta hipótesis de trabajo se ha realizado un estudio piloto en el que se ha diseñado una metodología que permita: i) explorar descriptivamente estos perfiles de calificaciones, ii) definir tipos (categorías) de perfiles, iii) evaluar la nitidez de las mismas, iv) relacionar estos grupos con factores internos y externos del proceso de enseñanza aprendizaje.

DESCRIPCIÓN DE LA POBLACIÓN ESTUDIADA

Ésta ha venido condicionada por la disponibilidad de calificaciones de alumnos de modo normalizado. En la actualidad, la Junta de Castilla y León dispone de una serie histórica de cuatro años. Para definir una población homogénea se seleccionaron los alumnos que han cursado en el mismo centro 3º y 4º de ESO y 1º y 2º de BACH y han sido calificados en los años 2001 a 2004. Dicho de otro modo, son alumnos que han decidido continuar los estudios de Bachillerato después de la Enseñanza Secundaria Obligatoria y lo han hecho a curso por año en el mismo centro. En consecuencia, la población sometida a análisis son 586 alumnos de 62 centros públicos de Castilla y León que reúnen estas características.

ANÁLISIS UNIVARIANTE

La tabla 1 recoge los valores medios y las desviaciones típicas por nivel de los 586 alumnos. Se observa un suave decrecimiento de los valores medios y un incremento de la dispersión estimada mediante las desviaciones típicas a medida que se consideran cursos superiores.

Tabla 1

| | 3º ESO | 4º ESO | 1º BACH | 2º BACH |
|--------------|--------|--------|---------|---------|
| Media | 6.83 | 6.56 | 6.22 | 5.74 |
| Desv. típica | 1.55 | 1.53 | 1.79 | 2.21 |

Algo más informativos son los diagramas de Box-Whisker recogidos en la figura 1a. En estos diagramas la “caja” encierra todos los valores entre el primer y el tercer cuartil, es decir el 50% central de las calificaciones y la línea horizontal es la mediana. La cruz señala el valor medio. Es claramente perceptible que el incremento de la dispersión es hacia valores cada vez menores a medida que aumenta el nivel académico.

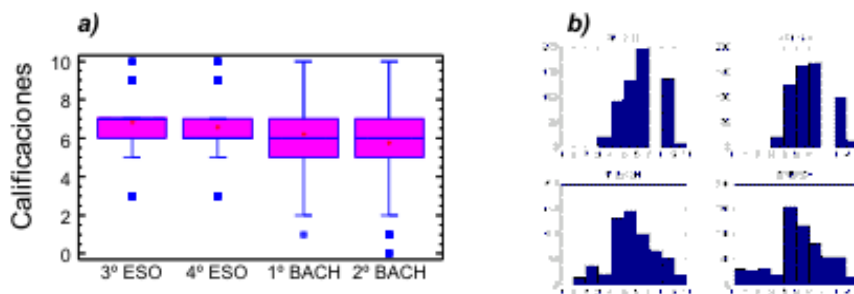


Figura 1. Calificaciones de los 586 alumnos por curso: a) Diagramas Box-Whisker b) Histogramas de frecuencias.

Al observar los histogramas en la figura 1b queda aún más clara la asimetría de las distribuciones de las calificaciones y además la forma de los histogramas varía gradualmente desde 3º de ESO hasta 2º de BACH. Los Box-Whisker por centros (se recogen las calificaciones de los cuatro cursos obtenidas por cada alumno) no muestran ninguna característica especial como se observa en la figura 2.

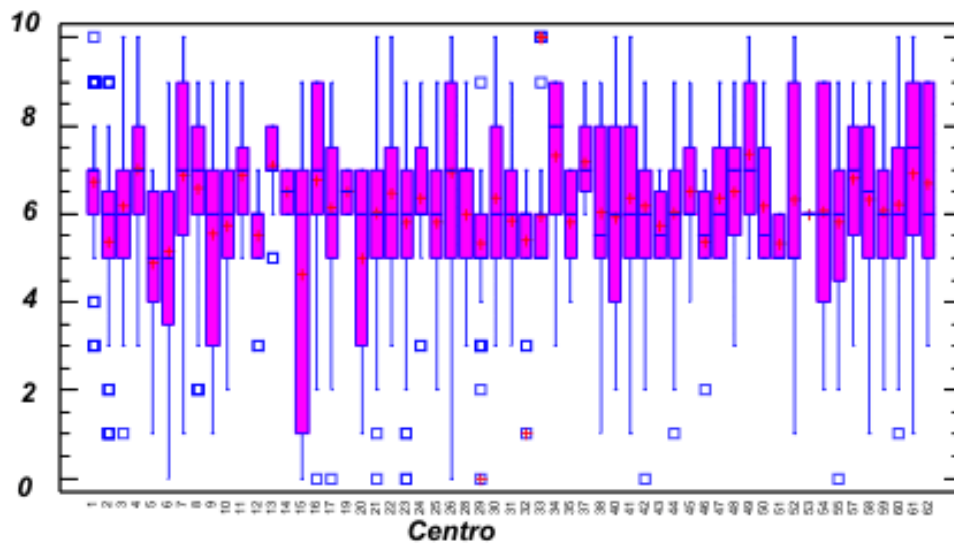


Figura 2. Diagramas Box-Whisker de las calificaciones en matemáticas agrupadas por centros

ANÁLISIS MULTIVARIANTE DE LOS PERFILES

Correlación y colinealidad

La tabla 2 muestra las correlaciones entre las calificaciones obtenidas por cada alumno en los cuatro cursos objeto de estudio. Todas ellas son estadísticamente significativas. Su análisis muestra que la correlación máxima de cada curso es con el siguiente, con la excepción de 3º que está algo más correlacionado con 1º de BACH que con 4º de ESO, si bien ambos coeficientes pueden considerarse iguales. En todo caso es admisible que los perfiles tienen estructura, no es independiente cada calificación de las anteriores.

Tabla 2. Correlación de las calificaciones de matemáticas entre cursos

| | 4º ESO | 1º BACH | 2º BACH |
|---------|--------|---------|---------|
| 3º ESO | 0.5591 | 0.5693 | 0.4789 |
| 4º ESO | | 0.7016 | 0.5984 |
| 1º BACH | | | 0.7487 |

Es habitual considerar la condición de la matriz de covarianzas como índice de la colinealidad de los datos. En nuestro caso la condición es 12.62 superior a 10 que es el valor umbral habitual a partir del cual se considera que las variables tienen cierto grado de colinealidad. Por tanto se reafirma la existencia de una estructura subyacente en el perfil de calificaciones.

Análisis en componentes principales

El análisis en componentes principales es una técnica muy difundida de análisis multivariante de datos diseñada en 1091 por K. Pearson con la finalidad inicial de encontrar líneas y planos que mejor se ajusten en términos de mínimos cuadrados a una nube multidimensional de puntos. Su fundamentación teórica y aplicaciones pueden consultarse en las monografías de I.T.Jolliffe, J.E. Jackson, F. Mallo y M.C. Ortiz, L.A. Sarabia, recogidas en las referencias bibliográficas citadas al final.

Las calificaciones han sido autoescaladas (centradas por columnas -los cursos- y divididas por la desviación típica de cada una de ellas). Los autovalores de la matriz de covarianzas son 2.840, 0.554, 0.384 y 0.225. Mediante validación cruzada se obtiene que sólo deben de considerarse dos componentes. Estas nuevas variables que son combinación lineal de las calificaciones originales explican el 70,93 % y el 13,85 % de la variabilidad de las calificaciones. La figura 3 muestra la proyección de los perfiles de las calificaciones en el plano formado por las dos primeras componentes principales que recogen conjuntamente el 84,78 % de la variabilidad de los datos. En cada uno de los puntos se proyectan varios perfiles correspondientes a distintos alumnos. Se observa claramente una estructura muy marcada cuyo significado se aprecia al rotular cada punto con la calificación de 3º de ESO que es la primera coordenada del perfil de calificaciones de cada alumno. Es evidente que las “bandas” diagonales están asociadas a dicha calificación. Sin embargo, la dirección de calificación inicial creciente no es ninguna de las dos componentes, claramente es la indicada cualitativamente por la flecha.

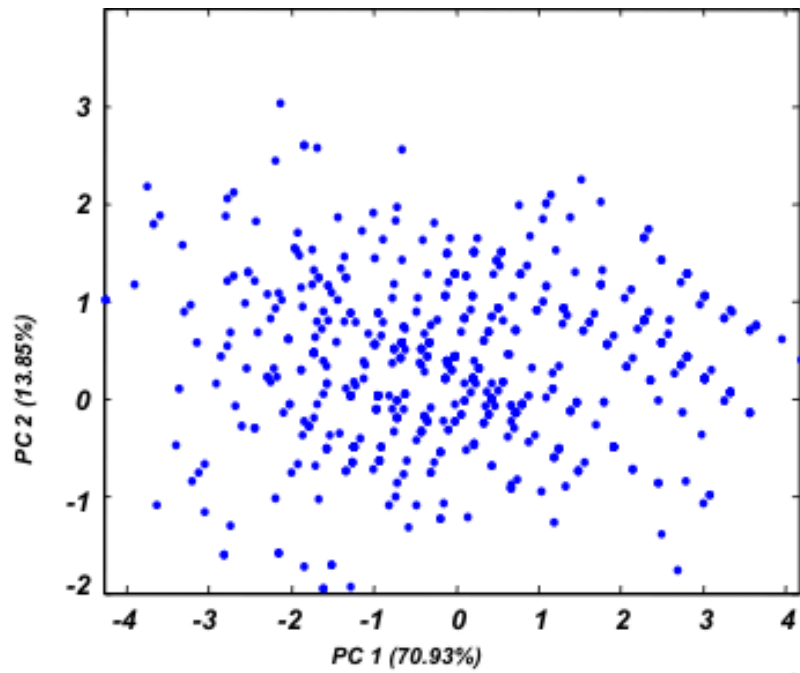


Figura 3. Proyección de los perfiles sobre las dos primeras componentes principales

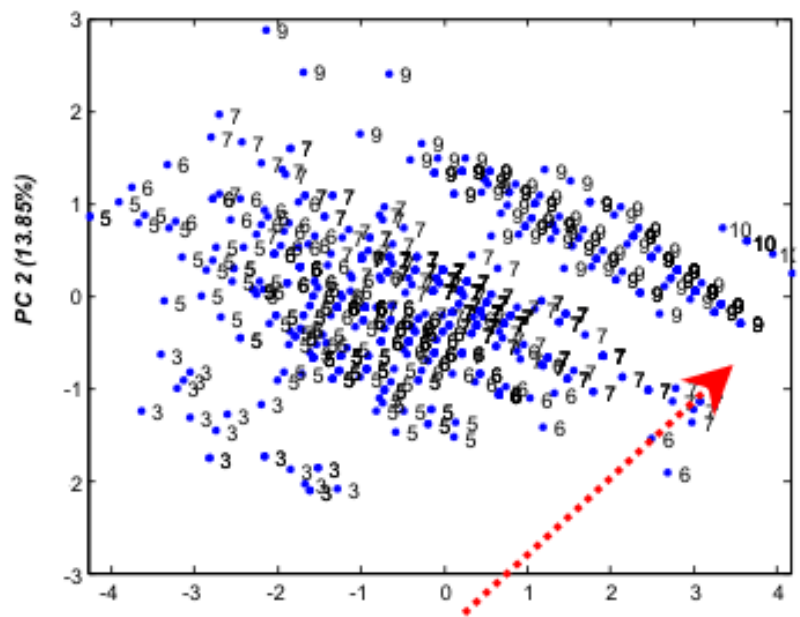


Figura 4. Proyección de los perfiles sobre las dos primeras componentes principales. El dígito que identifica a cada punto es la calificación de 3º de ESO

La “variación” de los perfiles dentro de cada “banda” queda claramente definida al rotular los puntos con la calificación de 2º de BACH. La dirección indicada por la flecha en la figura 5 muestra el crecimiento de las calificaciones obtenidas en 2º de BACH.

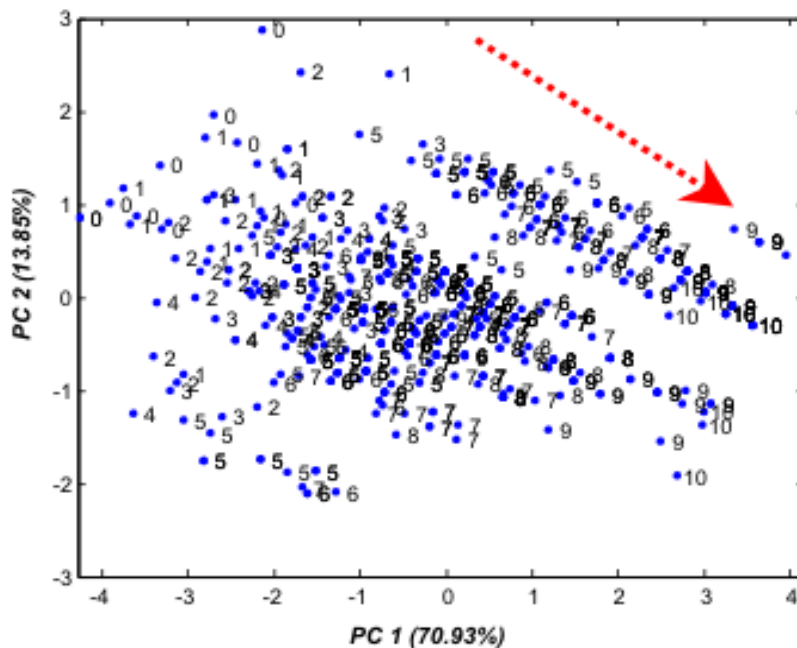


Figura 5. Proyección de los perfiles sobre las dos primeras componentes principales. El dígito que identifica a cada punto es la calificación de 2º de BACH

Así pues, el plano de las dos primeras componentes recoge la evolución “interna” de las calificaciones de modo estructurado. Las “bandas” siguen la calificación obtenida por cada alumno en 3º de la ESO, de modo que queda definido un “eje” que marca el “comienzo” del perfil académico (figura 4) y otro que los ordena por su calificación final, la de 2º de BACH (figura 5).

Como se aprecia en la figura 5, puede decirse que:

- I.- los alumnos que empezaron con 10, pueden acabar con 9 ó 10 en la dirección marcada.
- II.- los alumnos que empezaron con 9 pueden acabar con calificaciones desde 0 a 10. Lo mismo sucede con los que empezaron con 7.

- III.- quienes empezaron con 6 pueden acabar con calificaciones de 0 a 10 (mayoritariamente por debajo de 7).
- IV.- quienes empezaron con 5 no pasan, en general, de 7.
- V.- quienes empezaron con 3 no pasan de 6.

Este “eje” de las calificaciones finales es casi ortogonal al de las iniciales, de modo que son dos fuentes de variabilidad en los datos casi “independientes” entre sí. Dicho de otro modo, exceptuando el caso en que las calificaciones de 3º de la ESO son 9 ó 3, es posible acabar con cualquier calificación en 2º de BACH partiendo de una prefijada. Como es sabido, las componentes principales son combinaciones lineales de las cuatro calificaciones autoescaladas, además son incorreladas. Las dos primeras son los ejes de las figuras 3-5. Es interesante mostrar la magnitud de los coeficientes de la combinación lineal, que además por estar las variables autoescaladas tienen el significado de coeficiente de correlación. En la figura 6 se muestran esos coeficientes.

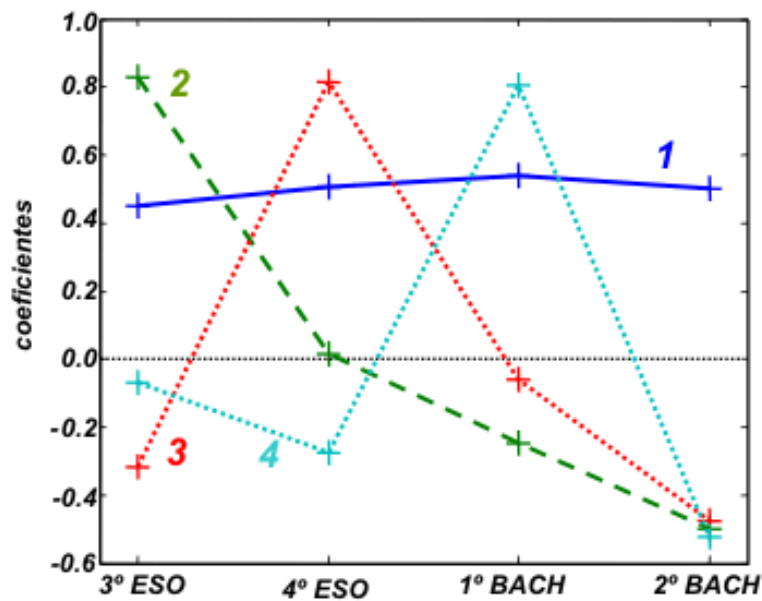


Figura 6. Coeficientes (pesos) de cada variable autoescalada en las componentes principales numeradas de 1 a 4. Los correspondientes a cada una de ellas se han unido entre sí mediante una línea continua para la 1ª CP, a trazos para la 2ª, y a puntos para la 3ª y 4ª.

La primera componente (que explica el 70,93 % de la variabilidad de los datos), línea continua de la figura 6, tiene unos coeficientes positivos, prácticamente iguales entre sí, entre 0.4 y 0.6. Se trata de un factor “tamaño”, dicho de otro modo, los alumnos con puntuación baja en la 1ª componente (son los situados a la izquierda en las figuras 4, 5 y 6) tienen un perfil con calificaciones menores en los cuatro años que los de puntuación alta (situados a la derecha de la gráfica).

Por el contrario la segunda componente (recoge el 13,85 % de la variabilidad de las calificaciones) tiene una estructura completamente distinta. Hay coeficientes positivos, sobre todo el de 3º de ESO y negativos, los dos de BACH. Esta componente, que es la ordenada en las figuras 4, 5 y 6 está asociada a la “oposición” en las calificaciones de ESO frente a las de BACH y para describir esta oposición no es importante la calificación de 4º de ESO ya que su coeficiente es prácticamente cero. Es un factor que describe un aspecto de la “forma” de los perfiles de calificaciones. Las otras dos componentes describen básicamente la oposición entre las calificaciones entre 3º y 4º de ESO (la 3ª componente) y entre 1º y 2º de BACH (la 4ª CP) pero estos factores latentes en los perfiles de calificaciones sólo explican el 9,6 % y el 5,6 % de la variabilidad en las calificaciones. Así pues, el análisis de los perfiles permite observar una estructura de los mismos en términos de su tamaño y forma. Además es cuantificable el efecto y puede resumirse en que el factor tamaño es dominante y sólo la oposición calificaciones ESO versus BACH es la de mayor cuantía. La estructura descrita sólo puede ser encontrada cuando se consideran conjuntamente las calificaciones, una aproximación univariante calificación a calificación no permite encontrar las pautas subyacentes que encierran información sobre el rendimiento del proceso de enseñanza-aprendizaje.

GENERANDO UNA HIPÓTESIS SOBRE LOS PERFILES DE CALIFICACIONES EN MATEMÁTICAS: LA DUALIDAD PERFIL “A MEJOR” VERSUS PERFIL “A PEOR”

Una vez comprobado que el plano de las dos primeras componentes recoge la estructura fundamental de los perfiles de las calificaciones se pueden hacer

estudios sobre las proyecciones de los perfiles. Por ejemplo, en la figura 7 se han marcado los perfiles en los que la calificación es constante en los cuatro cursos 5, 6, 7, 9 ó 10.

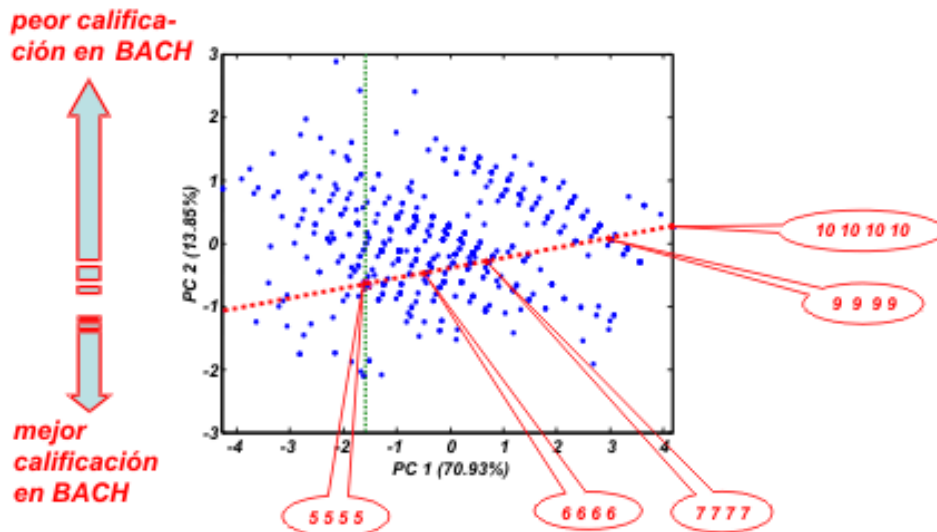


Figura 7. Posición de los perfiles uniformes en el plano de las dos primeras componentes y regiones de los perfiles “a peor” y perfiles “a mejor”

Las proyecciones de esos perfiles están alineadas y en consecuencia definen dos regiones en el plano. Dado que la 2ª componente está relacionada con la oposición calificaciones en ESO versus las calificaciones en BACH, los puntos que están por encima de la línea pueden definirse como los perfiles académicos “a peor”. Mientras que los que están por debajo serían los perfiles “a mejor”.

En este punto debe recordarse que los conceptos de perfil “a mejor” y “a peor” cuando se aplican a las calificaciones de matemáticas obtenidas por un alumno en los dos últimos cursos de la ESO y los dos del Bachillerato son conceptos cualitativos y que su versión numérica es conflictiva. La argumentación basada en las componentes principales utiliza una simplificación del problema de modo que, habiéndose obtenido la estructura subyacente, ha sido “fácil” dar una versión operativa a los dos conceptos.

Para comprender las dificultades que la aproximación multivariante ha ayudado a resolver, se muestran en la figura 8 algunos perfiles en relación a la definición operativa de los dos conceptos. Por ejemplo un perfil como el (9,5,3,0) claramente es “a peor” y claramente es “a mejor” el (3,5,6,6) y no tendríamos mucho problema en asignar también el (3,5,5,5) a esta misma categoría.

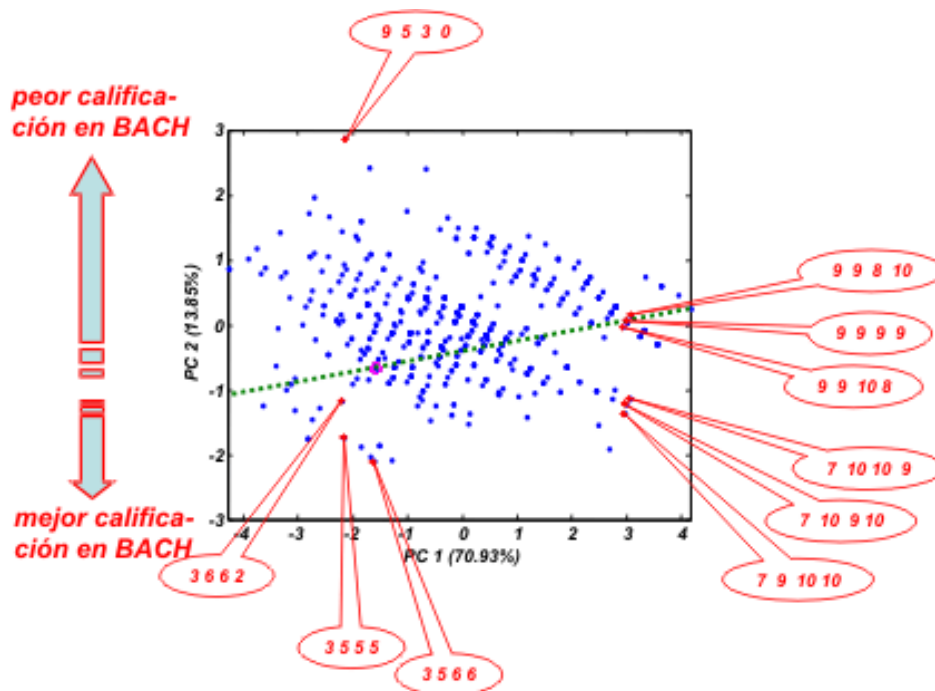


Figura 8. Algunos perfiles de calificaciones y su posición en relación con la línea divisoria entre los perfiles “a mejor” y los perfiles “a peor”. Se anotan las cuatro calificaciones de matemáticas en el orden natural: 3º, 4º de ESO, 1º y 2º de BACH. Véase el texto para más detalles.

La solución de la “leve” ambigüedad planteada al comparar cuatro calificaciones es la que se observa en los dos perfiles que comienzan con 7 y 10 en las matemáticas de la ESO situados a la derecha del gráfico, efectivamente el perfil (7,9,10,10) en relación a ellos es “a mejor” y ocupa la posición adecuada. La aproximación matemática utilizada se encarga de evitar una discusión sobre si un alumno con dos nueves en 3º y 4º de la ESO que continúa con

(10,8) o (9,10) en el BACH tiene perfiles “a mejor” o “a peor”. La posición de estos dos perfiles en relación al (9,9,9,9) se muestra en la figura 8. El caso más extremo en cuanto a la diferencia con la significación intuitiva de los dos conceptos es el perfil (3,6,6,2) que está en la región de los perfiles a mejor. En todo caso la versión que ofrecen las componentes principales de los dos conceptos es puramente cualitativa y debe considerarse de modo global. Está claro que un examen individual de cada perfil no permite siempre su asignación como perfil “a mejor” o perfil “a peor”. Sin embargo de modo global y obviando la singularidad de cada perfil las componentes principales permiten asignar cada perfil a una de las dos categorías: “a mejor” y “a peor”. En la primera se incluyen todos los que tienen su proyección sobre o por debajo de la línea del perfil neutro y en la segunda todos los demás.

Cuantitativamente se obtiene que un 65% de los perfiles es “a peor” y un 35% de los perfiles es “a mejor”.

NITIDEZ DE LAS CATEGORÍAS DEFINIDAS

El problema inmediato es decidir si ambas categorías están suficientemente separadas desde un punto de vista estadístico porque no han sido definidas mediante un proceso lógico-formal. Esto se hará con dos técnicas completamente independientes, de este modo se minimiza la probabilidad de que el resultado sea un artefacto matemático.

Modelado de clases mediante la regresión por mínimos cuadrados parciales (PLS)

Es un procedimiento desarrollado por nuestro grupo de investigación que se ha aplicado con éxito a diversos problemas de modelado de clases con datos multivariantes de R. Díez, M.C. Ortiz, L. Sarabia, S. Sánchez y M.C. Ortiz, L. A. Sarabia, R. García-Rey, M.D. Luque de Castro, recogidas en las referencias bibliográficas citadas al final. Consta de tres pasos cuyo desarrollo en el problema que nos ocupa se muestra a continuación:

Construcción y evaluación de una regresión PLS entre la variable indicadora de clase y los perfiles

El método de regresión por mínimos cuadrados parciales (PLS) fue propuesto por Wold de S. Wold, A. Rhue, H. Wald, W.J. Dunn. Existe una amplia literatura en la que se pueden consultar los aspectos teóricos, computacionales y aplicaciones de PLS de I.E. Frank, J.H. Friedman y H. Martens, T. Naes y T. Naes, T. Isakson, T. Fearn, T. Davies, recogidas en las referencias bibliográficas citadas al final.

La idea básica de la regresión PLS es buscar las direcciones del espacio formado por las variables predictoras (en nuestro caso los perfiles académicos) de modo que además de explicar la variabilidad de los datos en este espacio, tengan la mayor correlación posible con la variable(s) respuesta(s) que se quiere modelar.

Está claro después de las secciones 3 y 4 que la pertenencia a la clase de perfiles “a mejor” o “a peor” está vinculada a la estructura de los perfiles académicos, pero no a las calificaciones una a una. Por ello la regresión PLS considerando como variable respuesta la variable binaria que toma el valor 0 para los perfiles “a peor” y el valor 1 para los perfiles “a mejor” es adecuada para evaluar el grado de separación entre las clases en base a la información subyacente a los perfiles.

Para hacer la regresión PLS se han autoescalado los datos y mediante un proceso de validación cruzada se ha establecido que son necesarias dos variables latentes. La tabla 3 muestra los resultados básicos. La regresión sólo explica el 53.28% de la variabilidad de la respuesta y para ello utiliza el 84.77 de la variabilidad recogida en los perfiles

Tabla 3. Resultados de la regresión por mínimos cuadrados parciales

| Var. latente | % varianza explicada de los perfiles (acumulada) | % varianza explicada del indicador de categoría (acumulada) |
|--------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| 1 | 51.80 (51.80) | 31.95 (31.95) |
| 2 | 32.97 (84.77) | 21.34 (53.28) |

Uno de los aspectos prácticos más importantes de una regresión sobre variables latentes, en particular de PLS, es que se puede diagnosticar si alguno de los objetos es inadecuado para ser modelado por la regresión. En nuestro caso permitiría detectar si alguno de los perfiles no es adecuado para modelar las categorías. Gráficamente este diagnóstico se recoge en la figura 9.

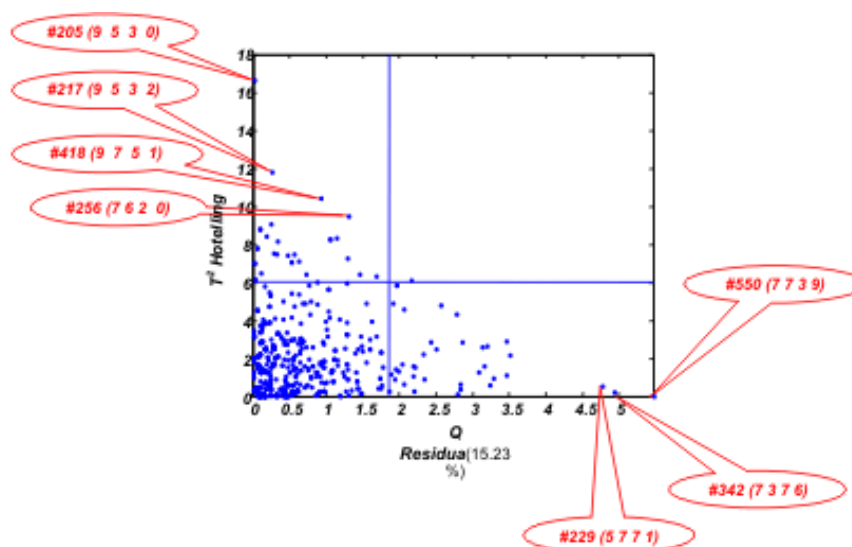


Figura 9. Valores de Q y T^2 para los perfiles de calificaciones al aplicar el modelo PLS con dos variables latentes. Se han marcado los valores críticos al 95% de confianza de ambos estadísticos. Se identifican algunos perfiles. Véase el texto para más detalles.

El estadístico Q mide la parte de cada perfil no utilizada en la regresión, mientras que la T^2 de Hotelling mide la distancia al centroide de la proyección de cada perfil sobre el espacio definido por las dos variables latentes. Un perfil es anómalo si ambos valores superan el valor crítico para un nivel de confianza elegido. Habitualmente se toma el 95 o el 99%, la gráfica muestra los valores críticos al 95% y ningún perfil debe ser declarado anómalo. De modo ilustrativo se han anotado algunos perfiles con T^2 significativamente alto, es decir que están muy alejados del centroide en el espacio definido por las variables latentes, son los perfiles con una gran diferencia “a peor” entre las calificaciones de ESO y las de BACH por ejemplo (9,5,3,0), (9,5,3,2), (9,7,5,1) y (7,6,2,0). Otro tanto se ha hecho con los residuos significativamente distintos de los de la mayoría de los perfiles. En general son perfiles con gran variación interna en las calificaciones de ESO y/o en las de BACH, por ejemplo (7,7,3,9), (7,3,7,6) y (5,7,7,1).

Un aspecto distinto para evaluar la validez estadística de la regresión es el análisis de los residuos del ajuste. La figura 10 muestra que los residuos estandarizados se mantienen menores que 2.5 en valor absoluto con la excepción de dos perfiles, el (9,5,3,0) y el (9,5,3,2). Dado el tamaño de la muestra no se considera preciso rehacer la regresión sin estos dos perfiles.

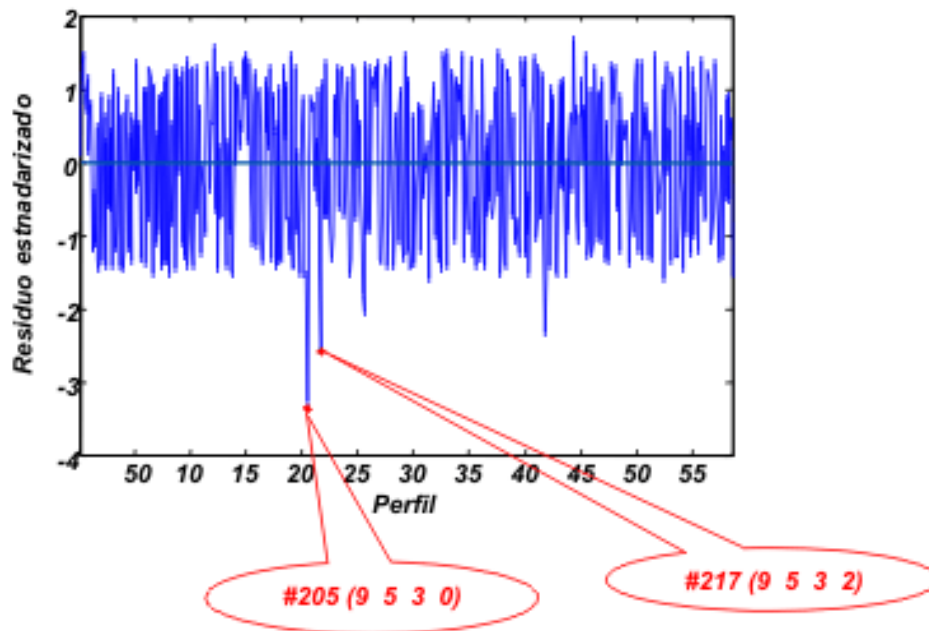


Figura 10. Residuos estandarizados de la regresión por mínimos cuadrados parciales

Es interesante describir las dos variables latentes que forman el modelo PLS, las figuras 11 y 12 muestran la proyección de los perfiles sobre ellas. Es una representación similar a la de las componentes principales, pero ahora las dos direcciones están construidas de modo que tengan la máxima covarianza con la variable indicadora de los perfiles a mejor.

A diferencia de las componentes principales, aun cuando se observa la misma estructura, ésta aparece rotada y lo que es más importante la primera variable latente está vinculada a la calificación de 2º de BACH (véase la figura 12). Esta variable latente recoge el 51,8% de la variabilidad de los perfiles para explicar el 31,95% de la oposición perfiles “a mejor” versus perfiles “a peor”.

La segunda variable latente es básicamente la calificación de 3º de ESO, recoge un 32,97% de la variabilidad de los perfiles, pero sólo un 21,34 % de la variabilidad en la respuesta es debida a esta variable latente. Dicho de otro modo el que un perfil sea “a mejor” o “a peor” al pasar de la ESO al BACH tiene poco que ver con la calificación de 3º de la ESO.

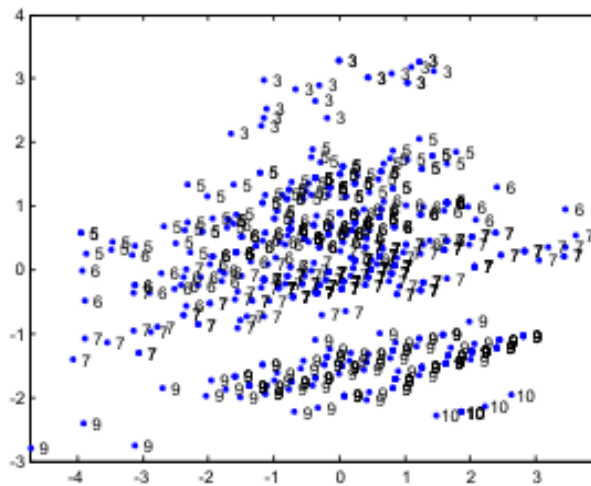


Figura 11. Proyección de los perfiles sobre las dos variables latentes del modelo PLS. Se anota el valor de la calificación en matemáticas de 3º de la ESO

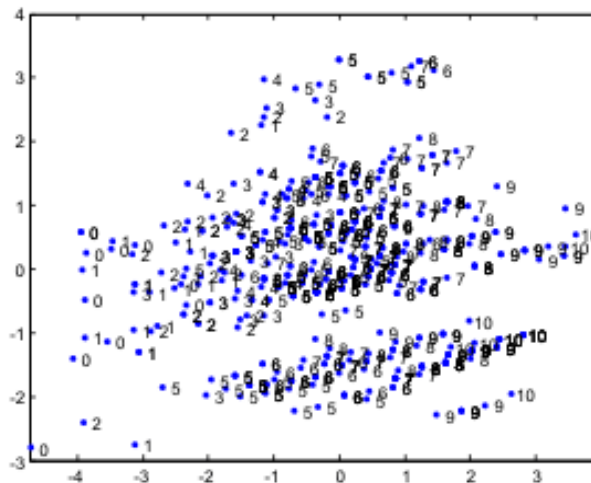


Figura 12. Proyección de los perfiles sobre las dos variables latentes del modelo PLS. Se anota el valor de la calificación en matemáticas de 2º de BACH

Distribución de la respuesta estimada mediante la regresión PLS

Los valores estimados por la regresión PLS para cada perfil presentan la distribución que se muestra en la figura 13. El valor medio para los perfiles “a peor” es 0.16 (cuando el valor teórico es cero) con una desviación típica de 0.26. Para la categoría de los perfiles “a mejor” el valor medio es 0.70 (el valor teórico es uno) y la desviación típica es 0.17. Sin embargo estos valores no son representativos porque ninguna de las dos clases tiene distribución normal.

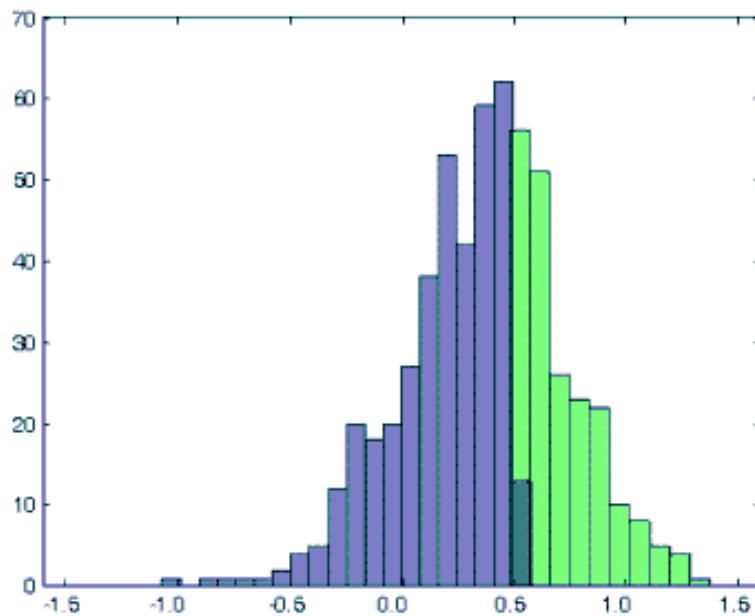


Figura 13. Histograma de frecuencias de los valores obtenidos mediante la regresión PLS para cada una de las categorías. En azul categoría de los perfiles a peor. En verde la categoría de los perfiles a mejor.

Construcción del modelo de clase mediante un contraste de hipótesis

El modelo de clase con evaluación de la sensibilidad (porcentaje de perfiles de una clase correctamente asignados por el modelo) y la especificidad (porcentaje de perfiles externos a la clase correctamente rechazados por el modelo) se plantea como un contraste de hipótesis:

- Hipótesis nula (H_0) el perfil es del tipo “a peor”
- Hipótesis alternativa (H_a) el perfil es del tipo “a mejor”

Para cada valor crítico VC en la figura 14 se tiene una probabilidad a de rechazar la hipótesis nula cuando es cierta. De otro modo, a es la probabilidad de afirmar que un perfil es “a mejor” cuando no es cierto. Al tiempo se tiene la probabilidad b de concluir que un perfil es “a peor” cuando realmente era lo contrario. Claramente la sensibilidad está estimada por $(1-a) \cdot 100$ y la especificidad por $(1-b) \cdot 100$

Para cada valor crítico VC los valores de a y b se han calculado a partir del histograma de frecuencias mediante interpolación lineal de los percentiles ya que no es posible la utilización de la distribución normal

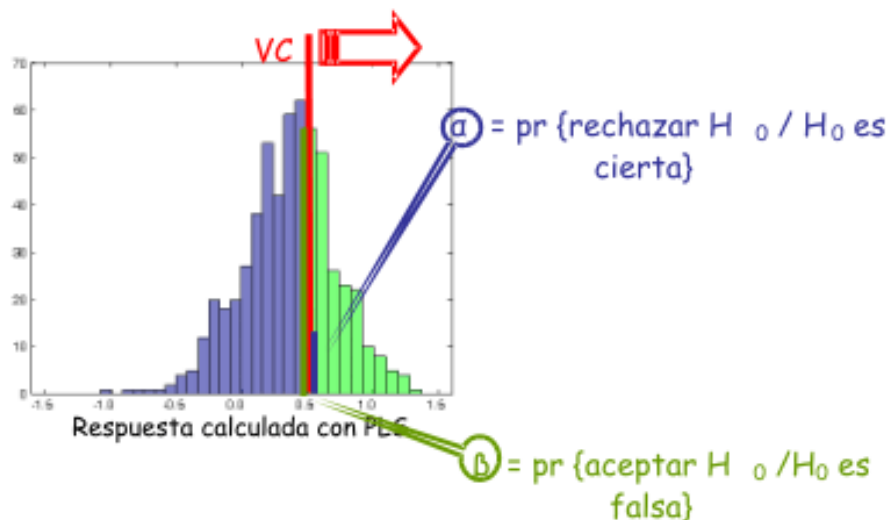


Figura 14. Representación gráfica del test de hipótesis para decidir si un perfil pertenece a la clase de los de “a peor” (hipótesis nula) o a la clase complementaria de los “a mejor”.

Al desplazar el valor crítico se obtendrá la variación de la probabilidad b frente a la probabilidad a . Es lo que recoge la figura 15 y en ella se aprecia que es posible disponer de valores críticos de modo que la probabilidad de ambos tipos de error sea menor del 5% como valor usualmente aceptado.

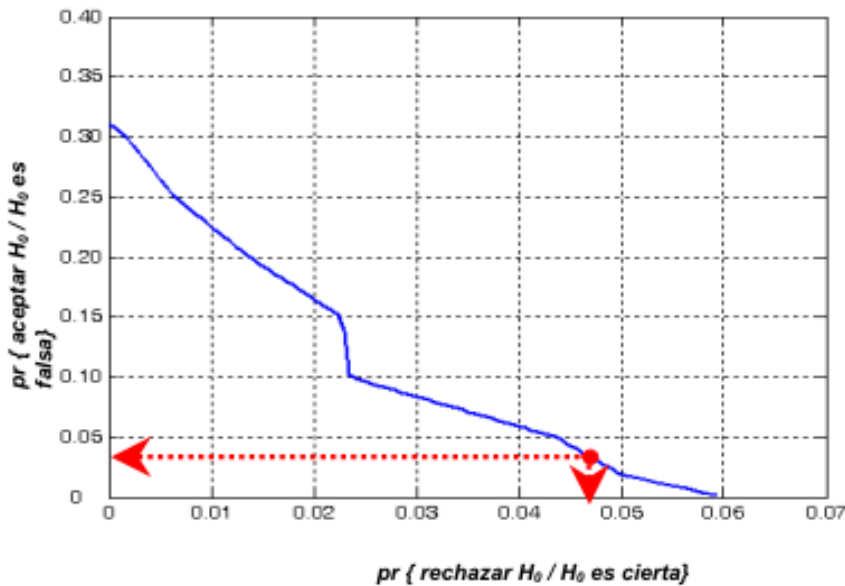


Figura 15. Curva de riesgo para el test de hipótesis representado en la figura 14. Se ha marcado una solución con α y β menores de 0.05.

Modelado de clases mediante una red neuronal con un entrenamiento mediante un algoritmo evolutivo

En el apartado 5.1 se ha construido un modelo de clase a partir de las frecuencias de los valores ajustados mediante una regresión por mínimos cuadrados parciales que es un método multineal. Por ello en este epígrafe se mostrarán los resultados obtenidos con un método alternativo no lineal, una red neuronal artificial, que estima directamente los valores de a y b .

Básicamente una red neuronal es una combinación no lineal de elementos de procesamiento individuales que se conocen como neuronas y que se conectan entre sí como en la figura 16, en la que sólo se describe el modelo usado en este caso.

Las entradas, x_i (perfil académico), se conectan con la neurona del nivel oculto mediante pesos w_i y el resultado, la suma ponderada de las calificaciones, se procesa mediante la función de transferencia f . Al resultado se le pondera nuevamente por los pesos v_j del nivel de salida que dan paso a las neuronas del nivel de

salida, cada una de las cuales también tiene su propia función de transferencia g_k . Así, cada salida o_k es la función compuesta de las calificaciones de cada alumno definida por la ecuación siguiente

$$o_k = g_k (v_{ok} + v_k f(w_0 + x_1 w_1 + \dots + x_4 w_4)), k = 1, 2$$

La construcción de una red neuronal para resolver un determinado problema consiste en la estimación de los pesos que se hace mediante un procedimiento iterativo que se conoce como entrenamiento o aprendizaje.

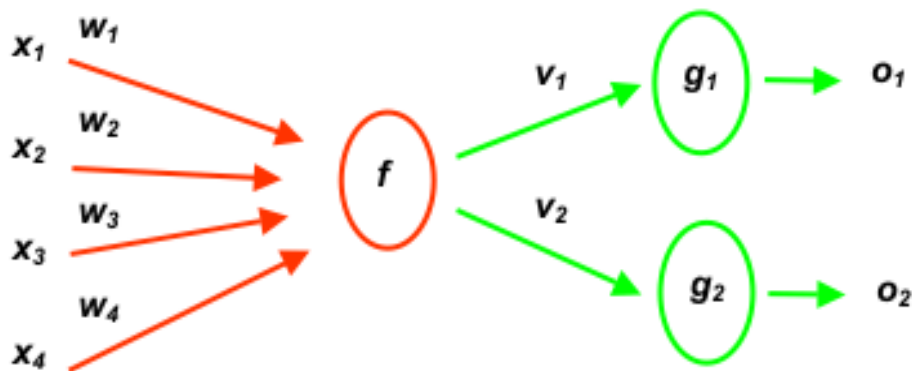


Figura 16. Topología de la red neuronal utilizada.

En nuestro caso, se trata de construir una red neuronal que discrimine las dos categorías de perfiles. Esto supone definir un modelo para los perfiles “a mejor” que minimice simultáneamente (en la medida de lo posible) las probabilidades a y b . En general, con independencia del método seguido para estimar las dos probabilidades, éstas tienen un comportamiento contrapuesto: cuando una crece la otra decrece y viceversa, cómo se aprecia en la figura 15. De este modo, el modelo de clase será tanto mejor cuando más pequeños sean ambos valores. La construcción de modelos de clase mediante redes neuronales es posible gracias al uso de un algoritmo de evolución para el entrenamiento porque la respuesta es discreta: la función indicadora de la clase.

Los detalles de la implementación de la red neuronal llevada a cabo por nuestro grupo y sus propiedades pueden encontrarse en [1, 2]. Se ha utilizado en problemas

de modelado de clases tan diversos como la tipificación de productos alimentarios en [12], la caracterización de gasolinas por su octanaje en [3], el cumplimiento de la normativa con respecto a la capacidad de detección de un método analítico en [4], el control de calidad de un fármaco en [5], etc. Recientemente [6], el método se ha ampliado para estimar el frente Pareto de las soluciones en a y b , es decir, el conjunto de todos los posibles modelos para un conjunto de datos que son optimales ¿? en uno de los dos parámetros.

La red neuronal utilizada en este caso para la construcción del modelo de la clase de los perfiles “a mejor”, representada esquemáticamente en la figura 16, ha sido una red MLF (Multi Layer Feed Forward) totalmente conectada con una sola capa oculta con una neurona que tiene a la tangente hiperbólica como función de transferencia, f , y una capa de salida con dos neuronas que procesan la suma ponderada de sus entradas mediante la aplicación de la función de Heaviside (función salto o paso).

Con 400 redes como tamaño de la población, probabilidad de mutación del 10% y 200 iteraciones, todos los modelos finales discriminan perfectamente los dos tipos de perfiles, es decir, tenemos modelos con $a = b = 0$. Como consecuencia de los análisis hechos en los epígrafes 5.1 y 5.2 es posible conseguir una nitidez estadísticamente significativa en el problema de decidir si los perfiles académicos agrupados en dos categorías a través de su posición en el plano de las dos primeras componentes principales. Los posibles errores de asignar un perfil “a mejor” como uno “a peor” y viceversa se pueden mantener simultáneamente por debajo del 5% (con el modelo de clases basado en PLS) y se puede alcanzar el 0% con la red neuronal.

POSICIÓN DE LOS CENTROS EN RELACIÓN A LA DUALIDAD “PERFIL A MEJOR” VERSUS “PERFIL A PEOR”

Una vez establecido con fiabilidad estadística la dualidad “perfil a mejor” versus “perfil a peor” a través de los valores sobre las componentes principales de los perfiles individuales, se pueden utilizar estos mismos valores para describir grupos de alumnos con una característica común.

En el caso estudiado, las proporciones encontradas (el 65% de los perfiles “a peor” y el 35% de perfiles “a mejor”) pueden deberse a la dificultad creciente de los estudios, a las características del centro y al propio alumno. Recuérdese que los alumnos no han cambiado de centro y llevan sus estudios a curso por año.

En todo caso es posible identificar factores comunes que permitan incidir en la eficiencia del sistema educativo en matemáticas. Por ejemplo, a partir del análisis anterior es posible establecer un orden en los centros (estudiados) en base al concepto “perfil a mejor” versus “perfil a peor”.

La figura 17 muestra para cada centro la frecuencia de perfiles “a peor” (parte inferior de cada barra) y “a mejor” (parte superior de cada barra). Se ha marcado con una línea horizontal a trazos las frecuencias globales (0.65 y 0.35 respectivamente). Es notable que los centros no tiendan a agruparse en torno a las frecuencias medias.

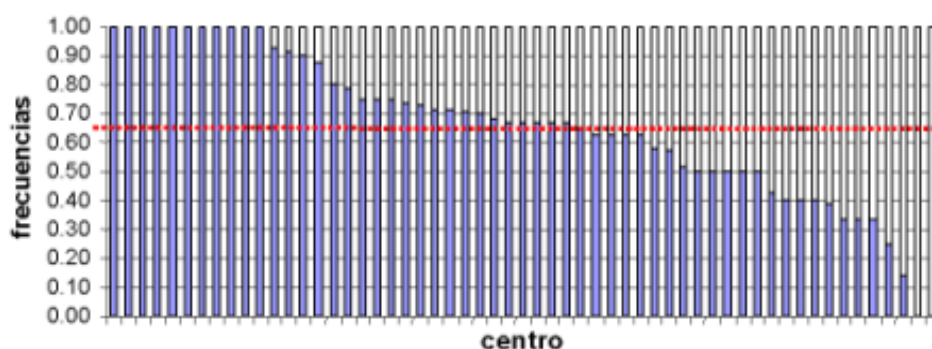


Figura 17. Frecuencia por centros de los perfiles académicos “a mejor” (parte superior de las barras) y “a peor” (parte inferior de las barras).

En este punto se pueden agrupar los centros en aquellos cuyo porcentaje de perfiles “a peor” está por encima de la media y los que están por debajo. En principio la pertenencia a un grupo o a otro será el efecto combinado de factores internos (medios materiales, organización, estructura y motivación del profesorado, etc.) y externos (p.e. entorno socio-económico y estímulos culturales) así como del interés y los determinantes psicológicos de los alumnos. Estos datos conforman la información operativa sobre los centros y permitirían proponer las acciones de mejora, si ello es posible, tendentes a obtener mejores resultados.

Como cabe esperar, el tener una frecuencia más alta de perfiles a “mejor” no está asociado necesariamente a mejores calificaciones en 3º de ESO. Para mostrar esta idea compárense las figuras 18 y 19.

Hay 14 alumnos del centro número 8 cuyos perfiles proyectados en el plano de las dos primeras componentes ocupan las posiciones indicadas. Si se observa en relación a la figura 4, las calificaciones obtenidas en 3º de la ESO están en su mayoría entre 6 y 9. Sin embargo el porcentaje de perfiles “a peor” es el 93%, muy por encima de la media. Caso contrario es el del centro número 60. Sus 13 alumnos presentan perfiles con valores iniciales más dispersos incluso menos altos que los del centro 8, pero al contrario presenta sólo un 38% de perfiles “a peor”. Un diagrama como el de la figura 17 ordena a los centros en términos de la dualidad “perfil a mejor” versus “perfil a peor”. Su operatividad radica en el análisis de los factores (tanto internos como externos) en que se desenvuelve el proceso de aprendizaje. Ello permitiría seleccionar los que son comunes a una determinada pauta en los perfiles y por tanto se diseñarían acciones de mejora mucho mejor adaptadas a la realidad.

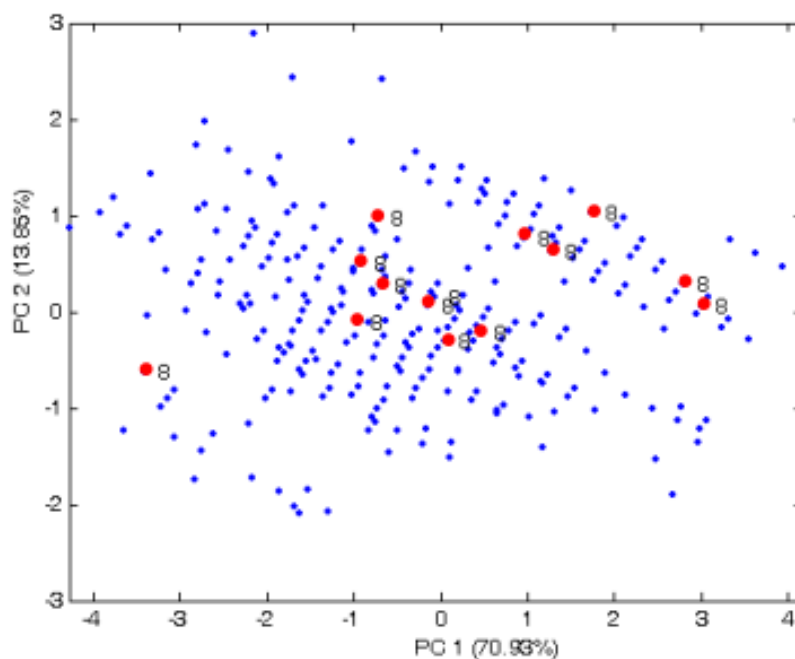


Figura 18. Posición de los perfiles del centro número 8 en el plano de las dos primeras componentes principales

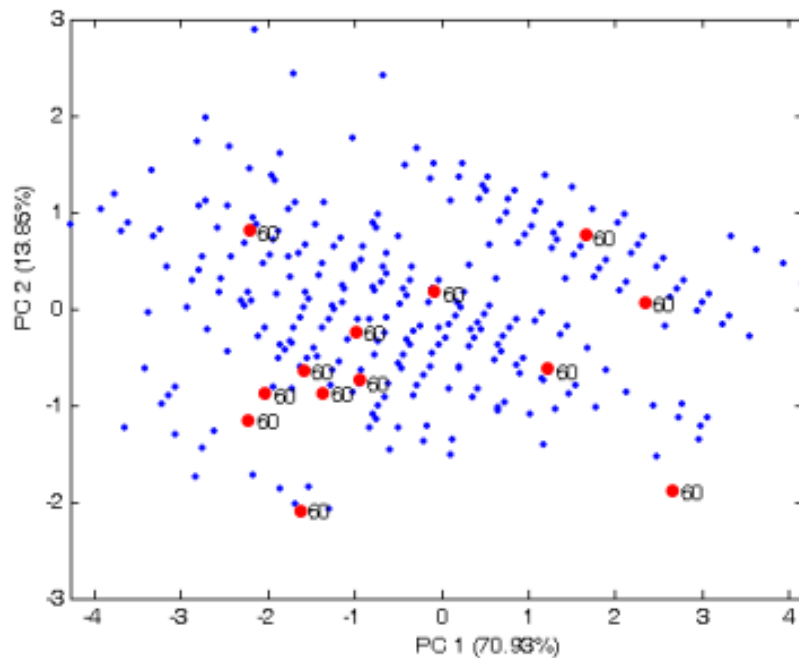


Figura 19. Posición de los perfiles del centro número 60 en el plano de las dos primeras componentes principales.

CONCLUSIONES Y DESARROLLO FUTURO

El estudio, que evidentemente tiene un carácter piloto, pone en evidencia la posibilidad de identificar centros, estrategias de enseñanza-aprendizaje y grupos de alumnos con una pauta común en la evolución de sus calificaciones en matemáticas. La metodología estadística propuesta parece adecuada para el objetivo propuesto.

Se han analizado los perfiles de rendimiento académico formados por las calificaciones de 3º, 4º de la Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) y las 1º y 2º de Bachillerato (BACH) de alumnos que han cursado esos estudios sin cambiar de centro durante los cursos años 2001 a 2004.

El análisis en componentes principales muestra que los perfiles (autoescalados) tienen una fuerte estructura interna formada por dos componentes que conjuntamente explican el 84,78 % de la varianza.

La primera componente principal (70,93% de la varianza) es el tamaño del perfil, mientras que la segunda (13,85 % de la varianza) es un factor forma que básicamente opone la calificación obtenida en 3º de la ESO con la 2º de BACH.

La calificación de 3º de la ESO y de 2º de BACH permite identificar las pautas que siguen las proyecciones de los perfiles en el plano de las dos primeras componentes. En gran medida se puede alcanzar casi cualquier calificación en 2º de BACH partiendo de una prefijada en 3º de la ESO.

Las proyecciones de los perfiles en el plano de las dos primeras componentes principales se pueden clasificar en dos tipos: los perfiles “a peor” (el 65%) y los perfiles “a mejor” (el 35%).

Se evalúa la nitidez de esta clasificación mediante las probabilidades: a de afirmar que un perfil es “a mejor” cuando no es cierto y b de concluir que un perfil es “a peor” cuando realmente era lo contrario. Con una técnica de modelado de clases mediante la regresión por mínimos cuadrados parciales se demuestra que es posible tener ambas probabilidades por debajo del 5 %. Se alcanza el 0 % mediante una red neuronal con entrenamiento evolutivo diseñada específicamente para estimar a y b. Por tanto ambas clases son significativamente distintas.

Se tiene que el 51,8% de la variabilidad de los perfiles explica el 31,95% de la oposición perfiles “a mejor” versus perfiles “a peor”. Pero que un perfil sea “a mejor” o “a peor” al pasar de la ESO al BACH tiene poco que ver con la calificación de 3º de la ESO, sólo un 21,34 % de la variabilidad está asociada a esa calificación.

Se pueden ordenar los centros (estudiados en este análisis) por la proporción de los perfiles que son “a peor”. La posición de cada centro es una medida objetiva de los resultados académicos de sus alumnos que puede utilizarse en procesos de mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje.

En ulteriores seguimientos, la operatividad del análisis de perfiles académicos puede utilizarse para definir grupos de alumnos que comparten un determinado perfil, se caracterizarían estos centros, estrategias docentes y grupos en base a factores que permitirían tomar las decisiones, más eficientes, encaminadas a un mejor rendimiento del sistema educativo. Se entiende por tal, no tanto una mejora cuantitativa de las calificaciones, sino la detección de los condicionantes específicos que producen el bajo rendimiento.

También, el análisis de los perfiles obtenidos después de la puesta en marcha de un plan de mejora permitirá evaluar la eficacia del plan.

La generalización del proyecto piloto a escala regional tiene algunos requisitos previos:

- a) Mantener un sistema de calificación numérica homogéneo en todos los centros y disponer de una base de datos con todas las calificaciones que permita el análisis multivariable de los resultados.
- b) Generalizar el concepto de perfil de calificaciones a los alumnos que abandonan los estudios.
- c) Explorar la posibilidad de un pronóstico sin disponer del perfil completo de calificaciones.

SOFTWARE UTILIZADO:

Todos los cálculos y gráficas se han hecho con MATLAB® 6.5.

El cálculo de las componentes principales y la regresión por mínimos cuadrados parciales se ha efectuado con el PLS Toolbox.

El cálculo de la curva de riesgo b frente a a se ha hecho con un programa propio que utiliza las m-funciones 'prctile' e 'interpl' del toolbox 'stats' (The MathWorks, Inc. 2002). La red neuronal también ha sido programada en MATLAB, así como las rutinas necesarias para la transferencia, depuración y codificación de las calificaciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- K. Pearson, "On lines and planes of closest fit to systems of points in space", *Phil. Mag.*, Ser. B, 1901, 2, 559-5572
- I.T. Jolliffe, "Principal Components Analysis", Springer Verlag, New York. 1986.
- J.E. Jackson, "A User's Guide to Principal Components" John Wiley & Sons Inc., New York. 1991.
- F. Mallo, "Análisis de componentes principales y técnicas factoriales relacionadas" Ed. Universidad de León, 1985
- M.C. Ortiz, L.A. Sarabia, "Componentes Principales y Correspondencias". Con software original. cap. VII de *Avances en Quimiometría Práctica*. Coordinado por R. Cela., 241-353 Servicio de Publicaciones e Intercambio Científico de la Universidad de Santiago de Compostela, Santiago de Compostela. 1994
- R. Díez, M.C. Ortiz, L. Sarabia, S. Sánchez, "A versatile tool in chemometrics: the n-PLS-class modelling characterised by sensitivity and specificity". Comunicación oral. PLS'05-4th International Symposium on PLS and Related Method. Barcelona. (España). 2005.
- M.C. Ortiz, L. A. Sarabia, R. García-Rey, M.D. Luque de Castro. "Sensitivity and specificity of PLS- class modeling for five sensory characteristics of dry-cured ham using visible and near infrared spectroscopy". *Analytica Chimica Acta*, 2006, 558, 125-131.
- S. Wold, A. Rhue, H. Wald, W.J. Dunn "Collinearity problem in linear regression. The partial least squares (PLS) approach to generalized inverses", *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 1984, 5(3), 735-743.
- I.E. Frank, J.H. Friedman, "A statistical view of some chemometrics regression tools" *Technometrics*, 1993, 35 (2), 109-135.
- H. Martens, T. Naes, *Multivariate Calibration*, John Wiley & Sons, New York, 1992.
- T. Naes, T. Isakson, T. Fearn, T. Davies, *A User-friendly guide to multivariate calibration and classification*, N.I.R. Publications, Chichester, 2002

- M. Sagrario Sánchez, Luis A. Sarabia, “GINN (Genetic Inside Neural Network): towards a non-parametric training”, *Analytica Chimica Acta*, 1997, 348, 533-542
- M. Sagrario Sánchez, Luis A. Sarabia, “A stochastic trained neural network for nonparametric hypothesis testing”, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 2002, 63, 169–187.
- José M. Andrade, M. Sagrario Sánchez, Luis A. Sarabia, “Applicability of high-absorbance MIR spectroscopy in industrial quality control of reformed gasolines”, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 1999, 46, 41–55.
- M.C. Ortiz, L.A. Sarabia, A. Herrero, M.S. Sánchez, M.B. Sanz, M.E. Rueda, D. Giménez, M.E. Meléndez, “Capability of detection of an analytical method evaluating false positive and false negative (ISO 11843) with partial least squares”, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 2003, 69, 21– 33
- E. Bertrán, M. Blanco, S. MasPOCH, M.C. Ortiz, M.S. Sánchez, L.A. Sarabia, “Handling intrinsic non-linearity in near-infrared reflectance spectroscopy”, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 1999, 49, 215–224.
- M^a Sagrario Sánchez, M^a Cruz Ortiz, Luis A. Sarabia, Rosa Lletí, “On Pareto-optimal fronts for deciding about sensitivity and specificity in class-modelling problems”, *Analytica Chimica Acta*, 2005, 544, 236–245.
- B.M. Wise, N.B. Gallagher, R. Bro, J.M. Shaver, *PLS Toolbox 3.02*, Eigenvector Research Inc., Manson, WA, 2003.

**Capítulo 5:
Síntesis
del Proyecto de
Investigación
de la Línea IV:**

**Distribución de Niveles
Competenciales para
el Mínimo en los
Estudios Universitarios**

Línea IV: “Distribución de niveles competenciales para el mínimo en los estudios universitarios”.

*Área de Matemática Aplicada.
Universidad de León.*

Director: **D. José Ángel Hermida Alonso**

Equipo: - José Ángel Hermida Alonso
- María Araceli de Francisco Iribarren
- Julen Susperregui Lesaca

INTRODUCCIÓN

El objetivo del presente trabajo es realizar un estudio del currículo de Matemáticas de Bachillerato en relación con los contenidos curriculares de las asignaturas de Matemáticas en las titulaciones universitarias que se imparten en la Comunidad de Castilla y León.

El punto de partida del proyecto, Capítulo 2, lo constituye la exposición y análisis de los contenidos de la materia Matemáticas en cada una de las modalidades (Artes, Humanidades y Ciencias Sociales, C.C. Naturaleza y de la Salud y Tecnología) de Bachillerato. La exposición de contenidos se realiza describiendo de forma esquemática los resultados y técnicas que conoce el alumno al finalizar el Bachillerato para, posteriormente, analizar brevemente algunos aspectos sobre los contenidos y los criterios de evaluación.

Siguiendo la estructura del currículo del Bachillerato, hemos agrupado los contenidos en los bloques de: *Álgebra; Geometría; Análisis matemático; Estadística*. Esta división coincide con la que, en general, se realiza en la materia troncal de Matemáticas en las titulaciones superiores. De esta forma, los distintos epígrafes del esquema que hemos realizado, con los contenidos del Bachillerato, conforman el “programa” que los alumnos conocen al superar este ciclo. Comparando este programa con el programa que el alumno debe afrontar en los estudios superiores, que como hemos dicho está estructurado de forma análoga, obtenemos una primera aproximación del nivel competencial que posee el alumno al finalizar el Bachillerato en relación con su paso a estudios superiores.

Esta primera aproximación aunque, como veremos más adelante, significativa, no es suficiente y por ello es necesario incluir una análisis tanto de contenidos como de aspectos metodológicos. No obstante, es preciso hacer notar que las conclusiones de un análisis basados en currículos pueden dar una visión parcial de la realidad puesto que existen diferencias, como veremos en el capítulo segundo, motivadas por diversas causas (tanto coyunturales como estructurales).

Al realizar el análisis por contenidos estamos asumiendo implícitamente la premisa de que el alumno conoce todos los contenidos del currículo, al menos en

el nivel fijado en los criterios de evaluación. El hecho de que el alumno haya superado la prueba de acceso a la Universidad ratifica la validez de la premisa anterior aunque, como veremos posteriormente, la posibilidad de elección que tiene cada alumno complica la posibilidad de establecer un nivel competencial para el grupo.

En el Capítulo 3 se realiza una primera aproximación al sistema público universitario de Castilla y León que incluye, por una parte, los aspectos generales de las titulaciones universitarias (créditos, materia troncal, plan de estudios, etc.) y por otra parte, las titulaciones universitarias en la Comunidad Autónoma que contienen Matemáticas como materia troncal. Estas titulaciones están divididas en los siguientes bloques: *Técnicas (estudios universitarios de Ingeniería y Arquitectura)*; *Ciencias Experimentales y Ciencias de la Salud*; *Ciencias Sociales*, que se corresponden con las diferentes modalidades de Bachillerato.

Al realizar el análisis partiendo de las modalidades de Bachillerato y de los bloques asociados de titulaciones, estamos asumiendo la premisa de que el alumno elige la titulación superior a partir de la modalidad de Bachillerato más adecuada. Nuestra experiencia nos muestra que, en un elevado porcentaje, los alumnos realizan su elección de acuerdo a esta premisa. No obstante, por diversas causas, algunos alumnos, o bien no cursan Matemáticas en segundo de Bachillerato en la modalidad adecuada para la titulación elegida, o bien cursan otra modalidad. Analizaremos también estos casos aunque con menor profundidad que los otros.

Para finalizar, en el Capítulo 3 se describe mediante tablas la distribución de créditos (troncales, obligatorios y optativos) y asignaturas en cada una de las titulaciones y centros de la Comunidad Autónoma. Puesto que el plan de estudios de una titulación es elaborado por la Universidad en la que está implantada, una lectura detallada de esta tabla nos proporciona una primera idea del papel que, a juicio de la Universidad, deben jugar las Matemáticas en esa titulación.

El núcleo central del trabajo está constituido por los Capítulos 4, 5 y 6 en los que se analizan, en lo que a Matemáticas se refiere, cada uno de los bloques en los que hemos dividido las titulaciones universitarias que se imparten en Castilla y León. Para llevar a cabo este análisis lo primero que se debe tener en cuenta es

que una misma titulación puede tener planes de estudio diferentes dependiendo del centro en el que se imparta. Pero el objetivo del trabajo nos lleva a fijar nuestra atención en las asignaturas iniciales de Matemáticas que, por norma general, se corresponden con las asignaturas que desarrollan la materia troncal de la titulación la cual es común para todos los centros.

La materia troncal viene definida por descriptores entre los que figuran Álgebra, Geometría, Análisis Matemático y Estadística que corresponden a los bloques en los que se dividía los contenidos de Matemáticas en el Bachillerato. En un amplio número de titulaciones únicamente figuran estos descriptores y el resto de descriptores de la materia troncal, cuando figuran, se apoyan generalmente en ellos. Puesto que el objetivo del trabajo es analizar el enlace entre Bachillerato y estudios universitarios, lo lógico es considerar cómo se produce este enlace en lo que respecta a cada uno de los descriptores anteriores, que son comunes en Bachillerato y Universidad.

Los Capítulos 4, 5 y 6 tienen una estructura común. En primer lugar, se describe mediante una tabla las características principales de la materia troncal en el bloque de titulaciones correspondiente. Esta tabla contiene los créditos que por BOE tiene asignados cada titulación y los descriptores, en general muy genéricos, que la definen. Posteriormente, se analizan los contenidos de cada uno de los descriptores. El punto de partida de este análisis lo constituye una esquema en el que se recogen los principales tópicos tratados en las distintas titulaciones. Este esquema puede ser visto como el programa común del descriptor y de su comparación con el construido, para el mismo descriptor. En el Capítulo 2 obtenemos la base para analizar el nivel competencial que el alumno posee, al finalizar el Bachillerato, para afrontar los estudios universitarios.

LAS MATEMÁTICAS EN EL BACHILLERATO

Estructura y Organización

El Bachillerato es la última etapa de la Educación Secundaria, tiene carácter voluntario y su duración es de dos cursos académicos que se cursan normalmente

a partir de los dieciséis años de edad. Las enseñanzas del Bachillerato se estructuran actualmente en cuatro modalidades diferentes: Artes, Ciencias de la Naturaleza y de la Salud, Humanidades y Ciencias Sociales y Tecnología. En cada una de estas modalidades, el Bachillerato se organiza en:

1. Materias comunes, que deben ser cursadas (cinco en primer curso y cuatro en segundo) por todos los alumnos.

2. Materias propias, que caracterizan a cada una de las modalidades. Se deben cursar tres en primer curso, que se eligen de un grupo de cuatro o cinco dependiendo de la modalidad, y tres en segundo, que se eligen de un grupo de seis.

3. Materias optativas. Se debe elegir una en primero y otra en segundo de un grupo de asignaturas fijado o bien de asignaturas propias de la modalidad.

Matemáticas es materia propia en las modalidades Ciencias de la Naturaleza y de la Salud, Humanidades y Ciencias Sociales y Tecnología. Como consecuencia de ello, un alumno puede finalizar el Bachillerato en la modalidad de Tecnología sin cursar Matemáticas en segundo curso e incorporarse a la Universidad en una Ingeniería. Esta situación se repite en el resto de las modalidades y para diversas materias.

El currículo de Matemáticas en el Bachillerato se estructura por modalidades en las siguientes materias: Ciencias de la Naturaleza y de la Salud: Matemáticas I y Matemáticas II. Modalidad Humanidades y Ciencias Sociales: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II. Modalidad Tecnología: Matemáticas I y Matemáticas II.

Cada materia viene definida por objetivos, contenidos y criterios de evaluación, matizando estos últimos, al menos en cuanto a mínimos, la profundidad de los contenidos a impartir. En el Currículo de Bachillerato de Castilla y León, Decreto 70/2002 de 23 de mayo de la Junta de Castilla y León, se establece básicamente que los contenidos de Matemáticas coincidan con los establecidos en el R.D. 3474/2000 de enseñanzas mínimas del Bachillerato. Los contenidos se dividen en los siguientes bloques temáticos:

Materia: Matemáticas I

Aritmética y Álgebra. Geometría. Funciones y gráficas. Estadística y Probabilidad

Materia: Matemáticas II

Álgebra. Análisis. Geometría

Materia: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I

Aritmética y Álgebra. Funciones y gráficas. Estadística y Probabilidad

Materia: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

Álgebra. Análisis. Estadística y Probabilidad

Desde el punto de vista metodológico las enseñanzas de Matemáticas en la Enseñanza Secundaria Obligatoria y en el Bachillerato se configuran de forma espiral, de manera que en cada curso coexisten nuevos contenidos, tratados a modo de introducción, con otros que afianzan y completan los de cursos anteriores ampliando el campo de trabajo y el nivel de información.

Las Matemáticas en las modalidades de Tecnología y Ciencias de la Naturaleza y de la Salud

En esta sección analizaremos los conocimientos que posee el alumno al finalizar el Bachillerato en estas modalidades. El punto de partida lo constituye la exposición esquemática de contenidos en cada uno de los bloques temáticos a los que se hace referencia en la sección anterior. Posteriormente, se realiza un análisis de este “programa” atendiendo a los contenidos, los criterios de evaluación y las posibilidades de desarrollo en cursos superiores.

Contenidos

Álgebra. Sistemas de ecuaciones lineales. Discusión y resolución de un sistema de ecuaciones lineales por el método de Gauss. Interpretación gráfica de sistemas de ecuaciones e inecuaciones lineales en dos incógnitas. Matrices de números reales. Operaciones con matrices. Matrices y sistemas de ecuaciones. Matrices inversibles. Obtención por el método de Gauss del rango de una matriz y de la matriz inversa. Determinantes. Propiedades de los determinantes. Desarrollo por una fila o columna. Regla de Sarrus. Cálculo de determinantes mediante operaciones elementales. Regla de Cramer y Teorema de Rouché-Frobenius.

Geometría. Trigonometría. Resolución de ecuaciones trigonométricas. Resolución de triángulos. Números complejos. Vectores en el plano y en el espacio tridimensional. Operaciones. Bases. Producto escalar. Ortogonalidad. Bases ortonormales. Geometría en el plano: Ecuaciones de la recta. Incidencia, paralelismo y perpendicularidad. Cálculo de distancias entre puntos y rectas. Lugares geométricos del plano: Circunferencia, elipse, hipérbola y parábola. Geometría en el espacio: Ecuaciones de rectas y planos. Incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos. Ángulos, distancias, áreas y volúmenes. Esfera y elipsoide.

Análisis Matemático. Números reales. La recta real. Relación de orden. Intervalos. Distancia. Valor absoluto. Funciones reales de variable real. Ejemplos. Composición de funciones. Límite de una función en un punto. Propiedades. Técnicas de cálculo de límites (cancelación, racionalización). Límites laterales. Límites en el infinito. Comportamiento asintótico de una función. Funciones continuas. Continuidad en intervalos cerrados. Funciones derivables. Cálculo de derivadas. Teorema de Rolle. Teorema del valor medio. Regla de l'Hôpital. Intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función. Máximos y mínimos en un intervalo. Representación gráfica de funciones. Primitiva de una función. Reglas básicas de integración. Cálculo de integrales indefinidas (inmediatas, por cambio de variable, de funciones racionales y por partes). Sumas de Riemann e integral definida. Propiedades. Regla de Barrow. Teorema del valor medio para integrales. Áreas de regiones planas.

Estadística y Probabilidad. Estadística descriptiva unidimensional. Descripción de datos cuantitativos. Parámetros de centralización y de dispersión. (3º E.S.O.). Experimentos aleatorios. Sucesos. Frecuencia relativa y probabilidad de un suceso. Cálculo de probabilidades mediante la Ley Laplace y diagramas de árbol. (3º E.S.O.). Estadística descriptiva bidimensional. Covarianza. Coeficiente de correlación lineal. Regresión lineal. Variaciones. Permutaciones. Combinaciones. (4º E.S.O.). Experimentos aleatorios. Espacio muestral. Sucesos. (4º E.S.O.). Probabilidad simple y compuesta. Sucesos dependientes e independientes. (4º E.S.O.). Variables aleatorias discretas. Media y varianza. Distribución binomial. Uso de tablas. Cálculo de probabilidades de sucesos simples y compuestos. Variables aleatorias continuas. Función de distribución. Distribución normal típica. Uso de tablas. Tipificación de una variable normal. Cálculo de probabilidades de sucesos simples y compuestos.

Análisis

En esta subsección se analizan los contenidos tanto desde el punto de vista metodológico como de las posibilidades de desarrollo posterior que ofrecen.

Álgebra y Geometría

i) El núcleo principal del Álgebra en el Bachillerato lo constituye el Álgebra Lineal sobre los números reales.

ii) El desarrollo de los contenidos de Álgebra se inicia con la resolución de sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de Gauss (introducido en el primer curso) y posteriormente se introduce el cálculo matricial, con toda la potencia que conlleva, finalizando con la discusión de sistemas mediante Rouché-Frobenius. A nuestro juicio, esta opción es más correcta que, como se venía realizando hasta hace unos años, introducir en primer lugar el cálculo matricial y posteriormente estudiar los sistemas de ecuaciones. La razón es que la opción elegida permite, de una parte, disponer de la herramienta necesaria para realizar cálculos y de otra parte, poder interpretar los conceptos que se introducen.

iii) En los criterios de evaluación se establece que la utilización de determinantes para la discusión de sistemas se puede limitar a tres indeterminadas, limitación ésta que no existe mediante el método de Gauss. La utilización de tres indeterminadas es obligada por su utilidad en la Geometría en el espacio y en Física.

iv) La introducción de vectores y del concepto de base en el plano y en el espacio real, junto con su utilización en Física, abren las puertas a introducir, en estudios posteriores, el concepto de espacio vectorial abstracto. Además, el álgebra matricial proporciona ejemplos para facilitar la comprensión de los conceptos abstractos.

v) La resolución de problemas afines y métricos en el plano real (primer curso) y en el espacio (segundo curso), es el objetivo fundamental de la Geometría en el Bachillerato. Desde nuestro punto de vista, estos contenidos tienen un fuerte carácter formativo puesto que relacionan lo que se ve con lo abstracto.

vi) En la actualidad, por muy diversas razones, la Geometría o bien ha desaparecido o bien se ha reducido de forma notable en los programas de Matemáticas de la mayor parte de estudios universitarios. Los contenidos geométricos, en

las titulaciones superiores que los tienen en su currículo, son la continuación natural de lo estudiado en Bachillerato.

vii) Si bien en el actual modelo de Bachillerato se han ampliado los contenidos de Geometría, pensamos que es necesario hacer mayor hincapié en esta materia, pues nuestra experiencia nos muestra que existe una alarmante carencia de visión espacial en nuestros alumnos. Creemos que se pueden utilizar los programas de computador, muchos de ellos desarrollados por el propio profesorado de Bachillerato y que se pueden encontrar en la red, para paliar este problema.

Análisis Matemático

viii) Los contenidos de Análisis Matemático en el Bachillerato conforman un curso introductorio al Cálculo Diferencial e Integral.

ix) Desde el punto de vista metodológico, hemos de destacar que en el primer curso se introducen los conceptos de forma intuitiva y se incide en el manejo de los mismos, mientras que en segundo se introduce el formalismo. El formalismo es consustancial a las Matemáticas pero, necesariamente, es un paso posterior a la comprensión del concepto. No es suficiente que el alumno conozca conceptos de manera formal (límite, derivada, integral,...) sin conocer su significado real.

x) Siempre que sea posible, se introducen de forma simultánea el concepto y su interpretación geométrica (por ejemplo, límite en el infinito y asíntotas horizontales, derivada y sus aplicaciones, ...). De esta forma, y enlazado con el punto anterior, se facilita la relación entre concepto y expresión formal.

xi) Como veremos posteriormente, los contenidos de Análisis Matemático en Bachillerato posibilitan diversas alternativas aunque en todas ellas creemos necesario recordar algunos de los conceptos y, de esta forma, continuar con la enseñanza en espiral a la que hacíamos referencia al finalizar la Sección 2.1.

Estadística y Probabilidad

xii) Una de las características principales del actual currículo de la Enseñanza Secundaria Obligatoria es que en cuarto curso se incluyen, porque se consideran

necesarios en la sociedad actual, gran parte de los contenidos de estadística que anteriormente pertenecían a cursos superiores.

xiii) Al finalizar el Bachillerato los alumnos están capacitados para abordar una gran variedad de problemas en esta parte de las Matemáticas. No obstante, debido a que en segundo curso no hay contenidos de Estadística, creemos necesario para los alumnos de estas modalidades de Bachillerato, como así se da en la práctica, iniciar la Estadística en la Universidad recordando los conceptos fundamentales.

xiv) Creemos necesario potenciar en la docencia del actual Bachillerato, la utilización del computador. En la actualidad, para gran parte de los contenidos, existen programas que permiten visualizar el significado de los conceptos y que facilitan enormemente el desarrollo de las asignaturas de Matemáticas ya que permiten realizar ejemplos con muchos datos.

Las Matemáticas en la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales

En esta sección analizaremos los conocimientos que posee el alumno al finalizar el Bachillerato en esta modalidad. El punto de partida lo constituye la exposición esquemática de contenidos en cada uno de los bloques temáticos para, posteriormente, realizar un análisis de este “programa” atendiendo a los contenidos, los criterios de evaluación y las posibilidades de desarrollo en cursos superiores.

Contenidos

Álgebra. Potencias, logaritmos, polinomios y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado. (1º Bachillerato). Sistemas de ecuaciones lineales. Discusión y resolución de un sistema de ecuaciones lineales con dos o tres incógnitas por el método de Gauss. Matrices de números reales. Cálculo matricial. Resolución de problemas con enunciados relativos a las Ciencias Sociales y a la Economía que pueden ser tratados mediante el planteamiento de sistemas de ecuaciones lineales con dos o tres incógnitas. Inecuaciones lineales con una o dos incógnitas. Sistemas de inecuaciones lineales. Planteamiento, resolución gráfica y comprobación analítica. Sucesiones. Progresiones. Matemática financiera. (1º Bachillerato).

Análisis Matemático. Límite de una función en un punto. Técnicas elementales de cálculo. Aplicaciones. Continuidad de una función en un punto. Estudio intuitivo de la continuidad en intervalos cerrados. Derivada de una función en un punto. Recta tangente en un punto. Función derivada. Reglas de derivación. Aplicación de las derivadas al estudio de las propiedades locales. Máximos y mínimos. Intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función. Estudio y representación gráfica de una función polinómica, racional, exponencial o logarítmica sencilla a partir de sus propiedades locales y globales. Aplicación de las derivadas a la resolución de problemas de optimización relacionados con las Ciencias Sociales. La integral indefinida. Cálculo de integrales indefinidas sencillas. La integral definida. Regla de Barrow. Cálculo de áreas planas.

Estadística y Probabilidad. Estadística descriptiva unidimensional. Descripción de datos cuantitativos. Parámetros de centralización y de dispersión. (3º E.S.O.). Experimentos aleatorios. Sucesos. Frecuencia relativa y probabilidad de un suceso. Cálculo de probabilidades mediante la Ley Laplace y diagramas de árbol. (3º E.S.O.). Estadística descriptiva bidimensional. Variables marginales. Covarianza. Coeficiente de correlación lineal. Regresión lineal. Relaciones entre dos variables estadísticas. Predicciones estadísticas (1º Bachillerato). Variaciones. Permutaciones. Combinaciones. (4º E.S.O.). Experimentos aleatorios. Espacio muestral. Sucesos. (4º E.S.O.). Probabilidad simple y compuesta. Sucesos dependientes e independientes. (4º E.S.O.). Variables aleatorias discretas. Media y varianza. Distribución binomial. Uso de tablas. Cálculo de probabilidades de sucesos simples y compuestos. (1º Bachillerato). Variables aleatorias continuas. Función de distribución. Distribución normal típica. Uso de tablas. Tipificación de una variable normal. Cálculo de probabilidades de sucesos simples y compuestos. (1º Bachillerato). Muestreo. Técnicas de muestreo. Parámetros de una población y estadísticos muestrales. Distribución de probabilidad de la media muestral. Teorema central del límite. Inferencia estadística. Estimación por intervalos de confianza. Nivel de confianza. Contraste de hipótesis. Nivel de significación.

Análisis

En esta subsección se analizan los contenidos tanto desde el punto de vista metodológico como de las posibilidades de desarrollo posterior que ofrecen.

Álgebra

i) Los contenidos de Álgebra en esta modalidad de Bachillerato están constituidos por una primera parte dedicada a temas de fundamentos (potencias, logaritmos y ecuaciones de primer y segundo grado), una introducción al Álgebra Lineal sobre los números reales, que se imparte en los dos cursos y, finalmente, una breve introducción a la Matemática Financiera.

ii) Uno los criterios de evaluación es operar correctamente (en este caso, con potencias, radicales, o con matrices). Tanto en la E.S.O. como en el Bachillerato, éste es un criterio que se repite de forma sistemática y su exigencia es, desde nuestro punto de vista, necesaria para mejorar la calidad, y la visión externa que se tiene de nuestro sistema educativo (en lo que a Matemáticas se refiere).

iii) La resolución de sistemas de ecuaciones lineales es el problema central que se aborda en los contenidos de Álgebra Lineal. Una breve introducción al cálculo matricial (en la que no se incluye el uso de los determinantes) y a la programación lineal completan esta parte. Un hecho a destacar es que en la propuesta de contenidos se da importancia al carácter aplicado de los mismos.

iv) En los contenidos y en los criterios de evaluación se establece que el estudio se realiza únicamente para dos o tres indeterminadas. El método de Gauss es un algoritmo que explicado para un número mayor de variables, que sin duda aparecen en problemas elementales, no plantea dificultad. Creemos que incluyendo esta parte en el currículo de Bachillerato se potencia la capacidad de abstracción del alumno que estudia esta modalidad.

v) El estudio que se realiza de los sistemas con dos incógnitas es completo puesto que además de la resolución numérica se incluye la resolución gráfica y ello permite la resolución de problemas elementales de programación lineal.

vi) No hay contenidos de Geometría.

Análisis Matemático

vii) Desde el punto de vista metodológico, los contenidos de Análisis Matemático están encaminados, y esto se nota, especialmente en los criterios de evaluación asociados, al cálculo de límites, derivadas e integrales aunque se matiza que en casos sencillos y aplicando técnicas elementales.

viii) Se introduce la interpretación geométrica de los conceptos facilitando de esta forma su posterior aplicación. En particular, aunque para casos sencillos, se incluye el dibujo de curvas.

ix) Destaca la aplicación a la resolución de problemas relacionados con las Ciencias Sociales, en especial problemas de optimización que se complementan con los vistos en la parte algebraica de programación lineal.

x) Los objetivos y metodología del Análisis Matemático en esta modalidad de Bachillerato creemos que proporcionan una vía, que al menos debe ser estudiada, para modificar el currículo de otras modalidades. En efecto, un modelo basado en el uso de técnicas y su aplicación evitaría posteriores repeticiones de conceptos y facilitaría la motivación del alumno.

Estadística y Probabilidad

xi) El alumno que cursa las dos asignaturas de Matemáticas en esta modalidad de Bachillerato tiene, desde nuestro punto de vista, una muy buena formación en Estadística. En efecto, a los contenidos de tercero y cuarto de E.S.O. se suman en Bachillerato el manejo de la distribución normal, una introducción a la teoría de muestreo y una introducción a la inferencia.

xii) Sería deseable que los contenidos actuales se completaran con el manejo de programas informáticos.

xiii) Los contenidos de esta modalidad de Bachillerato creemos que serían de interés para los alumnos que cursen algunas titulaciones de Ciencias de la Salud (por ejemplo, Veterinaria o Enfermería).

TITULACIONES UNIVERSITARIAS EN CASTILLA Y LEÓN

Estructura de las titulaciones universitarias

En el R.D. 1497/1987, de 27 de noviembre, se establecen las directrices generales comunes de los planes de estudios y de los títulos universitarios de carácter oficial y validez en todo el territorio nacional. Si bien es cierto que en breve

espacio de tiempo esta normativa debe modificarse debido a la incorporación de España al Espacio Europeo de Educación Superior, los planes de estudio vigentes en la actualidad lo están conforme a esta normativa.

En el mencionado Real Decreto se establecen las directrices generales comunes aplicables a todos los planes de estudio conducentes a los títulos universitarios oficiales de Diplomado, Arquitecto Técnico o Ingeniero Técnico; y de Licenciado, Arquitecto o Ingeniero. A continuación se exponen los principales conceptos que caracterizan una titulación:

- Plan de Estudios. Es el conjunto de enseñanzas organizadas por una Universidad, siguiendo las directrices generales propias de la titulación, cuya superación da derecho a la obtención del título.
- Las enseñanzas universitarias se estructuran en ciclos.

Los primeros ciclos, que tienen una duración de dos a tres años académicos y cuya superación da derecho a la obtención del título oficial de Diplomado, de Arquitecto Técnico o de Ingeniero Técnico, comprenden enseñanzas básicas y de formación general, así como, en su caso, enseñanzas orientadas a la preparación para el ejercicio de actividades profesionales.

Los segundos ciclos, cuya duración es de dos años académicos, se imparten en Facultades y Escuelas Técnicas Superiores y su superación da derecho a la obtención del título oficial de Licenciado, de Arquitecto o de Ingeniero; están dedicados a la profundización y especialización en las correspondientes enseñanzas, así como a la preparación para el ejercicio de actividades profesionales.

- Materia troncal. Se establece en las directrices generales comunes de una titulación, debe figurar en todos los planes de estudios de la titulación y las universidades pueden organizarla en asignaturas. La materia troncal viene definida mediante descriptores que, como veremos posteriormente, son muy amplios.

- Las asignaturas del plan de estudios de una titulación son de tres tipos: troncales (que desarrollan la materia troncal y se deben cursar, bajo una u otra denominación, en todas las universidades), obligatorias de la Universidad (que deben cursarse de forma obligatoria únicamente en la universidad

que la propone) y optativas (asignaturas de la titulación que el alumno puede elegir). Un 10% de la titulación corresponde a las asignaturas de libre elección curricular que el alumno puede elegir entre asignaturas que no necesariamente pertenecen al plan de estudios de la titulación.

- Crédito. Es la unidad de valoración de las enseñanzas. Un crédito corresponde a diez horas de enseñanza teórica, práctica o de sus equivalencias, entre las que podrán incluirse actividades académicas dirigidas

Las directrices generales propias de una titulación contienen el mínimo número de créditos que se debe asignar a la materia troncal (este número de créditos puede ser aumentado por la universidad aunque con un límite) y cada asignatura de un plan de estudios tiene asignado un número de créditos.

Este trabajo está basado en el concepto de crédito anteriormente enunciado, puesto que es con el que se han elaborado los aún vigentes planes de estudio. Sin embargo, es conveniente recordar que para el futuro más inmediato el apartado del R.D. 1497/1987 en el que se define el crédito ha sido derogado por el R.D. 1125/2003 de 5 de septiembre.

Titulaciones universitarias en Castilla y León

En esta sección se exponen las titulaciones, agrupadas en tres bloques, que se imparten en las universidades públicas de la Comunidad Autónoma y que en su materia troncal figura descriptores de Matemáticas o Estadística. Para cada uno de estos bloques se expone una tabla en la que en la primera columna figuran las diversas titulaciones universitarias, en negrita la titulación y en escritura normal la especialidad. En la segunda columna, la Universidad pública y el campus en que se imparte. La tercera columna contiene la fecha de publicación en el B.O.E. del plan de estudios que, en general, corresponde a la primera vez que se publica pues, en muchos casos, ha habido posteriormente modificaciones y adaptaciones del plan.

Titulaciones de Ingeniería y Arquitectura en Castilla y León

| TITULACIÓN | UNIVERSIDAD (Campus) | B.O.E. |
|----------------------------------------------------------------------|-------------------------|-------------------|
| Arquitecto | Valladolid (Valladolid) | 28/11/95 |
| Arquitecto Técnico | Burgos (Burgos) | 18/02/99 |
| | Salamanca (Zamora) | 28/01/97 |
| Ingeniero Técnico Aeronáutico, Aeromotores | León (León) | 17/06/05 BOCYL |
| Ingeniero Agrónomo | León (León) | 21/01/04 |
| | Valladolid (Palencia) | 15/10/99 |
| Ingeniero Técnico Agrícola, Explotaciones Agropecuarias | León (León) | 27/09/01 |
| | Salamanca (Salamanca) | 15/05/96 |
| | Valladolid (Valladolid) | 28/08/95 |
| | Valladolid (Soria) | 28/08/95 |
| Ingeniero Técnico Agrícola, Hortofruticultura y Jardinería | León (León) | 28/09/01 |
| | Valladolid (Palencia) | |
| Ingeniero Técnico Agrícola, Industrias Agrarias y Alimentarias | Burgos (Burgos) | 30/01/99 |
| | León (Ponferrada) | 28/09/01 |
| | Valladolid (Palencia) | |
| | Salamanca (Zamora) | 26/11/97 |
| Ingeniero Técnico Agrícola, Mecanización y Construcciones Rurales | León (León) | 28/09/01 |
| Ingeniero de Montes | Valladolid (Palencia) | 20/08/99 |
| Ingeniero Técnico Forestal, Explotaciones Forestales | León (Ponferrada) | 28/09/01 |
| | Valladolid (Palencia) | 28/08/95 |
| Ingeniero Técnico Forestal, Industrias Forestales | Valladolid (Soria) | 10/11/97 |
| Ingeniero Industrial | León (León) | 23/08/01 |
| | Salamanca (Béjar) | 26/11/97 |
| | Valladolid (Valladolid) | 06/10/96 |
| Ingeniero Técnico Industrial, Electricidad | León (León) | Plan A |
| | Salamanca (Béjar) | 13/09/01 |
| | Valladolid (Valladolid) | 14/11/95 |
| Ingeniero Técnico Industrial, Electrónica Industrial | Burgos (Burgos) | 05/02/99 |
| | Salamanca (Béjar) | 17/07/01 |
| | Valladolid (Valladolid) | 14/11/95 |
| Ingeniero Técnico Industrial, Mecánica | Burgos (Burgos) | 05/02/99 |
| | León (León) | Plan A. |
| | Salamanca (Béjar) | 17/07/01 |
| | Salamanca (Zamora) | 28/01/97 |
| | Valladolid (Valladolid) | 14/11/95 |
| Ingeniero Técnico Industrial, Química Industrial | Valladolid (Valladolid) | 14/11/95 |
| Ingeniero Técnico Industrial, Textil | Salamanca (Béjar) | 17/07/01 |
| Ingeniero Técnico Industrial, Diseño Industrial | Valladolid (Valladolid) | 06/07/01 |
| Ingeniero de Materiales | Zamora | 06/12/99 |
| Ingeniero en Automática y Electrónica Industrial | Valladolid (Valladolid) | 21/06/99 |
| Ingeniero en Electrónica | Valladolid (Valladolid) | |
| Ingeniero en Organización Industrial | Burgos (Burgos) | 10/04/01 |
| | Valladolid (Valladolid) | 01/06/00 |

| TITULACIÓN | UNIVERSIDAD (Campus) | B.O.E. |
|-----------------------------------------------------------------------------|-------------------------|----------|
| Ingeniero Informática | Burgos (Burgos) | 18/02/02 |
| | León (León) | 08/11/97 |
| | Salamanca (Salamanca) | 01/07/99 |
| | Valladolid (Valladolid) | 17/06/93 |
| Ingeniero Técnico en Informática, Gestión | Burgos (Burgos) | 05/12/95 |
| | Salamanca (Zamora) | 13/02/03 |
| | Valladolid (Valladolid) | 24/01/96 |
| | Valladolid (Segovia) | 14/02/03 |
| Ingeniero Técnico en Informática, Sistemas | Salamanca (Salamanca) | 13/02/03 |
| | Valladolid (Valladolid) | 24/01/96 |
| Ingeniero de Telecomunicación | Valladolid (Valladolid) | 19/06/98 |
| Ingeniero Técnico de Telecomunicación, Sistemas de Telecomunicación | Valladolid (Valladolid) | 03/04/02 |
| Ingeniero Técnico de Telecomunicación, Sistemas Electrónicos | Valladolid (Valladolid) | 03/04/02 |
| Ingeniero Técnico de Telecomunicación, Telemática | Valladolid (Valladolid) | 16/12/03 |
| Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos | Burgos (Burgos) | 11/11/98 |
| Ingeniero Técnico en Obras Públicas, Construcciones Civiles | Burgos (Burgos) | 11/11/98 |
| | Salamanca (Zamora) | 28/01/97 |
| Ingeniero Técnico en Obras Públicas, Hidrología | Salamanca (Ávila) | 25/09/00 |
| Ingeniero Técnico en Obras Públicas, Transportes y Servicios Urbanos | Burgos (Burgos) | 11/11/98 |
| Ingeniero en Geodesia y Cartografía | Salamanca (Ávila) | 05/12/01 |
| Ingeniero Técnico en Topografía | León (Ponferrada) | 21/07/04 |
| | Salamanca (Ávila) | 05/01/01 |
| Ingeniero de Minas | León (León) | 20/01/04 |
| Ingeniero Técnico de Minas, Explotaciones Mineras | León (León) | 12/07/00 |
| Ingeniero Técnico de Minas, Instalaciones Electromecánicas Mineras | León (León) | 12/07/00 |
| Ingeniero Técnico de Minas, Recursos Energéticos, Combustibles y Explosivos | León (León) | 20/01/04 |
| Ingeniero Técnico de Minas, Sondeos y Prospecciones Mineras | León (León) | 12/07/00 |
| | Salamanca (Ávila) | 10/08/99 |
| Ingeniero Geólogo | Salamanca (Salamanca) | 24/01/02 |
| Ingeniero Químico | Salamanca (Salamanca) | 05/12/01 |
| | Valladolid (Valladolid) | 06/07/01 |

Titulaciones de Ciencias Experimentales y de la Salud en Castilla y León

| TITULACIÓN | UNIVERSIDAD (Campus) | B.O.E. |
|-------------------------|-------------------------|-------------------|
| L. Biología | León (León) | 06/02/02 |
| | Salamanca (Salamanca) | 26/09/02 |
| L. Bioquímica* | Salamanca (Salamanca) | 26/09/02 |
| L. Biotecnología | León (León) | 17/06/05 |
| | Salamanca (Salamanca) | 17/06/05 BOCYL |
| L. Ciencias Ambientales | León (León) | 03/06/03 |
| | Salamanca (Salamanca) | 16/12/97 |
| D. Enfermería | Burgos (Burgos) | 30/07/98 |
| | León (León) | 06/02/02 |
| | León (Ponferrada) | 06/02/02 |
| | Salamanca (Ávila) | 24/08/01 |
| | Salamanca (Salamanca) | 24/08/01 |
| | Salamanca (Zamora) | 24/08/01 |
| | Valladolid (Palencia) | 16/12/98 |
| | Valladolid (Soria) | 17/09/98 |
| | Valladolid (Valladolid) | 15/12/97 |
| D. Estadística | Salamanca (Salamanca) | 16/12/97 |
| | Valladolid (Valladolid) | 08/10/96 |
| L. Farmacia | Salamanca (Salamanca) | 04/12/01 |
| L. Física | Salamanca (Salamanca) | 16/12/97 |
| | Valladolid (Valladolid) | 22/07/99 |
| L. Geología | Salamanca (Salamanca) | 05/12/01 |
| L. Matemáticas | Salamanca (Salamanca) | 16/12/97 |
| | Valladolid (Valladolid) | 03/03/95 |
| L. Medicina | Salamanca (Salamanca) | 05/12/01 |
| | Valladolid (Valladolid) | 31/01/03 |
| L. Odontología | Salamanca (Salamanca) | 04/02/02 |
| D. Óptica y Optometría | Valladolid (Valladolid) | 15/02/96 |
| L. Química | Burgos (Burgos) | 29/06/00 |
| | Salamanca (Salamanca) | 06/02/02 |
| | Valladolid (Valladolid) | 05/08/00 |
| L. Veterinaria | León (León) | 06/02/02 |

Titulaciones de Ciencias Sociales en Castilla y León

| TITULACIÓN | UNIVERSIDAD (Campus) | B.O.E. |
|------------------------------------------------------|--------------------------|----------|
| Licenciado en Ciencias Actariales | León (León)* | 18/11/99 |
| | Valladolid (Valladolid)* | 03/08/98 |
| Licenciado en Administración y Dirección de Empresas | Burgos (Burgos) | 25/06/99 |
| | León (León) | 19/11/99 |
| | Salamanca (Salamanca) | 24/02/93 |
| | Valladolid (Valladolid) | 03/08/98 |
| | Valladolid (Segovia) | 14/02/03 |
| Licenciado en Economía | León (León)* | 19/11/99 |
| | Valladolid (Valladolid) | 04/08/98 |
| Diplomatura de Ciencias Empresariales | Burgos (Burgos) | 25/06/99 |
| | León (León) | 31/10/97 |
| | Salamanca (Salamanca) | 25/10/00 |
| | Valladolid (Valladolid) | |
| | Valladolid (Soria) | 03/05/00 |
| Licenciado en Ciencias Actariales | León (León)* | 18/11/99 |
| | Valladolid (Valladolid)* | 03/08/98 |
| Licenciado en Administración y Dirección de Empresas | Burgos (Burgos) | 25/06/99 |
| | León (León) | 19/11/99 |
| | Salamanca (Salamanca) | 24/02/93 |
| | Valladolid (Valladolid) | 03/08/98 |
| | Valladolid (Segovia) | 14/02/03 |
| Licenciado en Economía | León (León)* | 19/11/99 |
| | Valladolid (Valladolid) | 04/08/98 |
| Diplomatura de Ciencias Empresariales | Burgos (Burgos) | 25/06/99 |
| | León (León) | 31/10/97 |
| | Salamanca (Salamanca) | 25/10/00 |
| | Valladolid (Valladolid) | |
| | Valladolid (Soria) | 03/05/00 |

Titulaciones de Ciencias Sociales en Castilla y León

| TITULACIÓN | UNIVERSIDAD (Campus) | B.O.E. |
|---------------------------------|-------------------------|------------|
| Maestro Audición y Lenguaje | León (León) | 09/05/2001 |
| | Salamanca (Ávila) | 26/09/2000 |
| | Valladolid (Valladolid) | 27/09/1995 |
| Maestro Educación Especial | Burgos (Burgos) | 15/08/2001 |
| | León (León) | 09/05/2001 |
| | Salamanca (Salamanca) | 26/09/2000 |
| Maestro Educación Física | Valladolid (Valladolid) | 19/05/1995 |
| | León (León) | 09/05/2001 |
| | Salamanca (Zamora) | 26/09/2000 |
| | Valladolid (Valladolid) | 06/10/1995 |
| Maestro Educación Infantil | Valladolid (Palencia) | 27/10/1995 |
| | Valladolid (Segovia) | |
| | Burgos (Burgos) | 15/08/2001 |
| | León (León) | 09/05/2001 |
| | Salamanca (Salamanca) | 26/09/2000 |
| Maestro Educación Musical | Salamanca (Zamora) | 26/09/2000 |
| | Valladolid (Valladolid) | 05/05/1996 |
| | Valladolid (Palencia) | 18/11/1995 |
| | Valladolid (Segovia) | |
| | Valladolid (Soria) | 14/08/1995 |
| | Burgos (Burgos) | 15/08/2001 |
| | León (León) | 09/05/2001 |
| Maestro Educación Primaria | Salamanca (Salamanca) | 26/09/2000 |
| | Valladolid (Valladolid) | 27/09/1996 |
| | Valladolid (Palencia) | 17/10/1995 |
| | Valladolid (Segovia) | |
| | Valladolid (Soria) | 21/10/1995 |
| | Burgos (Burgos) | 15/08/2001 |
| | León (León) | 09/05/2001 |
| | Salamanca (Salamanca) | 22/09/2000 |
| | Salamanca (Ávila) | 22/09/2000 |
| Salamanca (Zamora) | 22/09/2000 | |
| Maestro Educación Extranjera | Valladolid (Valladolid) | 02/03/1995 |
| | Salamanca (Zamora) | 26/09/2000 |
| | Valladolid (Palencia) | 27/10/1995 |
| | Valladolid (Soria) | 21/10/1995 |
| | Salamanca (Ávila) | 26/09/2000 |
| | Salamanca (Salamanca) | 26/09/2000 |
| | León (León) | 09/05/2001 |

Titulaciones de Ciencias Sociales en Castilla y León

| TITULACIÓN | UNIVERSIDAD (Campus) | B.O.E. |
|------------|-----------------------|------------|
| Psicología | Salamanca (Salamanca) | 28/12/2001 |
| Sociología | Salamanca (Salamanca) | 13/02/2001 |

LAS MATEMÁTICAS EN LAS TITULACIONES DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

Distribución de asignaturas y créditos

Como se ha dicho en el capítulo anterior, en el plan de estudios de una titulación existen asignaturas troncales (que corresponden a las materias troncales marcadas en las directrices generales comunes de la titulación), obligatorias de la Universidad y optativas. El nexo de unión entre las Matemáticas del Bachillerato y las Matemáticas en la Universidad está en las asignaturas troncales que, generalmente, son impartidas en los dos primeros cuatrimestres de la titulación.

Puesto que el plan de estudios de una titulación es elaborado por la Universidad en la que está implantada, la comparación entre los créditos troncales y los créditos que puede cursar el alumno en materias de Matemáticas da una primera idea del papel que, a juicio de la Universidad, deben jugar las Matemáticas en esa titulación.

En la siguiente tabla se muestran los distintos tipos de asignaturas y créditos (referentes a Matemáticas) en las titulaciones de Ingeniería y Arquitectura de Castilla y León, donde las abreviaturas tienen el siguiente significado:

| | |
|-------|------------------------------|
| * : | Titulación de segundo ciclo. |
| A.T: | Asignaturas Troncales |
| C.T: | Créditos Troncales |
| A.OB: | Asignaturas Obligatorias |
| C.OB: | Créditos Obligatorios |
| A.OP: | Asignaturas Optativas |
| C.OP: | Créditos Optativos |

TOTAL: Mínimo/máximo número de créditos que se pueden cursar de Matemáticas en la titulación (no se tiene en cuenta la libre configuración).

Distribución de créditos en titulaciones de Ingeniería y Arquitectura

| TITULACIÓN | UNIVERSIDAD (Campus) | A.T. | C.T. | A. OB. | C. OB. | A. OP. | C. OP. | TOTAL |
|-------------------------------------------------------------------|------------------------|------|------|--------|--------|--------|--------|-----------|
| Arquitecto | Valladolid | 2 | 15 | 0 | 0 | 4 | 24 | 15-39 |
| Arquitecto Técnico | Burgos | 1 | 10,5 | 0 | 0 | 2 | 9 | 10,5-19,5 |
| | Salamanca (Zamora) | 1 | 7,5 | 2 | 9 | 0 | 0 | 16,5 |
| Ingeniero Técnico Aeronáutico, Aeromotores | León | 1 | 12 | 0 | 0 | 1 | 6 | 12-18 |
| Ingeniero Agrónomo | León* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Valladolid (Palencia)* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | León | 2 | 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 |
| Ingeniero Técnico Agrícola, Explosivos Agrícolas | Salamanca | 1 | 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 12 |
| | Valladolid (Palencia) | 1 | 12 | 1 | 6 | 0 | 0 | 18 |
| | Valladolid (Soria) | 2 | 12 | 1 | 6 | 0 | 0 | 18 |
| | León | 2 | 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 |
| Ingeniero Técnico Agrícola, Hortofruticultura y Jardinería | Valladolid (Palencia) | 1 | 12 | 1 | 6 | 0 | 0 | 18 |
| Ingeniero Técnico Agrícola, Industrias Agrarias y Alimentarias | Burgos | 1 | 15 | 0 | 0 | 1 | 4,5 | 15-19,5 |
| | León (Ponferrada) | 2 | 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 |
| | Valladolid (Palencia) | | | | | | | |
| Ingeniero Técnico Agrícola, Mecanización y Construcciones Rurales | León | 2 | 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 |
| Ingeniero de Montes | Valladolid (Palencia)* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Ingeniero Técnico Forestal, Explotaciones Forestales | León (Ponferrada) | 2 | 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 |
| | Valladolid (Palencia) | 1 | 12 | 1 | 6 | 0 | 0 | 18 |
| Ingeniero Técnico Forestal, Industrias Forestales | Valladolid (Soria) | 1 | 12 | 1 | 6 | 0 | 0 | 18 |
| Ingeniero Industrial | León* | 1 | 9 | 0 | 0 | 1 | 6 | 9-15 |
| | Salamanca (Béjar)* | 1 | 9 | 0 | 0 | 1 | 6 | 9-15 |
| | Valladolid | 6 | 33,7 | 5 | 27,7 | 5 | 21 | 61,4-82,4 |
| | León | 0 | 0 | 3 | 39 | 0 | 0 | 39 |
| Ingeniero Técnico Industrial Electricidad | Salamanca (Béjar) | 3 | 21 | 1 | 6 | 2 | 12 | 27-39 |
| | Valladolid | 3 | 22,5 | 2 | 10,5 | 1 | 3 | 33-36 |

| TITULACIÓN | UNIVERSIDAD (Campus) | A.T. | C.T. | A. OB. | C. OB. | A. OP. | C. OP. | TOTAL |
|---------------------------------------------------------|----------------------|------|------|--------|--------|--------|--------|------------|
| Ingeniero Técnico Industrial, Electrónica Industrial | Burgos | 2 | 18 | 1 | 9 | 2 | 12 | 27-39 |
| | Salamanca (Béjar) | 3 | 21 | 1 | 6 | 3 | 18 | 27-45 |
| | Valladolid | 3 | 21 | 1 | 6 | 2 | 7,5 | 27-34,5 |
| Ingeniero Técnico Industrial, Mecánica | Burgos | 2 | 18 | 1 | 7,5 | 1 | 4,5 | 25,5-30 |
| | León | 0 | 0 | 3 | 39 | 0 | 0 | 39 |
| | Salamanca (Béjar) | 3 | 21 | 1 | 6 | 2 | 12 | 27-39 |
| | Salamanca (Zamora) | 3 | 21 | 1 | 4,5 | 0 | 0 | 25,5 |
| | Valladolid | 3 | 21 | 1 | 6 | 2 | 9 | 27-36 |
| Ingeniero Técnico Industrial, Química Industrial | Valladolid | 3 | 18 | 1 | 4,5 | 0 | 0 | 22,5 |
| Ingeniero Técnico Industrial, Textil | Salamanca (Béjar) | 3 | 21 | 1 | 6 | 2 | 12 | 27-39 |
| Ingeniero Técnico en Diseño Industrial | Valladolid | 1 | 9 | 1 | 6 | 1 | 6 | 15-21 |
| Ingeniero de Matemáticas | Zamora* | 0 | 0 | 1 | 7,5 | 0 | 0 | 7,5 |
| Ingeniero en Automática y Electrónica Industrial | Valladolid* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Ingeniero en Electrónica | Valladolid* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Ingeniero en Organización Industrial | Burgos | 2 | 21 | 0 | 0 | 0 | 0 | 21 |
| | Valladolid | 3 | 18 | 0 | 0 | 1 | 6 | 18-24 |
| | Burgos* | 0 | 0 | 1 | 6 | 2 | 6 | 6-18 |
| | León | 4 | 40,5 | 0 | 0 | 12 | 78 | 40,5-118,5 |
| | Salamanca* | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 30 | 0-30 |
| Ingeniero en Informática | Valladolid* | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 | 45 | 0-45 |
| | Burgos | 3 | 27 | 0 | 0 | 1 | 3 | 27-30 |
| | Salamanca (Zamora) | 4 | 27 | 2 | 13,5 | 3 | 13,5 | 40,5-54 |
| Ingeniero Técnico en Informática Gestión | Valladolid | 5 | 33,5 | 1 | 6 | 3 | 18 | 39,5-57,5 |
| | Valladolid (Segovia) | 5 | 33,5 | 1 | 6 | 3 | 18 | 39,5-57,5 |
| Ingeniero Técnico en Informática Sistemas | Salamanca | 4 | 25,5 | 2 | 13,5 | 4 | 24 | 39-63 |
| | Valladolid | 4 | 30 | 0 | 0 | 4 | 24 | 30-54 |

| TITULACIÓN | UNIVERSIDAD (Campus) | A.T. | C.T. | A. OB. | C. OB. | A. OP. | C. OP. | TOTAL |
|-----------------------------------------------------------------------------|----------------------|------|------|--------|--------|--------|--------|-----------|
| Ingeniero de Telecomunicación | Valladolid | 2 | 12 | 3 | 18 | 2 | 12 | 30-42 |
| Ingeniero de Telecomunicación, Sistemas de Telecomunicación | Valladolid | 2 | 18 | 0 | 0 | 2 | 12 | 18-30 |
| Ingeniero de Telecomunicación, | Valladolid | 3 | 21 | 0 | 0 | 1 | 4,5 | 21-25,5 |
| Ingeniero de Telecomunicación, Telemática | Valladolid | 2 | 18 | 0 | 0 | 1 | 6 | 18-24 |
| Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos | Burgos | 3 | 31,5 | 3 | 27 | 1 | 4,5 | 58,5-63 |
| Ingeniero Técnico en Obras Públicas, Construcciones Civiles | Burgos | 1 | 15 | 2 | 13,5 | 1 | 6 | 28,5-34,5 |
| Ingeniero Técnico en Obras Públicas, | Salamanca (Zamora) | 1 | 9 | 1 | 4,5 | 1 | 3 | 13,5-16,5 |
| Ingeniero Técnico en Obras Públicas, | Salamanca (Ávila) | 2 | 12 | 1 | 6 | 0 | 0 | 18 |
| Ingeniero Técnico en Obras Públicas, Transportes y Servicios Urbanos | Burgos | 1 | 15 | 2 | 13,5 | 1 | 6 | 28,5-34,5 |
| Ingeniero en Geodesia y Cartografía | Salamanca (Ávila) | 2 | 12 | 1 | 4,5 | 1 | 4,5 | 16,5-21 |
| Ingeniero Técnico en Topografía | León (Ponferrada) | 2 | 15 | 0 | 0 | 1 | 6 | 15-21 |
| Ingeniero de Minas | Salamanca (Ávila) | 2 | 16,5 | 1 | 7,5 | 0 | 0 | 24 |
| Ingeniero Técnico de Minas, Explosivos Mineras | León* | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Ingeniero Técnico de Minas, Instalaciones Electromecánicas Mineras | León | 3 | 18 | 1 | 6 | 1 | 4,5 | 24-28,5 |
| Ingeniero Técnico de Minas, Recursos Energéticos, Combustibles y Explosivos | León | 3 | 18 | 1 | 6 | 1 | 4,5 | 24-28,5 |
| Ingeniero Técnico de Minas, Sondajes y Prospecciones mineras | León | 3 | 18 | 1 | 6 | 1 | 4,5 | 24-28,5 |
| Ingeniero Técnico de Minas, | León | 3 | 18 | 1 | 6 | 1 | 4,5 | 24-28,5 |
| Ingenio Geológico | Salamanca | 4 | 22,5 | 1 | 6 | 0 | 0 | 28,5 |
| Ingeniero Químico | Salamanca | 3 | 16,5 | 3 | 13,5 | 1 | 4,5 | 30-34,5 |
| | Valladolid | 2 | 18 | 1 | 9 | 0 | 0 | 27 |

Materia troncal

La materia troncal de Matemáticas en las titulaciones de Ingeniería y Arquitectura se denomina, dependiendo de la titulación, Fundamentos Matemáticos en la Arquitectura, Fundamentos Matemáticos de la Informática y Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería (en el resto de Ingenierías). Estadística forma parte, en la mayor parte de los títulos de Ingeniería, como descriptor de la materia troncal antes descrita. Sin embargo, en algunas titulaciones aparece como materia troncal específica bajo las denominaciones Métodos Estadísticos de la Ingeniería (en los titulaciones de Ingeniero Industrial e Ingeniero Técnico Industrial) y Estadística (en la titulación de Ingeniero en Informática).

La materia troncal viene definida mediante descriptores, los cuales definen posteriormente las asignaturas que desarrollan la troncalidad. Estos descriptores, que tienen la característica de ser muy genéricos dado que se corresponden con grandes áreas de Matemáticas, son:

- *Álgebra Lineal*, abreviatura Alg. En alguna titulación se amplía este descriptor a la denominación *Álgebra*, incluyendo como parte destacada al *Álgebra Lineal*.

- *Cálculo*, abreviatura Cál. Otras denominaciones que aparecen son las de *Análisis Matemático*, *Cálculo Infinitesimal* o *Cálculo Diferencial e Integral*. En todo caso es necesario acudir al programa para determinar si se estudia en una o varias variables.

- *Ecuaciones Diferenciales*, abreviatura E.D.

- *Cálculo Numérico (Métodos Numéricos y Análisis Numérico)*, abreviatura C.N.

- Los contenidos de Geometría aparecen bajo los descriptores *Geometría y Geometría métrica, diferencial y analítica*, asignándoles la abreviatura Geo.

- *Estadística o Métodos Estadísticos.*, abreviatura Est.

- *Matemática Discreta*, abreviatura M.D.

- *Análisis Vectorial*, abreviatura A.V.

- *Variable Compleja o Funciones de Variable Compleja*, abreviatura F.V.C.

- *Análisis de Fourier*, abreviatura A.F.

- *Ecuaciones en Derivadas Parciales*, abreviatura EDP.

En la siguiente tabla figura la distribución de estos descriptores, junto con el número de créditos asignados a la materia troncal, en las diferentes titulaciones:

Descriptorios de la materia troncal en Ingeniería y Arquitectura

| | Álg. | Cál. | E.D. | Geo. | C.N. | Est. | M.D. | A.V. | V.C. | A.F. | EDP | Créditos |
|-------------------------------------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|----------|
| Arquitectura | X | X | X | X | X | X | | | | | | 9 |
| Arquitecto Técnico | X | X | | X | X | X | | | | | | 6 |
| Ingeniero Técnico Aeronáutico, Aeromotores | X | X | X | X | | X | | | X | | | 15 |
| Ingeniero Agrónomo | X | X | X | | X | X | | | | | | 12 |
| Ingeniero Técnico Agrícola, Explotaciones Agropecuarias | X | X | X | | X | X | | | | | | 12 |
| Ingeniero Técnico Agrícola, Hortofruticultura y Jardinería | X | X | X | | X | X | | | | | | 12 |
| Ingeniero Técnico Agrícola, Industrias Agrarias y Alimentarias | X | X | X | | X | X | | | | | | 12 |
| Ingeniero Técnico Agrícola, Mecanización y Construcciones Rurales | X | X | X | | X | X | | | | | | 12 |
| Ingeniero de Montes | X | X | X | | X | X | | | | | | 12 |
| Ingeniero Técnico Forestal, Explotaciones Forestales | X | X | X | | X | X | | | | | | 12 |
| Ingeniero Técnico Forestal, Industrias Forestales | X | X | X | | X | X | | | | | | 12 |
| Ingeniero Industrial | X | X | X | | | | | | | | | 15 |
| Ingeniero Técnico Industrial, Electricidad | X | X | X | | X | | | | | | | 12 |
| Ingeniero Técnico Industrial, Electrónica Industrial | X | X | X | | X | | | | | | | 12 |
| Ingeniero Técnico Industrial, Mecánica | X | X | X | | X | | | | | | | 12 |
| Ingeniero Técnico Industrial, Química Industrial | X | X | X | | X | | | | | | | 12 |
| Ingeniero Técnico Industrial, Textil | X | X | X | | X | | | | | | | 12 |
| Ingeniero Técnico Industrial, Diseño Industrial | X | X | X | | | | | | | | | 6 |

| | Alg. | Cál. | E.D. | Geo. | C.N. | Est. | M.D. | A.V. | V.C. | A.F. | EDP | Créditos |
|-----------------------------------------------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|----------|
| Ingeniero de Materiales * | | | | | | | | | | | | |
| Ingeniero en Automática y Electrónica Industrial* | | | | | | | | | | | | |
| Ingeniero en Electrónica * | | | | | | | | | | | | |
| Ingeniero en Organización Industrial * | | | | | | | | | | | | |
| Ingeniero en Informática | X | X | | | X | X | X | | | | | 24 |
| Ingeniero Técnico en Informática de Gestión | X | X | | | X | X | X | | | | | 27 |
| Ingeniero Técnico en Informática de Sistemas | X | X | | | X | X | X | | | | | 27 |
| Ingeniero de Telecomunicación | | | | | X | | X | X | X | X | X | 12 |
| Ingeniero Técnico de Telecomunicación, Sistemas de Telecomunicaciones | | | | | X | | X | X | X | X | X | 12 |
| Ingeniero Técnico de Telecomunicación, Sistemas Electrónicos | | | | | X | | X | X | X | X | X | 12 |
| Ingeniero Técnico de Telecomunicación, Telemática | | | | | X | | X | X | X | X | X | 12 |
| Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos | X | X | X | | X | X | | | | | | 12 |
| Ingeniero Técnico de Obras Públicas, Construcciones Civiles | X | X | X | X | X | X | | | | | | 9 |
| Ingeniero Técnico de Obras Públicas, Hidrología | X | X | X | X | X | X | | | | | | 9 |
| Ingeniero Técnico de Obras Públicas, Transportes y Servicios Urbanos | X | X | X | X | X | X | | | | | | 9 |
| Ingeniero Técnico de Obras Públicas, Ingeniería en Geodesia y Cartografía * | X | X | X | X | X | X | | | X | | X | 6 |
| Ingeniero Técnico en Topografía | X | X | X | | X | X | | | | | | 9 |
| Ingeniero de Minas | X | X | X | | X | X | | | | | | 12 |
| Ingeniero Técnico de Minas, Explotación de Minas | X | X | X | | X | X | | | | | | 9 |
| Ingeniero Técnico de Minas, Instalaciones Electromecánicas Mineras | X | X | X | | X | X | | | | | | 9 |
| Ingeniero Técnico de Minas, Recursos Energéticos, | X | X | X | | X | X | | | | | | 9 |
| Ingeniero Técnico de Minas, Sondeos y Prospecciones Mineras | X | X | X | | X | X | | | | | | 9 |
| Ingeniero Geólogo | X | X | | | | | | | | | | 12 |
| Ingeniero Químico | X | X | | | X | X | | | | | | 15 |

Análisis

En esta sección se analizan los contenidos de los descriptores de la materia troncal, Fundamentos de Matemáticas, en relación a la formación inicial del alumno con respecto a cada uno de estos descriptores.

Los descriptores Álgebra y Análisis Matemático figuran en todas las titulaciones excepto en las de Ingeniería e Ingeniería Técnica de Telecomunicaciones en las que se imparten sendas asignaturas obligatorias con contenidos de estas materias y con estructura análoga al resto de titulaciones. Estos descriptores junto con el de Estadística, que también figura en todas las titulaciones salvo en el grupo de Telecomunicaciones, conforman la base sobre la que se estructuran el resto de los descriptores de la materia troncal Fundamentos de Matemáticas. Por tanto, es en los contenidos de estos tres descriptores donde se produce la unión entre Bachillerato y Universidad y, consecuentemente, el objetivo del trabajo debe ser analizar el nivel competencial del alumno en cada uno de estos descriptores.

Como veremos a continuación, existe una continuidad tanto en contenidos como en aspectos metodológicos entre la asignatura Matemáticas II de segundo de Bachillerato y las asignaturas iniciales de Matemáticas en estas titulaciones universitarias. Continuidad que, en muchos casos, está basada en la reiteración de contenidos.

La experiencia nos muestra que la práctica totalidad de alumnos que eligen cursar titulaciones de Ingeniería y Arquitectura han escogido Matemáticas II en segundo de Bachillerato. En el caso de que esto no suceda, el alumno a pesar de lo dicho en el punto anterior, puede tener problemas en el curso universitario puesto que no tendrá ni la rapidez necesaria, proporcionada por haber cursado previamente aspectos importantes de la materia, ni el hábito de trabajo con el método matemático.

Un último aspecto que se debe tener en cuenta es que, como ya se ha dicho anteriormente en este trabajo, Matemáticas es una materia que además de tiempo de estudio, necesita tiempo de asimilación. Desafortunadamente, en los actua-

les planes de estudio se restringió en la mayor parte de las titulaciones el tiempo dedicado a Matemáticas. En las titulaciones de Ingeniería y Arquitectura, esta restricción se ha llevado a cabo de forma no homogénea como se puede observar en la tabla 4.1.1. En el análisis curricular no se hace intervenir la variable tiempo, pues los programas son los que son, pero ciertamente esta variable interviene en relación con el fracaso escolar o el número de convocatorias que el alumno necesita para superar la asignatura.

Descriptores Álgebra y Geometría

Los contenidos de Álgebra Lineal y Geometría en las titulaciones universitarias de Ingeniería y Arquitectura se pueden agrupar de forma esquemática en los siguientes tópicos, que no necesariamente se imparten de forma simultánea:

Sistemas de ecuaciones lineales. Álgebra matricial. Determinantes. Espacios vectoriales. Aplicaciones lineales. Diagonalización de matrices. Geometría euclídea en el plano y en el espacio. Cónicas y cuádricas. Trigonometría. Programación lineal.

Existen dos alternativas para el inicio del curso en las titulaciones en las que figura el descriptor Álgebra. En la primera de ellas, se comienza el curso con la resolución de sistemas de ecuaciones (mediante el método de reducción gaussiana) para continuar con el estudio de matrices y determinantes, siguiendo la estructura del Bachillerato. Posteriormente se introduce el concepto de espacio vectorial abstracto (primer concepto que es nuevo para el alumno) disponiendo, para facilitar su comprensión, además de la estructura de espacio vectorial de \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 (estudiada con cierta profundidad en el Bachillerato) de diversos ejemplos construidos a partir de los conocimientos revisados. La otra alternativa es comenzar el curso directamente con el concepto de espacio vectorial abstracto, apoyándose en lo visto en el Bachillerato (estudio de vectores en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3) para posteriormente introducir el espacio vectorial de matrices y la discusión de los sistemas de ecuaciones. Nótese que ambas alternativas están en consonancia con la formación del alumno en el Bachillerato siendo esto algo importante para el inicio del curso.

El estudio de las aplicaciones lineales, tema que es novedoso para el alumno, permite dar una interpretación del álgebra de matrices e introducir conceptos

como equivalencia y semejanza de matrices. Respecto a este tema, nuestra experiencia nos muestra que a pesar de utilizarse técnicas ya vistas en Bachillerato (matrices, reducción gaussiana, etc.) existe cierta dificultad su estudio para el alumno.

La diagonalización de matrices, cuestión que en este nivel puede ser introducida bien por semejanza matricial bien por la necesidad de poder calcular fácilmente la potencia de una matriz, es el segundo tópico que para los alumnos no tiene antecedentes en el Bachillerato. Como el desarrollo del tema reposa sobre lo visto previamente en el curso, no es necesario establecer el nivel competencial del alumno salvo en el hecho de que en el teorema fundamental, además de conceptos vistos anteriormente, es preciso utilizar resultados sobre factorización de polinomios vistos en la enseñanza no universitaria y que muchas veces es preciso recordar.

Los contenidos de Geometría euclídea y de cónicas estudiados en Bachillerato son una buena base para poder abordar los tópicos de la misma denominación en los estudios de algunas Ingenierías. Mayores problemas plantea el estudio de las superficies, debido básicamente a que los contenidos de Geometría en el espacio es uno de los déficit del actual Bachillerato pero, en el momento en que se imparte, el alumno ya debe estar adaptado al curso universitario. Los descriptores de Geometría, en sus distintas posibilidades, no aparecen en todas las titulaciones, véase la Tabla 4.2.1, aunque en varios casos existen contenidos geométricos en el desarrollo de los programas sin que figure el descriptor. De otra parte, nótese que en algunas titulaciones (Arquitecto, Arquitecto Técnico, Ingeniero en Obras Públicas,...) en las que la Geometría juega un papel principal, la materia troncal se complementa con distintas asignaturas optativas.

En las escasas titulaciones en las que se imparte Trigonometría los contenidos guardan paralelismo con los estudiados en Bachillerato en Trigonometría Plana (encaminados a la resolución de triángulos) y son complementados con algunas aplicaciones.

De los diversos desarrollos temáticos podemos afirmar que, desde el punto de vista curricular, el nivel competencial del alumno que finaliza el Bachillerato

cursando Matemáticas II, en la modalidad de Tecnología, es adecuado para abordar los estudios universitarios de Ingeniería (en lo que respecta a Álgebra y Geometría) existiendo una continuidad de contenidos entre Bachillerato y Universidad. De hecho, en algunos centros esta continuidad se extiende a los aspectos metodológicos ya que el programa tiene, en muchos casos, la misma estructura que en el Bachillerato.

Descriptor Análisis Matemático

Los contenidos de Análisis Matemático (o con otras denominaciones como Cálculo, Cálculo Diferencial e Integral, ...) en las titulaciones universitarias de Ingeniería y Arquitectura se pueden agrupar de forma esquemática en los siguientes tópicos:

Límites y continuidad de funciones reales de una variable. Sucesiones y series. Derivación de funciones reales de una variable. Aplicaciones. Cálculo integral de funciones reales de una variable. Aplicaciones. Límites y continuidad de funciones de varias variables. Cálculo diferencial de funciones de varias variables. Aplicaciones. Cálculo integral de funciones de varias variables.

Lo primero que se debe destacar es la unanimidad de planteamiento, conforme al esquema anterior de los contenidos de Análisis Matemático en prácticamente todas las titulaciones de Ingeniería y Arquitectura que se imparten en Castilla y León.

El segundo hecho destacable, y el importante para este trabajo, es que el planteamiento mencionado garantiza la continuidad entre Bachillerato y Universidad. De hecho, como veremos a continuación, existe superposición de conocimientos en una amplia parte del programa. En efecto, en los dos cursos del Bachillerato, véase Capítulo 2, se han introducido los conceptos de límite (tanto de sucesiones como de una función en un punto), continuidad, derivada e integral junto con algunas aplicaciones (representación gráfica de funciones, cálculo de máximos y mínimos, cálculo de áreas,...) para funciones de una variable real. Estos mismos temas conforman la primera parte de los contenidos que desarrollan el descriptor Análisis Matemático en las titulaciones de Ingeniería y Arquitec-

tura. Este hecho, desde el punto de vista curricular, garantiza el nivel competencial del alumno de Bachillerato.

Puesto que se ha impartido en el centro universitario la totalidad de contenidos de Cálculo Diferencial e Integral en una variable, carece de sentido abordar el nivel competencial del alumno al finalizar el Bachillerato, para abordar el estudio del Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables, que es la materia novedosa para el alumno que ingresa en la Universidad y que tiene como base el caso de una variable.

Una cuestión que se puede plantear es: el alumno que ingresa en una titulación de Ingeniería o Arquitectura habiendo cursado la modalidad de Tecnología en el Bachillerato, ¿puede abordar directamente el estudio de los contenidos de Cálculo en diversas variables? Desde el punto de vista curricular, la respuesta a esta pregunta deber ser claramente positiva pero, desde un punto de vista más real, la respuesta no es tan clara y prueba de ello es el desarrollo curricular que se realiza en las diferentes Escuelas de nuestra Comunidad Autónoma. La cuestión que queda abierta es ¿por qué?

Descriptor Estadística

Los contenidos de la materia troncal Estadística, en las titulaciones universitarias de Ingeniería y Arquitectura, se pueden agrupar de forma esquemática en los siguientes tópicos:

Estadística descriptiva (univariante y multivariante). Variables aleatorias (discretas y continuas). Modelos de probabilidad. Teoría de muestreo. Inferencia estadística.

Para los contenidos del descriptor Estadística nos encontramos en una situación análoga a la que hemos comentado para los contenidos de los descriptores Álgebra, Geometría y Análisis Matemático. En efecto, el alumno que accede a la Universidad tiene conocimientos de Estadística Descriptiva (unidimensional y bidimensional), conoce el concepto de probabilidad y ha trabajado con algunos modelos de distribución de probabilidad, entre los que se incluyen las distribuciones binomial y normal (manejando el uso de tablas). El punto de partida de los contenidos de Estadística, en la totalidad de las titulaciones tecnológicas, lo constituyen estos temas, en algunos casos

tratados con mayor amplitud, por lo cual el paso del Bachillerato a la Universidad no debe ser traumático y, desde el punto de vista curricular, se garantiza el nivel competencial del alumno de Bachillerato. Un hecho que se debe destacar, que diferencia los contenidos de Estadística de los de Análisis Matemático y Álgebra, es que en la actualidad se han trasladado a la Enseñanza Secundaria Obligatoria una amplia parte de contenidos de Estadística que son complementados, en la modalidad de Tecnología, en primero de Bachillerato. El hecho de que en el último curso del Bachillerato, en esta modalidad, no se estudien contenidos de Estadística hace que estos conocimientos queden un poco lejanos para el alumno, sobre todo en los casos en los que la asignatura de Estadística en la Universidad no se estudia en primer curso. Es por ello que la revisión de resultados es, desde nuestro punto de vista, necesaria, en cierta forma, en este caso.

Descriptor Ecuaciones Diferenciales y Ecuaciones Diferenciales en derivadas parciales

El descriptor Ecuaciones Diferenciales figura, véase Tabla 4.2.1, en la totalidad de las titulaciones de Ingeniería y Arquitectura excepto en el bloque de Ingenierías en Informática y en el bloque de Ingenierías de Telecomunicaciones en el que figura el descriptor Ecuaciones Diferenciales en derivadas parciales. La importancia que tiene este tema viene dada por ser herramienta básica para otras disciplinas, ya que una gran parte de sistemas se rigen por una ecuación diferencial. Los contenidos de Ecuaciones Diferenciales se estudian a continuación de los de Análisis Matemático, bien al finalizar la asignatura bien en una nueva asignatura. Puesto que, como se ha dicho anteriormente, en los estudios de Ingeniería y Arquitectura se imparte Cálculo en una y varias variables, el profesor universitario es participe de la formación del alumno sobre la que se sustentan los contenidos de Ecuaciones Diferenciales. En consecuencia, el nivel competencial del alumno al finalizar el Bachillerato no incide, en la situación actual, en este descriptor.

Descriptor Análisis Numérico

Lo dicho anteriormente para los contenidos de Ecuaciones Diferenciales es válido para los contenidos de Cálculo Numérico pues estos se imparten con posterioridad a los de Análisis Matemático y Álgebra.

Descriptor Variable Compleja

En el Bachillerato los contenidos sobre números complejos se limitan a la introducción del concepto, junto con su representación gráfica y a la aplicación (elemental) de la resolución de ecuaciones algebraicas. Estos conceptos forman parte del primer tema de cualquier programa de Variable Compleja por lo que, desde el punto de vista de este trabajo, este descriptor no plantea posibilidad de análisis.

Descriptor Matemática Discreta

La base inicial para abordar los contenidos de este descriptor la conforma el estudio de los números enteros (algoritmo de Euclides, factorización en irreducibles,...) que juega un papel fundamental en los primeros cursos de la ESO, pero posteriormente pasan a un segundo plano. Esta lejanía en el tiempo, en relación a la incorporación del alumno a la Universidad, provoca, en el inicio de los contenidos de Matemática Discreta, dificultades que parecen incomprensibles tanto para el profesor como para el alumno. Una vez pasada la etapa inicial, el alumno comprende la materia y la posibilidad de aplicación en Informática y comunicaciones.

Creemos que contenidos como grafos, que forman parte de este descriptor, deberían tener un hueco en la enseñanza no universitaria ya que, además de facilitar la comprensión de algunos hechos de la vida cotidiana, tienen un fuerte carácter formativo.

LAS MATEMÁTICAS EN LAS TITULACIONES DE CIENCIAS EXPERIMENTALES Y DE LA SALUD

Distribución de asignaturas y créditos

Como se ha dicho en el capítulo anterior, en el plan de estudios de una titulación existen asignaturas troncales (que corresponden a las materias troncales marcadas en las directrices generales comunes de la titulación), obligatorias de la

Universidad y optativas. El nexo de unión entre las Matemáticas del Bachillerato y las Matemáticas en la Universidad está en las asignaturas troncales que, generalmente, son impartidas en los dos primeros cuatrimestres de la titulación.

Puesto que el plan de estudios de una titulación es elaborado por la Universidad en la que está implantada, la comparación entre los créditos troncales y los créditos que puede cursar el alumno en materias de Matemáticas da una primera idea del papel que, a juicio de la Universidad, deben jugar las Matemáticas en esa titulación.

En la siguiente tabla se muestran los distintos tipos de asignaturas y créditos (referentes a Matemáticas) en las titulaciones de Ingeniería y Arquitectura de Castilla y León, donde las abreviaturas tienen el siguiente significado:

- * : Titulación de segundo ciclo.
- A.T: Asignaturas Troncales
- C.T: Créditos Troncales
- A.OB: Asignaturas Obligatorias
- C.OB: Créditos Obligatorios
- A.OP: Asignaturas Optativas
- C.OP: Créditos Optativos

TOTAL: Mínimo/máximo número de créditos que se pueden cursar de Matemáticas en la titulación (no se tiene en cuenta la libre configuración).

Titulaciones de Ciencias Experimentales y de la Salud en Castilla y León

| TITULACIÓN | UNIVERSIDAD (Campus) | A.T. | C.T. | A. OB. | C. OB. | A. OP. | C. OP. | TOTAL |
|-------------------------------------|-----------------------|--------------------|------|--------|--------|--------|--------|-----------|
| L. Biología | León (León) | 2 | 10,5 | 0 | 0 | 1 | 6 | 10,5-16,5 |
| | Salamanca (Salamanca) | 3 | 15 | 0 | 0 | 1 | 4,5 | 15-19,5 |
| | Salamanca (Salamanca) | | | | | 2 | 9 | 0-9 |
| L. Biotecnología* | León (León) | 2 | 15 | 1 | 6 | 0 | 0 | 21 |
| | Salamanca (Salamanca) | 3 | 16,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 16,5 |
| L. Ciencia y Técnicas Estadísticas* | Valadolid (Valadolid) | TODA LA TITULACIÓN | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| L. Ciencias Ambientales | León (León) | 2 | 15 | 0 | 0 | 2 | 12 | 15-17 |
| | Salamanca (Salamanca) | 2 | 15 | 1 | 4,5 | 0 | 0 | 19,5 |
| | Burgos (Burgos) | | | | | | | |
| | León (León) | 1 | 4,5 | | | | | 4,5 |
| | León (Ponferrada) | 1 | 4,5 | | | | | 4,5 |
| | Salamanca (Ávila) | | | | | | | |
| | Salamanca (Salamanca) | | | | | | | |
| | Salamanca (Zamora) | | | | | | | |
| | Valadolid (Palencia) | 1 | 4,5 | | | | | 4,5 |
| | Valadolid (Segovia) | 1 | 4,5 | | | | | 4,5 |
| D. Enfermería | Valadolid (Valadolid) | 1 | 4,5 | | | | | 4,5 |
| | | | | | | | | |

| TITULACIÓN | UNIVERSIDAD (Campus) | A.T. | C.T. | A. OB. | C. OB. | A. OP. | C. OP. | TOTAL |
|------------------------|-------------------------|-------------------|------|--------|--------|--------|--------|-----------|
| D. Estadística | Salamanca (Salamanca) | TODALA TITULACIÓN | | | | | | |
| | Valladolid (Valladolid) | TODALA TITULACIÓN | | | | | | |
| L. Farmacia | Salamanca (Salamanca) | 1 | 6 | 0 | 0 | 1 | 5 | 6-5 |
| | Salamanca (Salamanca) | 3 | 27 | 4 | 22,5 | 5 | 28,5 | 49,5-78 |
| L. Física | Valladolid (Valladolid) | 3 | 33 | 2 | 21 | 1 | 6 | 54-60 |
| | Salamanca (Salamanca) | 1 | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 9 |
| L. Matemáticas | Salamanca (Salamanca) | TODALA TITULACIÓN | | | | | | |
| | Valladolid (Valladolid) | TODALA TITULACIÓN | | | | | | |
| L. Medicina | Salamanca (Salamanca) | 1 | 5 | 0 | 0 | 2 | 9 | 5-14 |
| | Valladolid (Valladolid) | 1 | 5 | 0 | 0 | 2 | 9 | 5-14 |
| L. Odontología | Salamanca (Salamanca) | 1 | 6 | 1 | 4,5 | 0 | 0 | 10,5 |
| | Valladolid (Valladolid) | 1 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| D. Óptica y Optometría | Burgos (Burgos) | 1 | 10 | 1 | 8 | 2 | 0 | 18-27 |
| | Salamanca (Salamanca) | 2 | 16,5 | 0 | 0 | 2 | 9 | 16,5-25,5 |
| L. Química | Valladolid (Valladolid) | 2 | 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 12 |
| | León (León) | 1 | 5 | 0 | 0 | 4,5 | 4,5 | 5-9,5 |

La materia troncal

Como se puede observar en la Tabla 5.2.1, de descriptores de la materia troncal, dentro del bloque de Ciencias Experimentales y Ciencias de la Salud coexisten titulaciones, por ejemplo Matemáticas o Ciencias y Técnicas Estadísticas, en las que existe un amplio número de créditos dedicados a Matemáticas con otras titulaciones en las que el número de créditos es muy bajo. Igualmente, coexisten titulaciones en las que los únicos contenidos matemáticos son de Estadística, en algunos casos inmersos en descriptores más amplios relativos a la titulación, con otras en las que figuran otros descriptores de Matemáticas.

- *Álgebra Lineal*, abreviatura Alg. En alguna titulación se amplía este descriptor a la denominación *Álgebra*, incluyendo como parte destacada al *Álgebra Lineal*.

- *Cálculo*, abreviatura Cál. Otras denominaciones que aparecen son las de *Análisis Matemático*, *Cálculo Infinitesimal* o *Cálculo Diferencial e Integral*. En todo caso es necesario acudir al programa para determinar si se estudia en una o varias variables.

- *Ecuaciones Diferenciales*, abreviatura E.D.

- *Cálculo Numérico (Métodos Numéricos y Análisis Numérico)*, abreviatura C.N.

- Los contenidos de Geometría aparecen bajo los descriptores *Geometría y Geometría métrica, diferencial y analítica*, asignándoles la abreviatura Geo.

- *Estadística o Métodos Estadísticos.*, abreviatura Est.

- *Matemática Discreta*, abreviatura M.D.

- *Análisis Vectorial*, abreviatura A.V.

- *Variable Compleja o Funciones de Variable Compleja*, abreviatura F.V.C.

- *Análisis de Fourier*, abreviatura A.F.

- *Ecuaciones en Derivadas Parciales*, abreviatura EDP.

En la siguiente tabla figura la distribución de estos descriptores, junto con el número de créditos asignados a la materia troncal, en las diferentes titulaciones:

Descriptores de la materia troncal en Ciencias Experimentales y Ciencias de la Salud

| | Álg. | Cál. | E. D. | Geo. | C. N. | Est. | A. V. | V. C. | EDP | Créditos |
|-------------------------------------|------|------|-------|------|-------|------|-------|-------|-----|----------|
| L. Biología | X | X | X | | | X | | | | 9 |
| L. Bioquímica* | | | | | | X | | | | 6 |
| L. Biotecnología | X | X | | | X | X | | | | 15 |
| L. Ciencia y Técnicas Estadísticas* | X | X | X | | | X | | | | 36 |
| L. Ciencias Ambientales | X | X | X | X | X | X | | | | 15 |
| D. Enfermería | | | | | | X | | | | - |
| D. Estadística | X | X | | | | X | | | | 94,5 |
| L. Farmacia | | | | | | X | | | | 5 |
| L. Física | X | X | X | X | X | X | X | X | X | 27 |
| L. Geología | X | X | | X | | X | | | | 9 |
| L. Matemáticas | X | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| L. Medicina | | | | | | X | | | | - |
| L. Odontología | | | | | | X | | | | - |
| D. Óptica y Optometría | X | X | X | | X | X | | | | 8 |
| L. Química | X | X | X | | X | X | | | | 10 |
| L. Veterinaria | | | | | | X | | | | 5 |

No se ha incluido D. Terapia Ocupacional pues no tiene troncalidad en Matemáticas, aunque sí una optativa. Por la misma razón no se ha incluido D. Fisioterapia.

* : Titulaciones de segundo ciclo.

Debido al carácter heterogéneo de las titulaciones, el análisis de contenidos de la materia troncal lo realizaremos de forma independiente para cada uno de los siguientes grupos de titulaciones:

Titulaciones: L. Biología, L. Bioquímica, L. Biotecnología, L. Ciencias Ambientales, L. Física, L. Geología, D. Óptica y Optometría y L. Química.

Titulaciones : L. Ciencias y Técnicas Estadísticas, D. Estadística y L. Matemáticas.

Titulaciones: D. Enfermería, L. Farmacia, L. Medicina, L. Odontología y L. Veterinaria.

Análisis

Titulaciones: L. Biología, L. Bioquímica, L. Biotecnología, L. Ciencias Ambientales, L. Geología, D. Óptica y Optometría y L. Química

En este grupo de titulaciones, la situación de los contenidos iniciales de Matemáticas es semejante al caso de las Ingenierías y Arquitectura y, en consecuencia, muchos de los comentarios efectuados anteriormente son válidos en este caso.

En el capítulo anterior mencionamos que en los actuales planes de estudio se ha restringido en la mayor parte de las titulaciones el tiempo dedicado a Matemáticas. En alguna titulación de este grupo, se ha llegado a una situación que tiene difícil explicación; por ejemplo, en la titulación de Biología, tanto en la Universidad de León como en la de Salamanca, se asignan 4,5 créditos (con una distribución de 20 horas de teoría y 25 de práctica) para los descriptores Álgebra Lineal, Cálculo y Ecuaciones Diferenciales de la materia troncal.

Nuestra experiencia profesional nos muestra que, en algunos casos, puede existir un número relativamente alto de alumnos que no han cursado Matemáticas II. Cuando el número de créditos de la materia es escaso, como en el ejemplo que acabamos de citar, los problemas de rapidez y hábito de trabajo con el método matemático, a los que hacíamos alusión en el capítulo anterior, se agravan notablemente. Por otra parte, la existencia en el aula de dos grupos bien diferenciados de alumnos en cuanto a conocimientos iniciales (los que han cursado y los que no han cursado Matemáticas II en segundo de Ba-

chillerato) plantea la necesidad de adecuar la asignatura a dos ritmos distintos procurando de una parte, que el primer grupo de alumnos no crean que la asignatura se limita a repetir conocimientos que ya conocen (nótese que, como veremos más adelante, los programas contienen la revisión de conocimientos de segundo de Bachillerato al igual que sucedía en las titulaciones de Ingeniería y Arquitectura) y de otra parte, para que los alumnos que no han cursado Matemáticas II en segundo de Bachillerato abandonen la asignatura por considerarla inabordable.

Es de destacar también que en la mayor parte de las titulaciones de este grupo se complementan, bien en asignaturas optativas bien dentro del programa de inicio, los contenidos de Matemáticas con aplicaciones en la titulación, preferentemente a través de la construcción de modelos.

En los contenidos de los descriptores Álgebra, Análisis Matemático y Estadística es donde se produce fundamentalmente la unión entre Bachillerato y Universidad y, consecuentemente, nuestro objetivo es analizar el nivel competencial del alumno en cada uno de estos descriptores.

Descriptor Álgebra

Dentro de este descriptor se enmarcan básicamente contenidos de Álgebra Lineal y en algunos casos, por ejemplo en Ciencias Ambientales en Salamanca, contenidos de Geometría euclídea. De forma esquemática se pueden agrupar en los siguientes tópicos, que no necesariamente se imparten de forma simultánea:

Sistemas de ecuaciones lineales. Álgebra matricial. Determinantes. Espacios vectoriales. Aplicaciones lineales. Diagonalización de matrices. Geometría euclídea en el plano y en el espacio. Programación lineal.

Al igual que sucede en el caso de las titulaciones de Ingeniería y Arquitectura, véase Sección 4.3.1, en los programas se encuentran dos alternativas para el inicio del curso. En la primera de ellas, se parte de la revisión de conceptos vistos en Bachillerato (resolución de sistemas de ecuaciones mediante reducción gaussiana, matrices y determinantes) para posteriormente introducir la estructura de espa-

cio vectorial abstracto; esta posibilidad es lógicamente la que se sigue en titulaciones en las que, debido al escaso número de créditos asignados, se prescinde del concepto de espacio vectorial. La otra alternativa parte del concepto de espacio vectorial y de estudiar en esta estructura los conceptos anteriores.

La diagonalización de matrices es en muchas titulaciones el objetivo fundamental de los contenidos de Álgebra y en estas titulaciones, la introducción del problema por la necesidad de poder calcular fácilmente la potencia de una matriz, tiene una aplicación inmediata en, por ejemplo, el comportamiento de especies después de varias generaciones. Como el desarrollo del tema reposa sobre lo visto previamente en el curso, no es necesario establecer el nivel competencial del alumno salvo en el hecho de que en el teorema fundamental, además de conceptos vistos anteriormente, es preciso utilizar resultados sobre factorización de polinomios vistos en la enseñanza no universitaria pero que muchas veces es preciso recordar.

Los contenidos de Geometría, en las titulaciones que se imparten (básicamente Ciencias Ambientales puesto que en Geología aunque figuren en los descriptores no aparecen explícitamente en el programa), reposan de una parte, sobre la estructura de espacio vectorial y de otra parte, en los contenidos geométricos vistos en Bachillerato para el plano y el espacio real, con lo cual existe una continuidad entre Bachillerato y Universidad.

En estas titulaciones podemos afirmar que, desde el punto de vista curricular, el nivel competencial del alumno que finaliza el Bachillerato, habiendo cursado la asignatura Matemáticas II de segundo de Bachillerato, es adecuado para abordar los estudios universitarios en lo que respecta a Álgebra, existiendo una continuidad de contenidos entre Bachillerato y Universidad.

Descriptor Análisis Matemático

Los contenidos de Análisis Matemático en las titulaciones universitarias de este grupo se pueden agrupar de forma esquemática en los siguientes tópicos:

Límites y continuidad de funciones reales de una variable. Sucesiones y series. Derivación de funciones reales de una variable. Aplicaciones. Cálculo integral de fun-

ciones reales de una variable. Aplicaciones. Límites y continuidad de funciones de varias variables. Cálculo diferencial de funciones de varias variables. Aplicaciones. Cálculo integral de funciones de varias variables.

Al igual que en el caso de las titulaciones de Ingeniería y Arquitectura se debe destacar la unanimidad de planteamiento en cuanto a comenzar la asignatura con los contenidos (límites, continuidad, derivación e integración junto con sus aplicaciones) en una variable, que ya han sido vistos en el Bachillerato, para posteriormente analizar el caso de varias variables, lo que representa la novedad de los estudios universitarios respecto de las enseñanzas anteriores.

La estructura que hemos visto (primero revisión de conocimientos de Bachillerato y posteriormente estudio del caso de varias variables) garantiza que los alumnos que han cursado Matemáticas II en segundo de Bachillerato tienen, desde el punto de vista curricular, un nivel competencial adecuado para afrontar las enseñanzas universitarias de Análisis Matemático en este grupo de titulaciones.

En la asignatura Matemáticas II de Bachillerato se estudia, con cierto rigor y profundidad, el Cálculo Diferencial uniendo el manejo de técnicas de cálculo (para límites, derivadas o integrales) con la comprensión de conceptos y resultados abstractos. Este hecho hace que los alumnos que no han cursado la mencionada asignatura tienen en la Universidad mayores dificultades para abordar los contenidos de Análisis Matemático que las que tenían para abordar los contenidos de Álgebra. Si a ello se añade la dificultad ya expuesta para el cálculo operacional, se obtiene que para superar la evaluación de estos contenidos el alumno debe realizar un considerable esfuerzo que compense su déficit de formación inicial. No obstante, a pesar de esto, hemos de mencionar que nuestra experiencia nos muestra que la dificultad para este grupo de alumnos radica en la formación inicial, muy anterior a segundo de Bachillerato, y no en la capacidad de comprensión de contenidos.

Descriptores Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Numérico

Los contenidos en Ecuaciones Diferenciales y Métodos Numéricos se imparten con posterioridad a los contenidos en Álgebra y Análisis Matemático. Como

consecuencia de ello, el profesor universitario es participe del nivel competencial del alumno respecto de los contenidos a introducir en los descriptores de esta subsección y de aquí que los conocimientos curriculares del Bachillerato pasen a un segundo lugar.

Un hecho importe es que en otras disciplinas, particularmente en las de Ciencias de la Vida, las Ecuaciones Diferenciales son una herramienta fundamental para desarrollar los modelos (por ejemplo, de evolución de las especies, de contaminación ambiental, farmacocinéticos, fisiológicos, neuronales,...). Ello hace que los alumnos, una vez que conocen ambos aspectos (el matemático y los característicos de la titulación), demanden mayores contenidos de Ecuaciones Diferenciales y reconozcan la aplicabilidad de las Matemáticas en su titulación.

Descriptor Estadística

Los contenidos de la materia troncal Estadística, en las titulaciones universitarias de este grupo, se pueden agrupar de forma esquemática en los siguientes tópicos:

Estadística descriptiva (univariante y multivariante). Variables aleatorias (discretas y continuas). Modelos de probabilidad. Teoría de muestreo. Inferencia estadística (estimación de parámetros, contraste de hipótesis y análisis de varianza). Regresión y correlación.

En los contenidos del descriptor Estadística en este grupo de titulaciones encontramos una situación análoga a la que hemos comentado en el caso de las titulaciones de Ingeniería y Arquitectura. En efecto, la práctica totalidad de los programas tienen su inicio en los temas Estadística Descriptiva (univariante y multivariante), variables aleatorias (discretas y continuas) y modelos de probabilidad, lo que permite enlazar con los contenidos de primero de Bachillerato. Esta revisión de resultados que, como hemos dicho en el caso de los estudios de Ingeniería y Arquitectura creemos necesaria, garantiza que el alumno tenga un nivel competencial adecuado para abordar los estudios universitarios. En las titulaciones en las que la materia troncal de Estadística aparece en segundo ciclo la revisión de resultados es prácticamente obligatoria.

Titulaciones: L. Ciencias y Técnicas Estadísticas, D. Estadística, L. Física y L. Matemáticas

Las características especiales, con respecto al objetivo de este proyecto, de las titulaciones de este grupo hacen innecesario, desde nuestro punto de vista, analizar el nivel competencial del alumno que se incorpora a ellas. En efecto, en estas titulaciones es necesario que desde el principio el alumno adquiera el rigor y la capacidad de abstracción que necesitará a lo largo de licenciatura. Por ello, la superposición de conceptos entre Bachillerato y Universidad que habíamos dicho que se da en las titulaciones analizadas anteriormente, se realiza de forma más fuerte en las titulaciones de este grupo.

Titulaciones: D. Enfermería, L. Farmacia, , L. Medicina, L. Odontología y L. Veterinaria

Los contenidos en Estadística son los únicos que se imparten en este conjunto de titulaciones, salvo en el caso de la licenciatura en Farmacia en la que se imparte también una introducción a las ecuaciones diferenciales. Además, estos contenidos vienen inmersos dentro de una materia troncal más amplia. De este modo:

En Enfermería la materia troncal se denomina “Enfermería Comunitaria. Ecología Humana” y entre los contenidos figura “Bioestadística y demografía aplicadas”. En Farmacia la materia troncal se denomina “Matemática aplicada” y en los contenidos figura “Principios básicos de matemáticas, biometría y estadística aplicados a las ciencias farmacéuticas”.

En Medicina la materia troncal se denomina “Introducción a la Medicina y metodología científica” y entre los contenidos figura “Bioestadística”. En Odontología la materia troncal se denomina “Epidemiología y salud pública” y entre los contenidos figura “Aplicaciones del método estadístico en la salud pública”. En Veterinaria la materia troncal es “matemáticas” y entre los contenidos figura “Principios básicos de biometría y estadística aplicados a las ciencias veterinarias”. Los contenidos de Estadística en estas titulaciones es-

tán compuestos por contenidos, ya conocidos en este trabajo, como se presentan de forma esquemática a continuación:

Estadística descriptiva (univariante y multivariante). Variables aleatoria (discretas y continuas). Modelos de probabilidad. Introducción a la teoría de muestreo. Introducción a la inferencia estadística. Regresión y correlación.

Hemos de hacer notar que estos contenidos van enlazados con tópicos propios de estas titulaciones como pueden ser, por ejemplo, Demografía o Epidemiología. El análisis realizado para el primer grupo de titulaciones tratado en este capítulo es también válido para estas titulaciones y, únicamente, hacer notar que cursar o no la asignatura Matemáticas II es, desde el punto de vista curricular, no significativo para los alumnos que inician las titulaciones de este grupo, salvo para el caso de Farmacia. Es por ello que creemos que se debería estudiar la posibilidad de modificar la legislación para que los alumnos que cursen este grupo de titulaciones pudieran cursar la asignatura Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II o mejor aún una asignatura específica de Estadística.

LAS MATEMÁTICAS EN LAS TITULACIONES DE CIENCIAS SOCIALES

En esta sección analizaremos la relación entre los contenidos de Matemáticas en el Bachillerato y el currículo de las asignaturas iniciales de Matemáticas en los estudios universitarios de las titulaciones de Ciencias Sociales que incluyen en su materia troncal contenidos de Matemáticas. Atendiendo a sus características hemos dividido estas titulaciones en los siguientes bloques:

- Titulaciones de Economía y Empresa: L. en Ciencias Actariales, L. en Administración y Dirección de Empresas, L. en Economía, L. en Técnicas de Mercado y D. en Ciencias Empresariales.
- Titulaciones de Maestro: Especialidades de Audición y Lenguaje, Educación Especial, Educación Física, Educación Infantil, Educación Musical, Educación Primaria y Lengua Extranjera.
- Titulaciones de Psicología y Sociología.

Distribución de asignaturas y créditos

Al igual que en capítulos anteriores, presentamos en forma de tablas, la distribución de las asignaturas troncales, obligatorias de la Universidad y optativas con las siguientes abreviaturas:

A.T: Asignaturas Troncales

C.T: Créditos Troncales

A.OB: Asignaturas Obligatorias

C.OB: Créditos Obligatorios

A.OP: Asignaturas Optativas

C.OP: Créditos Optativos

TOTALES: Mínimo/máximo número de créditos que se pueden cursar de matemáticas en la titulación (no se tiene en cuenta la libre configuración)

*: Sólo se hace el segundo ciclo

Distribución de créditos en titulaciones de Economía y Empresa

| TITULACIÓN | UNIVERSIDAD | A.T | C.T | A.OB. | C.OB. | A.OP. | C.OP | TOTAL |
|------------------------------------------------------|-----------------------|-----|-----|-------|-------|-------|------|-------|
| Licenciado en Ciencias Actuariales | León* | 3 | 30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 30 |
| | Valladolid* | 5 | 48 | 0 | 0 | 0 | 0 | 48 |
| Licenciado en Administración y Dirección de Empresas | Burgos | 2 | 24 | 2 | 12 | 0 | 0 | 36 |
| | León | 5 | 27 | 0 | 0 | 2 | 12 | 27-39 |
| | Salamanca | 4 | 27 | 1 | 6 | 0 | 0 | 33 |
| | Valladolid | 2 | 30 | 2 | 12 | 0 | 0 | 42 |
| | Valladolid (Segovia) | 2 | 30 | 2 | 12 | 0 | 0 | 42 |
| Licenciado en Economía | León* | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 6 | 0-6 |
| | Valladolid | 2 | 27 | 2 | 12 | 2 | 12 | 39-51 |
| Diplomatura de Ciencias Empresariales | Burgos | 2 | 18 | 2 | 12 | 2 | 12 | 30-42 |
| | León | 3 | 21 | 1 | 6 | 2 | 12 | 27-39 |
| | Salamanca | 2 | 18 | 0 | 0 | 3 | 18 | 18-36 |
| | Valladolid | 6 | 30 | 0 | 0 | 1 | 6 | 30-36 |
| | Valladolid (de Soria) | 4 | 24 | 0 | 0 | 0 | 0 | 24 |

Distribución de créditos en titulaciones de Maestro

| TITULACIÓN | UNIVERSIDAD (Campus) | A.T. | C.T. | A. OB. | C. OB. | A. OP. | C. OP. | TOTAL |
|------------------------------------|-----------------------|------|------|--------|--------|--------|--------|----------|
| Audición y Lenguaje | León | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 12 | 0-12 |
| | Salamanca (Ávila) | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4,5 | 0-4,5 |
| | Valladolid | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 0-3 |
| Educación Especial | Burgos | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 18 | 0-18 |
| | León | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 12 | 0-12 |
| | Salamanca | 0 | 4,5 | 0 | 0 | 1 | 4,5 | 4,5-9 |
| Educación Física | Valladolid | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 0-3 |
| | León | 1 | 6 | 0 | 0 | 2 | 12 | 6-18 |
| | Salamanca (Zamora) | 1 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| Educación Infantil | Valladolid | 1 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| | Valladolid (Palencia) | 1 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| | Valladolid (Segovia) | 1 | 8 | 0 | 0 | 1 | 4 | 8-12 |
| Educación Musical | Burgos | 1 | 6 | 1 | 6 | 4 | 18 | 12-21 |
| | León | 1 | 6 | 1 | 6 | 2 | 12 | 12-24 |
| | Salamanca | 2 | 9 | 0 | 0 | 2 | 9 | 9-18 |
| Educación Primaria | Salamanca (Zamora) | 2 | 9 | 0 | 0 | 2 | 9 | 9-18 |
| | Valladolid | 1 | 6 | 1 | 8 | 0 | 0 | 14 |
| | Valladolid (Palencia) | 1 | 6 | 1 | 7 | 0 | 0 | 13 |
| Educación Secundaria Obligatoria | Valladolid (Segovia) | 1 | 8 | 0 | 0 | 2 | 8 | 8-16 |
| | Valladolid (Soria) | 1 | 6 | 1 | 8 | 1 | 4 | 14-18 |
| | Burgos | 1 | 4,5 | 0 | 0 | 4 | 18 | 4,5-23,5 |
| Educación Superior | León | 1 | 6 | 0 | 0 | 2 | 12 | 6-18 |
| | Salamanca (Ávila) | 1 | 4,5 | 0 | 0 | 2 | 9 | 4,5-13,5 |
| | Valladolid | 1 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| Educación Tercer Ciclo de Primaria | Valladolid (Segovia) | 1 | 8 | 0 | 0 | 1 | 4 | 8-12 |

| TITULACIÓN | UNIVERSIDAD (Campus) | A.T. | C.T. | A. OB. | C. OB. | A. OP. | C. OP. | TOTAL |
|--------------------------|-----------------------|------|------|--------|--------|--------|--------|-----------|
| Educación Primaria | Burgos | 1 | 12 | 1 | 12 | 4 | 9 | 24-33 |
| | León | 2 | 10,5 | 0 | 0 | 3 | 18 | 10,5-28,5 |
| | Salamanca | 2 | 11,5 | 0 | 0 | 9 | 40,5 | 11,5-52 |
| | Salamanca (Ávila) | 2 | 15 | 0 | 0 | 9 | 40,5 | 11,5-52 |
| | Salamanca (Zamora) | 2 | 15 | 0 | 0 | 9 | 40,5 | 11,5-52 |
| | Valladolid | 1 | 8 | 1 | 6 | 0 | 0 | 14 |
| | Valladolid (Palencia) | 1 | 8 | 1 | 10 | 0 | 0 | 18 |
| | Valladolid (Segovia) | 1 | 8 | 2 | 8 | 1 | 4 | 16-20 |
| | Valladolid (Soria) | 1 | 8 | 1 | 9 | 0 | 0 | 17 |
| | Burgos | 1 | 4,5 | 0 | 0 | 6 | 27 | 4,5-31,5 |
| | León | 1 | 6 | 0 | 0 | 2 | 12 | 6-18 |
| | Salamanca | 1 | 6 | 0 | 0 | 4 | 18 | 6-24 |
| Educación Extraordinaria | Salamanca (Ávila) | 1 | 6 | 0 | 0 | 4 | 18 | 6-24 |
| | Salamanca (Zamora) | 1 | 6 | 0 | 0 | 4 | 18 | 6-24 |
| | Valladolid | 1 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| | Valladolid (Palencia) | 1 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| | Valladolid (Soria) | 1 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

Distribución de créditos en titulaciones de Psicología y Sociología

| TITULACIÓN | UNIVERSIDAD (Campus) | A.T. | C.T. | A. OB. | C. OB. | A. OP. | C. OP. | TOTAL |
|------------|----------------------|------|------|--------|--------|--------|--------|-------|
| Psicología | Salamanca | 5 | 25,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 25,5 |
| Sociología | Salamanca | 5 | 48 | 0 | 0 | 0 | 0 | 48 |

La materia troncal

En las titulaciones de Economía y Empresa, para este trabajo, únicamente tiene sentido considerar las que tienen primer ciclo, el cual faculta tanto para cursar su segundo ciclo como para las titulaciones que únicamente son de segundo ciclo.

En la tabla siguiente se exponen los descriptores de Matemáticas y Estadística en las titulaciones de Economía y Empresa con las siguientes abreviaturas:

- Descriptor *Álgebra Lineal*, abreviatura Alg.
- Descriptor *Cálculo*, abreviatura Cál.
- Descriptor *Matemáticas de las operaciones financieras*, abreviatura Mat.Fin.
- Descriptor *Estadística*, abreviatura Est.
- Descriptor *Estadística actuarial*, abreviatura E.Act.
- Descriptor *Matemática actuarial*, abreviatura M.Act.

Descriptores de la materia troncal en Ciencias Sociales

| | Alg. | Cál. | Est. | Mat.Fin. | E.Act. | M.Act. | Créditos |
|--------------------------------------------------|------|------|------|----------|--------|--------|----------|
| L. Ciencias Actuariales * | | | | X | X | X | 54 |
| L. Administración y Dirección de Empresas | X | X | X | X | | | 24 |
| L. Economía | X | X | X | X | | | 24 |
| L. Técnicas de Mercado * | | | | | | | 15 |
| D. Ciencias Empresariales | X | X | X | X | | | 18 |

Cuando se analizan los programas, un primer hecho destacable es la diversidad en cuanto a estructura en asignaturas de la materia troncal Matemáticas y Estadística en las distintas Universidades de Castilla y León. Así, y a título de ejemplo, citaremos el caso la Licenciatura en Administración de Empresas cuya distribución de asignaturas en cada Universidad es:

Universidad de Burgos: 2 asignaturas troncales (una dedicada a Matemáticas y la otra a Estadística) de 12 créditos cada una y dos obligatorias de 6 créditos cada una.

Universidad de León: 2 asignaturas troncales de 4,5 créditos dedicadas a Matemáticas, 2 asignaturas troncales de 5 créditos dedicadas a Estadística y una troncal de 4,5 créditos dedicada a Matemática Financiera.

Universidad de Salamanca: una signatura de 7 créditos dedicada a Álgebra, otra de 8 créditos dedicada a Análisis Matemático, y 3 de 6 créditos dedicadas a Estadística.

Universidad de Valladolid: 15 créditos (una dedicada a Matemáticas y la otra a Estadística), y dos obligatorias de 6 créditos.

En lo que respecta a los títulos de Maestro la materia troncal viene dada por la siguiente tabla:

Materia troncal en Ciencias Sociales

| | Mat. Did. | Des. Pen. | Créditos |
|----------------------------------------|-----------|-----------|----------|
| Maestro Audición y Lenguaje | | | 0 |
| Maestro Educación Especial | | | 0 |
| Maestro Educación Física | X | | 4 |
| Maestro Educación Infantil | | X | 6 |
| Maestro Educación Musical | X | | 4 |
| Maestro Educación Primaria | X | | 8 |
| Maestro Educación Extranjera | X | | 4 |

- Descriptor *Matemáticas y su Didáctica* abreviatura Mat. Did.

- Descriptor *Desarrollo del pensamiento matemático y su didáctica* abreviatura Des.Pen.

En las titulaciones de Psicología y Sociología la Estadística es el núcleo central de la materia troncal pero unida a tópicos propios de las titulaciones. Por ello la descripción la pospondremos para la sección posterior.

Análisis

El primer hecho que se debe tener en cuenta es que la mayor parte de los alumnos que cursan estas titulaciones han cursado el Bachillerato en su modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales. Es por ello, que el análisis que realizaremos se basará en el currículo de esta modalidad de Bachillerato y, cuando sea necesario, consideraremos el caso particular de los alumnos que han cursado las modalidades de Tecnología y Ciencias de la Salud.

Titulaciones de Economía y Empresa

Descriptor Álgebra Lineal

Dentro de este descriptor, además de contenidos típicos de Álgebra Lineal, se incluyen, en algunos casos, contenidos de fundamentos o contenidos de Geometría. De forma esquemática se pueden agrupar en los siguientes tópicos, que no necesariamente se imparten de forma simultánea en cada centro y titulación:

Lógica y Teoría de Conjuntos. Conjuntos de números. Polinomios. Sistemas de ecuaciones lineales. Álgebra matricial. Determinantes. Espacios vectoriales. Aplicaciones lineales. Espacios vectoriales euclídeos. Geometría afín y euclídea. Diagonalización de matrices. Formas cuadráticas.

El núcleo común en todas las titulaciones los constituyen los temas de Álgebra matricial, Determinantes, Espacios vectoriales, Aplicaciones lineales y Diagonalización de matrices. Los temas de fundamentos, Lógica y Teoría de Conjuntos y Polinomios, se imparten en la Universidad de Salamanca mientras que los sistemas de ecuaciones lineales si bien no aparecen explícitamente sí que podemos considerar que son incluidos en el Álgebra matricial.

El primer hecho destacable es que el paso desde el Bachillerato en su modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales a los contenidos descritos anteriormente conlleva un salto importante en cuanto a abstracción. En efecto, según hemos visto en el Capítulo 2 de este trabajo, la base de Álgebra en esta modalidad de Bachillerato la constituye el estudio, por el método de Gauss, de los sistemas de ecuaciones lineales

con dos o tres incógnitas y el cálculo matricial, no cursando temas de Geometría. Sin embargo, en los contenidos de las titulaciones que estamos analizando, aparecen conceptos ligados a problemas de Economía en los que se debe considerar un número mayor de variables y de aquí que la noción de espacio vectorial (y aplicación lineal) deba ser introducida en el caso general. Así nos encontramos, a diferencia de lo que sucedía en los estudios de Ingeniería y en los de Ciencias Experimentales, que el alumno debe dar dos pasos en cuanto a su capacidad de abstracción: el primero para pasar de tres indeterminadas a n (paso que se da ya en Bachillerato en la modalidad de Tecnología y Ciencias Experimentales) y, el segundo, la comprensión de conceptos abstractos como el de espacio vectorial o diagonalización de matrices. En los centros que se imparte Geometría afín y euclídea se aumenta el grado de dificultad pues no se puede hacer referencia a contenidos vistos en Bachillerato.

Además de los problemas anteriores, se deben tener en cuenta los posibles problemas de comprensión de lenguaje (no interpretación de los símbolos) y de cálculo operacional (inseguridad en operaciones elementales e imposibilidad de aplicación de fórmulas elementales), a los que ya hemos hecho referencia con anterioridad, pues las asignaturas de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales no hacen hincapié en estas cuestiones.

Por tanto, si bien, desde el punto de vista curricular, el nivel competencial del alumno que finaliza el Bachillerato, habiendo cursado la asignatura Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales de segundo de Bachillerato, es adecuado para abordar los estudios universitarios en lo que respecta a Álgebra, hemos de hacer notar que debe realizar un esfuerzo importante para superar los contenidos universitarios. Los alumnos que no han cursado la mencionada asignatura deben realizar un esfuerzo muy importante para poder superar los contenidos de Álgebra. Finalmente, los alumnos que han cursado la asignatura Matemáticas II tendrán un camino más sencillo para estos contenidos.

Descriptor Análisis Matemático

Los contenidos de Análisis Matemático en las titulaciones universitarias de este grupo se pueden agrupar de forma esquemática en los siguientes tópicos:

Números reales. Funciones. Límites y continuidad de funciones reales de una variable. Sucesiones y series. Derivación de funciones reales de una variable. Aplicaciones. Cálculo integral de funciones reales de una variable. Aplicaciones. Topología de R^n . Límites y continuidad de funciones de varias variables. Cálculo diferencial de funciones de varias variables. Aplicaciones. Optimización. Cálculo integral de funciones de varias variables.

Nuevamente, como en los casos de las titulaciones de Ingeniería y Ciencias Experimentales, se debe destacar la unanimidad de planteamiento en cuanto a comenzar la asignatura con los contenidos (límites, continuidad, derivación e integración junto con sus aplicaciones) en una variable, que ya han sido vistos en el Bachillerato, para posteriormente analizar el caso de varias variables. Es por ello que, como ya se ha dicho en las secciones anteriores, esta estructura (primero revisión de conocimientos de Bachillerato y posteriormente estudio del caso de varias variables) garantiza que los alumnos que han cursado Matemáticas en segundo de Bachillerato (bien en la modalidad de Ciencias Sociales o bien en la modalidad de Tecnología) tienen, desde el punto de vista curricular, un nivel competencial adecuado para afrontar las enseñanzas universitarias de Análisis Matemático en este grupo de titulaciones.

Metodológicamente creemos que es adecuado, continuando con el espíritu del Bachillerato, hacer mayor hincapié en la aplicación de técnicas y resultados que en la profundización de los conceptos asociados.

El alumno que no ha cursado Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II debe realizar, al igual que lo comentado para el descriptor Álgebra, un esfuerzo importante para seguir el ritmo en Análisis Matemático.

Descriptor Estadística

En este grupo de titulaciones la Estadística juega un papel fundamental y prueba de ello es que, en general, se imparten dos asignaturas troncales u obligatorias con contenidos en esta materia. Lógicamente nuestro análisis se realizará sobre la asignatura inicial puesto que en posteriores asignaturas el profesor universitario

conoce, dado que ha participado en su adquisición, el nivel competencial del alumno. Los contenidos de la materia troncal Estadística, en las titulaciones universitarias de este grupo, se pueden agrupar de forma esquemática en los siguientes tópicos:

Estadística descriptiva univariante y multivariante. Distribuciones unidimensionales: frecuencias y medidas. Distribuciones n-dimensionales: distribución de frecuencias, distribuciones marginales, distribuciones condicionadas, independencia Covarianza y coeficiente de correlación lineal). Números índices. Series temporales. Probabilidad (concepto, probabilidad condicionada, independencia de sucesos, probabilidad total y teorema de Bayes). Variables aleatorias unidimensionales y multidimensionales (características y modelos). Teoría de muestreo. Inferencia estadística (estimación de parámetros, contraste de hipótesis y análisis de varianza). Modelos de regresión. Estadística computacional.

Los contenidos de la asignatura inicial de Estadística en estas titulaciones universitarias corresponden, en general, a los primeros cinco epígrafes anteriores. Es por ello que, para facilitar el análisis, hemos desarrollado los epígrafes Estadística Descriptiva, Probabilidad y Variables aleatorias.

El alumno que accede a una de las titulaciones de este grupo después de cursar el Bachillerato en la modalidad de Ciencias Sociales, ha adquirido con cierta profundidad, conocimientos (véase sección 2.3) primero en la Enseñanza Secundaria Obligatoria y posteriormente en el Bachillerato, tanto de Estadística Descriptiva unidimensional como bidimensional y de modelos de distribución de probabilidad (incluyendo el manejo de la distribución normal). Además, como en la mencionada modalidad de Bachillerato se hace hincapié en plantear los contenidos abordando ejemplos de Economía (o de las Ciencias Sociales en general), el alumno ya dispone de referencias iniciales aunque sean muy elementales.

En consecuencia, la base con la que accede el alumno y el hecho de comenzar en la Universidad con temas cuyos contenidos son conocidos por el alumno, permiten afirmar que, desde el punto de vista curricular, el alumno que ha cursado la asignatura Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales en segundo de Bachillerato tiene un nivel competencial adecuado para afrontar los contenidos de Estadística en esta titulaciones.

Los alumnos que no han cursado la asignatura Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, aún habiendo cursado la asignatura Matemáticas II de las modalidades de Tecnología y de Ciencias de la Naturaleza y la Salud, deben realizar un esfuerzo mayor a la hora de afrontar los estudios de Estadística puesto que durante un año no han trabajado esta materia. No obstante, como en las asignaturas iniciales de Estadística se parte de la revisión de lo estudiado en Bachillerato, esta dificultad se atenúa en cierta forma.

Descriptor Matemática Financiera

En estas titulaciones debemos considerar que los contenidos de este descriptor tienen un carácter introductorio puesto que un desarrollo profundo de ellos corresponde a otras materias. De forma esquemática podemos agrupar los contenidos en los siguientes epígrafes: *Capital financiero, equivalencias de capitales y tantos equivalentes. Valoración de las rentas financieras, cálculo de costes y rendimientos de las operaciones financieras. Tantos efectivos y operaciones bancarias a corto plazo. Préstamos y empréstitos.*

En la enseñanza no universitaria únicamente se estudian cuestiones relacionadas con esta materia como son el interés o los problemas de otros descriptores que se enuncian en términos económicos. Por ello, el nivel competencial del alumno para este descriptor reposa sobre su formación de base.

Titulaciones de Maestro

En este grupo de titulaciones la materia troncal de Matemáticas, en todas las especialidades en las que figura, esta definida por el descriptor: “*Conocimiento de las Matemáticas. Contenidos, recursos didácticos y materiales para la enseñanza de las Matemáticas*”. Las asignaturas iniciales que desarrollan este descriptor tienen por denominación “Matemáticas y su Didáctica”, salvo en la especialidad de Educación Infantil que la asignatura se denomina “Desarrollo del pensamiento matemático y su didáctica”. Los contenidos de Estadística aparecen, en algunos casos, dentro de la asignatura troncal, mientras que en otros, existe una asignatura con esta denominación. El carácter tan general del único descriptor hace que, en dis-

tintas titulaciones y centros, exista una amplia variedad en cuanto a contenidos. Ello nos ha llevado a analizar cada una de las titulaciones de forma independiente especificando las características de cada centro.

Maestro especialidad en Educación Física

En esta titulación se pone claramente de manifiesto la diversidad a la que acabamos de hacer referencia. Analizaremos a continuación la asignatura “Matemáticas y su Didáctica” en cada universidad de nuestra Comunidad Autónoma.

En la Universidad de León la asignatura está basada en el estudio de los números y su didáctica. Así en los contenidos se encuentran temas como: *Número natural y su didáctica. Sistemas de numeración. Operaciones (adición, sustracción, multiplicación y división) con números naturales y su didáctica. Números decimales y fraccionarios y su didáctica.* Destaquemos que también se imparte la asignatura optativa “Elementos de Estadística” cuyos contenidos son: *Estadística descriptiva (unidimensional y bidimensional). Probabilidad. Variables aleatorias discretas y continuas. Prácticas con ordenador.*

En los campus de Palencia y Valladolid de la Universidad de Valladolid, la asignatura “Matemáticas y su Didáctica”, única que se imparte con contenidos matemáticos, está basada en el estudio de contenidos geométricos y estadísticos. De forma sintética podemos agrupar los contenidos como sigue: *Conceptos geométricos básicos (ángulos y rectas). Polígonos. (Triángulos, Cuadriláteros y polígonos). Teorema de Pitágoras. Áreas de figuras planas. Circunferencia. Polígonos inscritos y circunscritos en una circunferencia. Longitud de la circunferencia. Área de las figuras circulares. Estadística descriptiva (únicamente en el campus de Valladolid). Desarrollo de los conceptos matemáticos en los niños. Principios del aprendizaje de las matemáticas (únicamente en el campus de Palencia).* Sin embargo en el campus de Segovia, de la misma Universidad, la asignatura “Matemáticas y su Didáctica” está compuesta por los siguientes temas: *El método matemático. Teoría de conjuntos. Conjuntos numéricos. Combinatoria y probabilidad. Topología y geometría.*

Es claro que, en lo que se refiere a contenidos matemáticos, un alumno que ha finalizado el Bachillerato en las modalidades Ciencias de la Naturaleza y de la Salud, Humanidades y Ciencias Sociales o Tecnología, tiene el nivel competencial adecuado para afrontar estos contenidos en cualquiera de los centros de la Comunidad.

Una cuestión que, desde nuestro punto de vista, surge a la vista de la diversidad de los contenidos anteriores, -nótese que entre los diferentes campus además de existir diferentes planteamientos existen diferencias sustanciales respecto a tópicos a tratar (Números, Geometría, ...), y del escaso número de créditos (a lo más seis) dedicados a la materia- es la siguiente:

Los egresados en esta titulación tienen competencias profesionales para poder impartir Matemáticas hasta el segundo curso de la Enseñanza Secundaria Obligatoria y, por otra parte, es obvio que la calidad del sistema educativo en el futuro tiene uno de sus pilares en la formación actual del profesorado. Por ello, si se admiten lagunas de formación, que en cada campus serán de algunos tópicos, en el actual plan de estudios de esta especialidad (y de otras especialidades) de Maestro ¿qué calidad podemos esperar el día de mañana en la etapa inicial de formación del niño?. Creemos que la solución de este problema es fijar un conjunto de contenidos (de carácter matemático y de carácter metodológico) común a todas las especialidades que, según la normativa actual, otorguen competencia profesional para impartir contenidos matemáticos.

Maestro especialidad en Educación Infantil

Los contenidos de Matemáticas en esta titulación se estructuran en dos asignaturas troncales u obligatorias (Desarrollo del pensamiento matemático I y II) en todos los campus de la Comunidad Autónoma a excepción del de Segovia, dependiente de la Universidad de Valladolid en la que se imparte una única asignatura. Ambas materias son complementarias y por ello analizaremos los contenidos de las dos.

Existe una cierta unidad en cuanto a contenidos, tanto matemáticos como didácticos, y de materiales, si bien es cierto que podemos encontrar diversidad de

planteamiento en los distintos centros respecto a la relación, tanto temporal como cuantitativa, entre los contenidos puramente matemáticos y los contenidos de carácter metodológico.

Podemos realizar una síntesis de los contenidos, haciendo constar que en todos los centros no se imparten la totalidad de ellos, aunque sí la mayor parte, de la siguiente forma esquemática: *Lógica y Conjuntos. Introducción a la lógica. Materiales y recursos didácticos para la iniciación a la lógico-matemática en Educación Infantil. Teoría de conjuntos. Leyes de composición. Estructuras algebraicas. Números: Número natural. Didáctica del número natural. Materiales. Actividades. Técnicas de cálculo. Didáctica de las operaciones. Sistemas de numeración. Didáctica de la numeración. Números enteros y fracciones. Magnitudes. Iniciación a la medida en Educación Infantil. Desarrollo de los conceptos geométricos en el niño. Teorías para la enseñanza de la geometría. Iniciación a los conceptos topológicos básicos. Introducción a la Geometría en el plano: Ángulos y su medida. Triángulos. Teorema de Pitágoras. Cuadriláteros. Polígonos. Circunferencia. Actividades de Geometría plana en Educación Infantil. Introducción a la geometría en el espacio. Exploración del espacio y práctica de la medida. Conceptos topológicos. Sólidos. Poliedros. Didáctica. Actividades de desarrollo del sentido espacial. Nociones de Estadística Descriptiva. Descripción de datos. Características de una distribución de frecuencias. Medidas de centralización y de dispersión.*

Como se puede observar, el alumno que ha finalizado el Bachillerato tiene una formación matemática que le permite abordar estos contenidos con relativa facilidad. De hecho, los temas dedicados a Números, Geometría y Estadística los conoce desde la Enseñanza Secundaria Obligatoria y ha trabajado con ellos en el Bachillerato. Los mayores problemas, por su novedad, los puede encontrar en los temas de Lógica y Conjuntos y en los dedicados a los aspectos didácticos.

Con respecto al problema de la formación matemática de los futuros maestros, al que hacíamos referencia al final de la sección 6.2.1.1, creemos que el programa que acabamos de exponer, reunión de los que se imparten en los distintos centros, podría ser un programa de mínimos para toda titulación que permitiera a los egresados en ella impartir Matemáticas en cualquier nivel educativo anterior al Bachillerato.

Maestro especialidad en Educación Musical

En esta especialidad se tiene una situación análoga a la vista en la especialidad de Educación Física puesto que a la baja troncalidad (cuatro créditos) se une el hecho de que no existe un planteamiento temático común. Se podría argumentar que para un alumno cuyo objetivo es adquirir conocimientos en Educación Musical, las Matemáticas tienen un papel secundario. Sin embargo, como se ha dicho al final del epígrafe 6.2.1.1, este hecho se contradice con las competencias profesionales que otorga el título y, en consecuencia, lo dicho en el mencionado epígrafe cobra validez en esta titulación.

Entrando en el análisis de la titulación en cada campus, encontramos que en la Universidad de Burgos el contenido de los temas es: *Conjuntos. Aplicaciones. Relaciones Binarias. Leyes de Composición. Estructuras Algebraicas. Números naturales y enteros. Divisibilidad. Números racionales. Magnitudes.*

En la Universidad de León y en el campus de Valladolid de la Universidad de Valladolid, la asignatura se estructura de forma análoga a las correspondientes asignaturas de la especialidad de Educación Física. Esto es, en León se imparte: *Número natural y su didáctica. Sistemas de numeración. Operaciones (adición, sustracción, multiplicación y división) con números naturales y su didáctica. Números decimales y fraccionarios y su didáctica.* Mientras que en Valladolid el esquema del programa es: *Conceptos geométricos básicos (ángulos y rectas). Polígonos. (Triángulos, Cuadriláteros y polígonos). Teorema de Pitágoras. Áreas de figuras planas. Circunferencia. Polígonos inscritos y circunscritos en una circunferencia. Longitud de la circunferencia. Área de las figuras circulares. Estadística descriptiva.* Sin embargo, en el campus de Segovia, de la misma Universidad, la asignatura “Matemáticas y su Didáctica”, que difiere de su homónima de la especialidad de Educación Física, está compuesta por los siguientes temas: *Las matemáticas como herramienta: Aplicaciones. Números naturales. Sistemas de representación. Operaciones aritméticas. Números racionales, fracciones y decimales. Números enteros. Resolución de problemas. La utilización de materiales y recursos bibliográficos.*

Finalmente, en el campus de Ávila de la Universidad de Salamanca el programa aborda la mayor parte de tópicos que creemos se deben estudiar pero con la

restricción que supone el escaso número de créditos. El esquema del programa es: *Teoría de conjuntos. Relaciones binarias: Equivalencias y Orden. Leyes de Composición. Operaciones aritméticas. Números naturales, enteros y racionales. Polígonos y áreas, su Didáctica. La circunferencia y su Didáctica. Áreas y volúmenes de figuras en el espacio.*

Resulta claro que, en lo que se refiere a contenidos matemáticos, un alumno que ha finalizado el Bachillerato tiene el nivel competencial adecuado para afrontar estos contenidos, cualquiera que sea el campus de la Comunidad en la que estudie. Las mayores dificultades pueden aparecer en los temas de teoría de conjuntos y de estructuras abstractas en aquellos centros en los que se impartan.

Maestro especialidad en Educación Primaria

Es en esta especialidad de Maestro en la que los contenidos de Matemáticas deben tener, por las características de la titulación, un mayor número de créditos. Así se recoge en las directrices generales propias que asigna a esta materia troncal 8 créditos y en los planes de estudio de las Universidades de Castilla y León que amplían este número (desde los 10,5 de la Universidad de León hasta los 24 de la Universidad de Burgos), mediante aumento de la troncalidad y la inclusión de asignaturas obligatorias. Lógicamente, este aumento de tiempo dedicado a Matemáticas permite construir un currículo más completo que, desde nuestro punto de vista, debería ser imitado en el resto de las titulaciones de Maestro debido, como ya se ha expuesto anteriormente, a las competencias profesionales que confiere el título.

Los contenidos troncales y obligatorios de Matemáticas se estructuran en dos asignaturas Matemáticas y su Didáctica I y II en todos los campus, salvo en el de Segovia que se hace en tres. Si bien no existe una estructura común en todos los campus, se puede hacer una síntesis de los programas en los siguientes términos: *Introducción a la teoría de conjuntos. Conjuntos. Relaciones binarias. Leyes de composición. Estructuras. Números naturales y su didáctica. Aproximaciones a su construcción. (En Burgos se incluye los axiomas de Peano y el método de inducción completa). Sistemas de numeración. Adición, sustracción y su didáctica. Multiplica-*

ción, división y su didáctica. (En León y Valladolid se incluye m.c.d y m.c. m.). Números enteros y su didáctica. Operaciones. (En Burgos se incluyen ecuaciones diofánticas). Números racionales. Números decimales. Operaciones. Porcentajes. Magnitud y medida. Magnitudes directamente proporcionales. Magnitudes inversamente proporcionales. Longitud, área, volumen, peso y tiempo. Geometría en el plano y su didáctica. Segmentos. Rectas. Ángulos. Triángulos. Clasificación y construcción. Semejanza de triángulos. Teorema de Pitágoras. Cuadriláteros: Clasificación. Propiedades. Polígonos. Áreas de figuras planas. Geometría en el espacio. El sentido espacial: Importancia de la Geometría en Educación Primaria. Ángulos, rectas y planos. Prisma. Pirámide. Cilindro. Cono. Esfera. Áreas y Volúmenes. Estadística descriptiva. Organización y representación de datos estadísticos. Medidas de posición, tendencia central y dispersión. Probabilidad. Combinatoria. Cálculo de probabilidades. Probabilidad condicionada. La Estadística y la Probabilidad en E. Primaria. Diseño curricular y programación de aula. Recursos didácticos. La utilización de materiales y recursos bibliográficos. Elaboración de materiales. Evaluación.

Estos contenidos no se imparten de forma simultánea en cada uno de los centros de la Comunidad, sin embargo, creemos que esta agrupación de temas tendría que ser la base en la que se asentaran los programas de los diversos centros. Nótese que algunos de estos temas se tratan en la E.S.O. donde puede impartir docencia un egresado en esta titulación. El nivel competencial del alumno al finalizar el Bachillerato es necesariamente adecuado para afrontar este programa puesto que la mayor parte de los temas han sido tratados en la E.S.O

Maestro especialidad en Lengua Extranjera

Para esta especialidad la situación que se tiene es semejante a la que se presenta para las especialidades de Educación Física y Educación Musical. Así, en la Universidad de Burgos y en la Universidad de León el programa de la asignatura coincide con el de la titulación de Educación Musical que recordemos venía dado por *Conjuntos. Aplicaciones. Relaciones Binarias. Leyes de Composición. Estructuras Algebraicas. Números naturales y enteros. Divisibilidad. Números racionales. Magnitudes en Burgos y por Número natural y su didáctica. Sistemas de numeración. Operaciones (adición, sustracción, multiplicación y división) con números naturales y*

su didáctica. *Números decimales y fraccionarios y su didáctica* en León. En el campus de Ávila de la Universidad de Salamanca los epígrafes son: *Lenguaje Lógico-Matemático. Números Naturales, Enteros y Racionales. Didáctica. Conceptos básicos de Geometría. Magnitud, Cantidad y Medida. Estudio y organización de datos.*

Finalmente, en la Universidad de Valladolid, tanto en el campus de Palencia como en el de Valladolid, el programa de la materia coincide con el programa de la especialidad de Educación Física que como se decía es 6.3.2.1 es: *Conceptos geométricos básicos (ángulos y rectas). Polígonos. (Triángulos, Cuadriláteros y polígonos). Teorema de Pitágoras. Áreas de figuras planas. Circunferencia. Polígonos inscritos y circunscritos en una circunferencia. Longitud de la circunferencia. Área de las figuras circulares. Estadística descriptiva* (únicamente en el campus de Valladolid). *Desarrollo de los conceptos matemáticos en los niños. Principios del aprendizaje de las matemáticas* (únicamente en el campus de Palencia).

Obviamente, para esta especialidad son válidos los comentarios que hemos efectuado en lo concerniente a las especialidades de Educación Física y Educación Musical en cuanto al nivel competencial de los alumnos.

Titulaciones de Psicología y Sociología

En estas titulaciones los métodos estadísticos juegan un papel muy importante. En ambas titulaciones, que únicamente se imparten en la Universidad de Salamanca, los contenidos iniciales, que se desarrollan bien en una asignatura (Estadística Aplicada a las Ciencias Sociales) o bien en dos asignaturas (Estadística Aplicada a Psicología y Estadística Inferencial), pueden agruparse en los siguientes epígrafes: *Estadística descriptiva univariante (Población y variables. Medidas de tendencia central y dispersión. Momentos). Probabilidad. Variables aleatorias (Funciones de densidad y distribución. Binomial. Normal.). Teoría de muestreo. Estimación de parámetros. Contraste de hipótesis. Fundamentos del análisis de varianza. Distribuciones bidimensionales. Correlación. Regresión simple.*

Hemos desarrollado algunos temas para facilitar la comparación con los contenidos de la enseñanza no universitaria. Nótese que los alumnos que han cursado

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II han trabajado con la mayor parte de los conceptos y por ello el enlace entre Bachillerato y Universidad no debe ser problemático.

CONCLUSIONES

En este capítulo final exponemos, por una parte, los resultados que de forma objetiva se pueden extraer de los análisis efectuados y, por otra, algunos aspectos que creemos de interés para la mejora del sistema educativo en la Comunidad de Castilla y León, que no se derivan directamente del análisis curricular aunque sí de su desarrollo en el aula.

Somos conocedores de que algunos de los puntos posteriores pueden crear polémica. Lo que resulta positivo, dado que el análisis crítico y objetivo de la situación actual facilitaría la aportación de ideas con el fin de adoptar decisiones concretas.

I.- En el Currículo de Bachillerato de Castilla y León, Decreto 70/2002 de 23 de mayo de la Junta de Castilla y León, se establece que los contenidos de Matemáticas coincidan básicamente con los establecidos en el R.D. 3474/2000 de enseñanzas mínimas del Bachillerato. La Comisión de Expertos para el desarrollo curricular en Castilla y León consideró que se debía renunciar a ampliar, en el 35% que posibilitaba la normativa, los contenidos mínimos establecidos por el M.E.C. a la vista de la disponibilidad horaria para la materia y la densidad de los contenidos mínimos.

II.- Entramos de esta forma en una cuestión que creemos fundamental en todas las etapas educativas: Matemáticas es una materia formativa (no solo informativa) en la que el alumno debe invertir tiempo para asimilar los conceptos. Éste, en un primer paso, puede manejar los conceptos (realizar cálculos y resolver problemas mecánicos) y comprender las demostraciones de los contenidos. Pero para que las Matemáticas sean útiles es preciso que el alumno adquiera la capacidad de utilizar por sí mismo estos conocimientos en situaciones distintas de las planteadas en clase y para ello es preciso un tiempo de asimilación que no

siempre se tiene. Desde este punto de vista (Matemáticas como materia formativa y no únicamente informativa), se plantea, tanto en Enseñanza Secundaria Obligatoria como en Bachillerato, la siguiente cuestión: ¿Es suficiente el tiempo disponible para desarrollar el currículo actual? De forma alternativa, aunque no equivalente, el problema se puede plantear en los siguientes términos: ¿Está el currículo (de ESO y Bachillerato) adecuado al tiempo disponible? Nótese que, como se ha mencionado en la conclusión I, esta cuestión estaba subyacente a la hora de elaborar el currículo en la Comunidad Autónoma.

III.- La reducción del nivel competencial del alumno por problemas elementales de base. En efecto, con cierta asiduidad, nos encontramos que después de plantear adecuadamente la resolución de un problema y aplicar correctamente las técnicas enseñadas (bien en el curso o bien en un curso inmediatamente anterior) el desarrollo del problema no es correcto por un fallo en una cuestión elemental (por ejemplo, en el manejo de fracciones o ecuaciones). La repetición de este hecho en el uso de las Matemáticas en otras materias y en la vida cotidiana es una de las causas que provoca la visión crítica que se tiene de nuestro sistema educativo, en lo que a Matemáticas se refiere. Obviamente, este problema está relacionado con el expuesto en la conclusión anterior pero es necesario realizar alguna precisión. Desde el punto de vista curricular, el alumno ha adquirido, en su día, estos conocimientos y ha sido evaluado positivamente. La cuestión radica en que no siempre se exige en cursos posteriores la utilización correcta de lo estudiado anteriormente, a pesar de que de manera sistemática en los criterios de evaluación tanto de Enseñanza Secundaria Obligatoria como de Bachillerato figura en todos los cursos “operar correctamente”.

IV.- Diversidad de conocimientos de los alumnos al iniciar los estudios superiores. Causas. A pesar de que el currículo es común para todos los centros de enseñanza no universitaria y que los alumnos incorporados a la Universidad han superado una prueba común de selectividad, lo cierto es que existen diferencias, en algunos casos profundas, en cuanto a formación. Una primera razón de esta diferenciación se puede encontrar en causas coyunturales. Por ejemplo, que el profesor de Bachillerato, en uso de su libertad de cátedra, considere que debe incidir más en un tema que en otro, que un año el grupo tenga una motivación

superior a la habitual, calidad de la formación recibida en niveles anteriores, etc. La estructura actual del Bachillerato permite que, en el curso inicial de las titulaciones universitarias, coexistan alumnos con formación matemática bien diferente. En efecto, aunque el alumno haya elegido la modalidad de Bachillerato adecuada para la titulación universitaria elegida (por ejemplo, la modalidad de Tecnología para cursar una Ingeniería o la modalidad de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud para cursar una licenciatura de Ciencias), tiene la opción de elegir o no la asignatura de Matemáticas en segundo de Bachillerato. La gravedad radica en que esta situación no es única de Matemáticas puesto que el alumno, en segundo de Bachillerato, debe elegir tres asignaturas. Una tercera causa es la elección de una titulación universitaria que no se corresponde con la modalidad de Bachillerato cursada. En un análisis simplista se podría argumentar que este hecho es únicamente imputable al alumno, pues él debe ser conocedor de lo que sabe y de lo que debería saber para afrontar los estudios universitarios. Pero, ¿no tiene cierta responsabilidad la universidad que le permite matricularse?

V.- Diversidad de conocimientos de los alumnos al iniciar los estudios superiores. Consecuencias. Una afirmación evidente, como es que los contenidos de una etapa educativa deben basarse en los contenidos de las etapas anteriores, plantea, después de lo dicho en la conclusión anterior, un serio problema: el programa del curso inicial de Matemáticas en la Universidad debe o no estar basado en el programa de segundo de Bachillerato. Los alumnos que, eligiendo la modalidad de Bachillerato más idónea para la titulación elegida, no han cursado la asignatura de Matemáticas en segundo de Bachillerato tienen derecho a que el programa esté basado en los contenidos que han estudiado. De otra parte, para los alumnos que han estudiado Matemáticas en segundo de Bachillerato el programa debe estar cimentado en esta asignatura pues en caso contrario, al repetir contenidos que ya conocen, pueden tener la sensación de pérdida de tiempo. Independientemente de la decisión que tome el profesor en cuanto a currículo, se plantea la necesidad de adecuar la asignatura a dos ritmos distintos procurando de una parte que el primer grupo de alumnos (los que han cursado Matemáticas en segundo de Bachillerato) no crean que la asignatura se limita a repetir conocimientos que ya conocen (nótese que, como veremos más adelante, los programas contienen la revisión de conocimientos de segundo de Bachillerato) y de otra

parte, para que los alumnos que no han cursado Matemáticas en segundo de Bachillerato abandonen la asignatura por considerarla inabordable.

VI.- Existen ciertas disfunciones entre los contenidos de la titulación universitaria y los contenidos en la modalidad de Bachillerato que el alumno debe cursar. Así, por ejemplo, en algunas titulaciones de Ciencias de la Salud (Medicina, Enfermería, Veterinaria, ...) los contenidos en Matemáticas son únicamente de Estadística que, por el contrario, en la modalidad de Bachillerato no se imparte en segundo curso. De otro lado, en el primer curso de las titulaciones de Economía y Empresa la asignatura de Matemáticas es más abordable desde el Bachillerato de Ciencias Experimentales que desde el Bachillerato de Ciencias Sociales. Una forma de evitar estas disfunciones es posibilitar que el alumno tenga en el Bachillerato libertad para elegir la asignatura de Matemáticas que considere más adecuada para estudios posteriores. Igualmente creemos que es necesario ofertar una asignatura de Estadística, pues en bastantes titulaciones los contenidos de Matemáticas se restringen a esta disciplina.

VII.- Como ya se ha dicho anteriormente en este trabajo, Matemáticas es una materia que además de tiempo de estudio necesita tiempo de asimilación. Desafortunadamente, en los actuales planes de estudio se restringió en la mayor parte las titulaciones universitarias el tiempo dedicado a Matemáticas. En el análisis curricular que hemos realizado no se hace intervenir la variable tiempo, pues los programas son los que son, pero ciertamente esta variable interviene en relación con el fracaso escolar o el número de convocatorias que el alumno necesita para superar la asignatura. La restricción de créditos ha tenido como primera consecuencia una reducción de contenidos, que se detecta sin más al comparar los antiguos programas con los actuales. Una segunda consecuencia menos visible que la anterior pero que, sin lugar a dudas, tiene mayor profundidad es que se exige a los alumnos rapidez tanto en comprensión como en aplicación de los conocimientos que poseen de los estudios no universitarios. A nivel individual esto solamente se detecta, en el mejor de los casos, en el aula y en la mayor parte de los casos cuando se procede a la evaluación (el alumno ha comprendido el desarrollo de la asignatura y la ha estudiado pero en el momento de la evaluación o no aplica o tarda demasiado tiempo en aplicar lo que conoce).

VIII.- Desde el punto de vista curricular, y en consecuencia del nivel competencial que tienen los alumnos, existe una continuidad, tanto en contenidos como en aspectos metodológicos, entre Bachillerato y Universidad cuando se considera que el alumno ha cursado la asignatura de Matemáticas en el segundo curso de la modalidad de Bachillerato idónea para la titulación.

IX.- Los descriptores de la materia troncal son muy genéricos y ello permite que titulaciones semejantes tengan programas completamente distintos. Además, a partir de los programas únicamente se puede tener una idea del tratamiento que se realiza en la clase.

X.- En la casi totalidad de los programas de las asignaturas iniciales de Matemáticas y Estadística en los estudios universitarios, se dedica una amplia parte a la revisión de contenidos de segundo de Bachillerato. Este hecho, que garantiza la continuidad entre Bachillerato y Universidad y el nivel competencial del alumno, plantea sin embargo varios interrogantes que se exponen a continuación. Si, como hemos dicho en VI, el tiempo dedicado a los contenidos matemáticos en los estudios universitarios se ha restringido fuertemente, y de ello nos hemos quejado los profesores, la cuestión es: ¿por qué invertir parte de ese precioso tiempo en revisar estudios anteriores en detrimento de introducir nuevos conocimientos útiles en la titulación? Nótese que, por ejemplo, un alumno que estudie una titulación de Ingeniería y haya cursado Matemáticas II en Bachillerato, ha estudiado el concepto de límite tres veces (primero y segundo de Bachillerato y en la Universidad). Una segunda cuestión relacionada con la anterior es: el alumno que ingresa en una titulación habiendo cursado Matemáticas en segundo en la modalidad adecuada de Bachillerato, ¿puede abordar directamente los contenidos novedosos de Matemáticas en la asignatura inicial de la titulación universitaria? Desde el punto de vista curricular, la respuesta a esta pregunta deber ser claramente positiva pero la realidad nos muestra que en la práctica totalidad de las titulaciones universitarias se apuesta por la revisión de resultados previa, ¿por qué? Los cursos cero que se imparten en algunas universidades, no necesariamente de esta Comunidad Autónoma, no son desde nuestro punto de vista la solución a este problema. De hecho, su existencia conlleva poner en duda la validez de nuestra enseñanza no universitaria.

XI.- Las Matemáticas no pueden ser vistas en las titulaciones universitarias como una materia aislada, salvo en las titulaciones propias de Matemáticas y Estadística. Una primera idea de su utilización en el resto de las materias se puede obtener a partir de los créditos de Matemáticas que figuran en el plan de estudios de una titulación en un centro (nótese que este plan de estudios es propuesto por la correspondiente Junta de Facultad en la que la mayor parte del profesorado corresponde a esa titulación). Por ello hemos incluido diferentes tablas en las que se contienen la distribución de créditos troncales, obligatorios y optativos. Un análisis crítico de estas tablas puede ser muy esclarecedor y sobretodo si se compara la troncalidad de Matemáticas con la otras materias (asignadas en directrices generales) con los créditos que figuran en el plan de estudios (áreas poderosas de la titulación amplían sus créditos mientras que otras áreas se ven relegadas a la troncalidad mínima).

XII.- La formación en Matemáticas de los futuros Maestros creemos que es un tema fundamental pues la calidad del sistema educativo en el futuro tiene uno de sus pilares en la formación actual del profesorado. Las especialidades de Educación Física, Educación Musical y Lengua Extranjera además del escaso número de créditos (a lo más seis) dedicados a Matemáticas tienen diferencias sustanciales tanto en los tópicos a tratar (en unos casos Números, en otros Geometría, ...) como en el desarrollo de la materia. Obviamente, se puede argumentar que las Matemáticas no son objetivo fundamental de estas titulaciones. Sin embargo, los egresados en estas titulaciones tienen competencias profesionales para poder impartir Matemáticas hasta el segundo curso de la Enseñanza Secundaria Obligatoria. Por ello, si se admiten amplias lagunas de formación, que en cada campus serán de varios tópicos, en el actual plan de estudios de estas especialidades de Maestro ¿qué calidad podemos esperar el día de mañana en la etapa inicial de formación del niño?. Creemos necesario fijar un conjunto de contenidos (de carácter matemático y de carácter metodológico) común a todas las especialidades que, según la normativa actual, tengan competencia profesional para impartir contenidos matemáticos.

Equipos de Investigación



Línea I: “Evolución histórica de la enseñanza de las matemáticas”.
Departamento de Didáctica de la Matemática.

Facultad de Educación. Universidad de Salamanca.

Director: **D. Modesto Sierra Vázquez**

Equipo: - Modesto Sierra Vázquez
- María Teresa González Astudillo
- María del Carmen López Esteban

El equipo forma parte del Grupo de Investigación Reconocido “Investigación en Educación Matemática”

Línea II: “Determinantes psicológicos del rendimiento académico en matemáticas”.

Departamento de Psicología.
Facultad de Educación y Trabajo Social. Universidad de Valladolid.

Directora: **D^a. M^a Francisca Calleja González**

Equipo: - María Francisca Calleja González
- Tomás Ortega del Rincón
- Inmaculada Calleja González
- Benito Árias Martínez
- María Teresa Crespo Sierra

Línea III: “Análisis de resultados individuales correlacionando la evolución de las cohortes de alumnos”

*Departamento de Matemática y Computación.
Universidad de Burgos.*

Director: **D. Luis Antonio Sarabia Peinador**

Equipo: - Luis Antonio Sarabia Peinador
- M^a Cruz Ortiz Fernández
- M^a Sagrario Sánchez Pastor
- Ana Herrero Gutiérrez

El equipo constituye un Grupo de Investigación Reconocido denominado “Grupo de Quimiometría y Cualimetría”

Línea IV: “Distribución de niveles competenciales para el mínimo en los estudios universitarios y ciclos profesionales superiores”.

*Área de Matemática Aplicada.
Universidad de León.*

Director: **D. José Ángel Hermida Alonso**

Equipo: - José Ángel Hermida Alonso
- María Araceli de Francisco Iribarren
- Julen Susperregui Lesaca

